

ÜSLÜ SAYININ TANIMI

- a bir reel sayı ve n bir pozitif tam sayı olsun.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$$

olacak şekilde n tane a'nın çarpımı olan a^n ye üslü ifade denir.

- n çift sayı ise $(-a)^n = a^n$ dir.
- n tek sayı ise $(-a)^n = -a^n$ dir.
- a sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere, $a^0 = 1$ dir.
- 0^0 ifadesi tanımsızdır.
- 1 sayısının her kuvveti 1'dir.
- (-1) sayısının tek kuvvetleri -1 ve çift kuvvetleri $+1$ dir.

1. 5^4 sayısı, 1'den farklı pozitif tam sayıların çarpımı şeklinde yazıldığında elde edilen çarpanların toplamı en az a, en çok b'dir.

Buna göre, b - a kaçtır?

$$\begin{aligned} 5^4 &= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \rightarrow 5+5+5+5 = 20 = a \\ 5^4 &= 5^3 \cdot 5 \rightarrow 125+5 = 130 = b \\ b - a &= 130 - 20 = 110 \end{aligned}$$

2. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ sayısı, taban ve üssü 1'den farklı pozitif tam sayı olan bir üslü sayı şeklinde yazıldığında taban ve üssün toplamı en çok kaç olur?

$$\begin{aligned} 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 &= 4^4 = (4^2)^2 = 16^2 \\ 16 + 2 &= 18 \end{aligned}$$

3. $1^{2020} - (-1)^{2019} + 0^{2021}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$1 - (-1) + 0 = 1 + 1 = 2$$

4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$

$\frac{24}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$2^2 + \frac{4}{5} = 4 + \frac{4}{5} = \frac{24}{5}$$

ÜSSÜN ÜSSÜ

- m ve n birer reel sayı olmak üzere,

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

- a sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ dir.

$$a^{-n} = (a^{-1})^n = \frac{1}{a^n}$$

Benzer şekilde; a ve b sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

1. $5^a = b$ olduğuna göre,

$$25^a + 25^a + 25^a$$

$3b^2$ toplamının b türünden eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} 5^{2a} + 5^{2a} + 5^{2a} &= 3 \cdot (5^a)^2 \\ &= 3 \cdot b^2 \end{aligned}$$

2. $32^8, 27^3, 8^4, 3^{18}, 4^{10}$

sayıları arasından, biri diğerinin karesine eşit olan sayı çiftleri silindiğinde geriye kalan sayı kaçtır?

$$\begin{aligned} \cancel{(2^5)^8} = 2^{40}, \quad \cancel{(3^3)^3} = 3^9, \quad (2^3)^4 = 2^{12} \\ \cancel{3^{18}}, \quad (2^2)^{10} = 2^{20} \end{aligned}$$

↓
Geriye kalan
 8^4

3. $3^x = 5^y$

olduğuna göre, $27^{\frac{x}{y}} - 25^{\frac{y}{x}}$ farkı kaçtır?

$$\begin{aligned} 3^{\frac{x}{y}} = 5 \quad \text{ve} \quad 5^{\frac{y}{x}} = 3 \\ \left(3^{\frac{x}{y}}\right)^3 - \left(5^{\frac{y}{x}}\right)^2 = 5^3 - 3^2 = 125 - 9 = 116 \end{aligned}$$

4. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere

$$\frac{3}{1+3^{a-b}} + \frac{3}{1+3^{b-a}}$$

$$3^{0-b} = x$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} 3 \cdot \left(\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right) &= 3 \cdot \left(\frac{1}{1+x} + \frac{x}{x+1}\right) \\ &= 3 \end{aligned}$$

ÜSLÜ SAYILARDA TOPLAMA-ÇIKARMA

Üslü sayılarda toplama ve çıkarma işleminin yapılabilmesi için tabanların ve üslerin eşit olması gerekir.

Bu durumda ifade ortak çarpan parantezine alınır.

$$a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = x^n \cdot (a + b - c) \text{ dir.}$$

1. I. $3 \cdot 5^6 + 4 \cdot 5^6 - 5^6 = 6 \cdot 5^6$
- II. $5 \cdot 4^x - 2^{2x} + 3 \cdot 2^{2x} = 7 \cdot 2^{2x}$
- III. $27^4 + 5 \cdot 81^3 - 7 \cdot 9^6 = -3^{12}$

İfadelerinden hangileri doğrudur?
I, II ve III

$$\text{I. } (3+4-1) \cdot 5^6 = 6 \cdot 5^6$$

$$\text{II. } (5-1+3) \cdot 2^{2x} = 7 \cdot 2^{2x}$$

$$\text{III. } 3^{12} + 5 \cdot 3^{12} - 7 \cdot 3^{12} = (1+5-7) \cdot 3^{12} = -3^{12}$$

I, II ve III doğrudur.

$$2. \quad x + y - z = 9^6$$

olduğuna göre,

$$x \cdot 27^4 + y \cdot 81^3 - z \cdot 9^6$$

³²⁴ işleminin sonucu kaçtır?

$$x \cdot (3^3)^4 + y \cdot (3^4)^3 - z \cdot (3^2)^6$$

$$x \cdot 3^{12} + y \cdot 3^{12} - z \cdot 3^{12}$$

$$(x+y-z) \cdot 3^{12} = 3^{12} \cdot 3^{12} = 3^{24}$$

$9^6 = 3^{12}$

3. x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$(-x^{-3})^2 + (-x^2)^{-3} + (-x)^2 + (-x^{-1})^{-2}$$

^{2x^2} işleminin sonucunu bulunuz.

$$\cancel{x^{-6}} - \cancel{x^{-6}} + x^2 + x^2 = 2x^2$$

ÜSLÜ SAYILARDA ÇARPMA

• Tabanları eşit olan üslü sayılar çarpılırken üsleri toplanır, ortak tabanın üssü olarak yazılır.

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m} \text{ dir.}$$

• Üsleri eşit olan üslü sayılar çarpılırken tabanlar çarpılır, ortak üst çarpımı üs olarak yazılır.

$$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n \text{ dir.}$$

1. I. $5^7 \cdot 5^9 = 5^{16}$
- II. $5^6 \cdot 2^6 = 10^6$
- III. $2^3 \cdot 5^3 \cdot 10^7 = 10^{10}$

İfadelerinden hangileri doğrudur?
I, II ve III

$$\text{I. } 5^{7+9} = 5^{16}$$

$$\text{II. } (5 \cdot 2)^6 = 10^6$$

$$\text{III. } (2 \cdot 5)^3 \cdot 10^7 = 10^3 \cdot 10^7 = 10^{10}$$

I, II ve III doğrudur.

$$2. \quad 26 \cdot 2^8 + 2^{10} + 2^9$$

¹³ işleminin sonucu 2^a olduğuna göre, a kaçtır?

$$26 \cdot 2^8 + 2 \cdot 2^8 + 2^1 \cdot 2^8$$

$$26 \cdot 2^8 + 4 \cdot 2^8 + 2 \cdot 2^8$$

$$(26+4+2) \cdot 2^8 = 32 \cdot 2^8 = 2^5 \cdot 2^8 = 2^{13}$$

$$2^a = 2^{13} \Rightarrow a = 13$$

3. m bir doğal sayıdır.

$$2^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5 \cdot 3^3 = 36^m$$

⁴ eşitliğine göre, m kaçtır?

$$2^8 \cdot 3^8 = 6^{2m}$$

$$6^8 = 6^{2m}$$

$$8 = 2m \Rightarrow m = 4$$

ÜSLÜ SAYILARDA ÇARPMA

4. $2^x = a$ olduğuna göre,
 4^{x+1}

$4a^2$ ifadesinin a türünden eşitini bulunuz.

$$\begin{aligned} 4^{x+1} &= 4^x \cdot 4 = \underbrace{(2^x)^2}_a \cdot 4 \\ &= a^2 \cdot 4 \\ &= 4a^2 \end{aligned}$$

5. $(0,02)^5 \cdot (500)^5$
işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

6

$$\left(\frac{2}{100} \cdot 500 \right)^5 = 10^5$$

$10^5 = 100000 \rightarrow 6$ basamaklı

6. $15^a = 3^{a+1}$
olduğuna göre, 25^a nın değeri kaçtır?

9

$$\cancel{3^a} \cdot 5^a = \cancel{3^a} \cdot 3^1 \Rightarrow 5^a = 3$$

$$25^a = \underbrace{(5^a)^2}_3 = 3^2 = 9$$

7. $2^x = a$
 $3^x = b$

olduğuna göre, 72^x ifadesinin a ve b türünden eşitini bulunuz.

$a^3 \cdot b^2$

$$\begin{aligned} 72^x &= (2^3 \cdot 3^2)^x \\ &= \underbrace{(2^x)^3}_a \cdot \underbrace{(3^x)^2}_b \\ &= a^3 \cdot b^2 \end{aligned}$$

8. $5^x = 3$ olmak üzere,
 $\frac{x}{15^{x+1}}$

işleminin sonucu kaçtır?

3

$$3^x \cdot 5^x = 3 \cdot 3^x \Rightarrow 15^x = 3^{x+1}$$

$$15^{\frac{x}{x+1}} = 3$$

9. $45^x = 6$

olduğuna göre,

$$\left(\frac{1}{3} \right)^{2-x} \cdot 3^{x+3} \cdot 5^x$$

işleminin sonucu kaçtır?

18

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{3} \right)^2 \cdot 3^x \cdot 3^x \cdot 3^3 \cdot 5^x \\ &\frac{1}{9} \cdot \cancel{27} \cdot \underbrace{45^x}_6 \\ &3 \cdot 6 = 18 \end{aligned}$$

ÜSLÜ SAYILARDA BÖLME

a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılardır.

- Tabanları eşit olan üslü sayılar bölünürken üsler çıkarılır, ortak taban aynen yazılır.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \text{ dir.}$$

- Üsleri eşit olan üslü sayılar bölünürken tabanlar bölünüp, ortak üs aynen yazılır.

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \text{ dir.}$$

1. I. $\frac{7^8}{7^3} = 7^5$
II. $\frac{12^5}{6^5} = 2^5$
III. $\frac{2^7 \cdot 5^7}{10^3} = 10^4$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

I. $7^{8-3} = 7^5$

II. $\left(\frac{12}{6}\right)^5 = 2^5$

III. $\frac{10^7}{10^3} = 10^{7-3} = 10^4$ I, II ve III doğrudur.

2. $\frac{10 \text{ tane}}{10^8 + 10^8 + \dots + 10^8}$
 $\frac{10}{2^4 \cdot 2^5}$

İşleminin sonucu kaçtır?

5^9
 $\frac{10 \cdot 10^8}{2^{4+5}} = \frac{10^9}{2^9} = \left(\frac{10}{2}\right)^9 = 5^9$

3. $\frac{75^2 \cdot 5}{25^3}$

İşleminin sonucu kaçtır?

1,8
 $\frac{3^2 \cdot 5^4 \cdot 5}{(5^2)^3} = \frac{9 \cdot 5^5}{5^6} = \frac{9}{5} = 1,8$

4. $\frac{3^{x+1} - 3^{x-1}}{3^x - 3^{x-2}}$

İşleminin sonucu kaçtır?

3
 $\frac{\cancel{3^{x-2}} \cdot (3^3 - 3^1)}{\cancel{3^{x-2}} \cdot (3^2 - 1)} = \frac{27-3}{9-1} = \frac{24}{8} = 3$

5. 3^{4n+3}

sayısı 9^{2n-1} sayısının kaç katıdır?

243
 $\frac{3^{4n+3}}{9^{2n-1}} = \frac{3^{4n+3}}{3^{4n-2}}$
 $3^{(4n+3)-(4n-2)} = 3^5 = 243$

6. x sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\frac{(-x)^{-2} \cdot (-x)^5}{(x^2)^3}$$

İfadесinin en sade halini bulunuz.

$-x^{-3}$
 $\frac{x^{-2} \cdot -x^5}{x^6} = -\frac{x^3}{x^6} = -x^{3-6} = -x^{-3}$

ÇOK KÜÇÜK VE BÜYÜK SAYILAR

- Ondalıkli sayılar üslü olarak yazılırken, virgül n basamak sağa doğru kaydırılarak 10^{-n} çarpılır. a sıfırdan farklı rakam olmak üzere,

$$0,\underbrace{000\dots 0}_n a = a \cdot 10^{-n} \text{ dir.}$$

- Çok büyük sayılar üslü olarak yazılırken verilen sayı sağdan sola doğru n basamak kaydırıldığında sayı 10^n ile çarpılır. a sıfırdan farklı rakam olmak üzere,

$$a\underbrace{000\dots 0}_n = a \cdot 10^n \text{ dir.}$$

- x bir reel sayı: $1 \leq |x| < 10$
y bir tam sayı olmak üzere; $x \cdot 10^y$ yazılışına bilimsel gösterim denir.

1.
$$\frac{0,9 \cdot 10^{-3} + 0,03 \cdot 10^{-2}}{1,2 \cdot 10^{-4}}$$

10

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{9 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}}{12 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 10^{-5}} = 10^{5-4} = 10$$

2. a bir gerçel sayı, $1 \leq |a| < 10$ ve n bir tam sayı olmak üzere; çok büyük veya küçük sayıların $a \cdot 10^n$ şeklinde yazılmasına bilimsel gösterim denir.

Güneş ile dünya arasındaki uzaklık 150.000.000 km olup bu uzaklığın bilimsel gösterimi $x \cdot 10^y$ dir.

Buna göre, x · y çarpımı kaçtır?

12

$$150.000.000 = 15 \cdot 10^7 = 1,5 \cdot 10^8$$

$$x = 1,5, y = 8 \Rightarrow x \cdot y = 1,5 \cdot 8 = 12$$

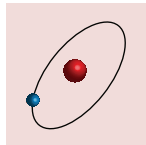
3.

I.



Havada sesin hızı
343,2 m/s

II.



Hidrojenin yoğunluğu sıvıken
70,99 g/L

III.



Güneşin kütlesi
1989 x 10²⁶ kg

Bilimsel Gösterim

I. II. III.

I. $3,432 \cdot 10^2$ m/s

II. $7,099 \cdot 10^1$ g/L

III. $1,989 \cdot 10^{29}$ kg

4. $3 \cdot 2^{11} \cdot 5^8 \cdot 10^{-47}$

çarpımının sonucunun bilimsel gösterimini bulunuz.

$$2,4 \cdot 10^{-38}$$

$$3 \cdot 2^3 \cdot 2^8 \cdot 5^8 \cdot 10^{-47}$$

$$24 \cdot 10^8 \cdot 10^{-47} = 24 \cdot 10^{-39}$$

$$= 2,4 \cdot 10^{-38}$$

5. Uzunluk birimi olan nanometre oldukça küçük cisimlerin uzunluklarını ifade etmek için kullanılır.

1 nanometre 10^{-9} metredir.Buna göre; $0,025 \cdot 10^{-25}$ metrenin kaç nanometre olduğunu bilimsel olarak gösteriniz.

$$2,5 \cdot 10^{-27}$$

$$2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-25} = 2,5 \cdot 10^{-27}$$

6. Dünyanın en hızlı bilgisayarlarından biri saniyede 16 milyar aritmetik işlem yapabilir.

Buna göre, bu bilgisayarın 1 dakikada yaptığı işlemin sayısının bilimsel gösterimini bulunuz.

$$9,6 \cdot 10^{11}$$

$$1 \text{ dk} = 60 \text{ sn}$$

$$60 \cdot 16.000.000.000 = 9,6 \cdot 10^{11}$$

ÜSLÜ SAYI PROBLEMLERİ

1. Bir civciv yetiştirme tesisinde A, B, C, D, E ve F bölümleri bulunmaktadır.

Yukarıdaki yazılış sırasına göre her bir bölümdeki civciv sayısı hemen öncekinin 2,5 katıdır.

A bölümünde 320 civciv olduğuna göre, F bölümünde kaç tane civciv vardır?

$2 \cdot 5^5$

$$320 \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5$$

$$320 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{320 \cdot 5^5}{2^5}$$

$$= 2 \cdot 5^1 \cdot 5^5$$

$$= 2 \cdot 5^6$$

2. Türkiye'nin bir ilinde düzenlenecek olan bir etkinliğe 81 ilin her birinden 27 kişi görevli olarak katılacaktır.

Etkinliğe katılacak her görevli 26 kişiye davetiye göndereceğine ve etkinliğe sadece davetiye gönderilenler ve görevliler katılacağına göre, etkinliğe en çok kaç kişi katılabilir?

3^{10}

$$81 \cdot 27 \rightarrow \text{görevli}$$

$$81 \cdot 27 \cdot 26 \rightarrow \text{davetiye}$$

$$1 \cdot 81 \cdot 27 + 26 \cdot 81 \cdot 27 = 27 \cdot 81 \cdot 27$$

$$3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^3 = 3^{10}$$

3. İnternet üzerinden yapılan 6 turluk bir yarışmanın ilk turuna 1.000.000 yarışmacı katılıyor. Her turun sonunda, o tura katılan yarışmacıların $\frac{1}{5}$ 'i eleniyor ve sadece kalan yarışmacıların tamamı hemen sonraki tura katılıyor.

Buna göre, 7. tura katılmaya hak kazanan yarışmacı sayısı kaçtır?

2^{18}

$$\frac{1}{5} \text{ elenirse geriye } \frac{4}{5} \text{ i kalır.}$$

$$10^6 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^6 = \frac{2^6 \cdot 5^6 \cdot (2^2)^6}{5^6}$$

$$= 2^6 \cdot 2^{12} = 2^{18}$$

4. Bir mağazadaki bahşiş kutusunda 1. gün sonunda 5^x TL ve 2. gün sonunda 5^{x+1} TL para birikmiştir.

Bahşiş kutusuna ilk günden sonraki her gün eşit miktarda para atıldığına göre, 32. günün sonunda kutuda toplam kaç TL para birikmiş olur?

$$5^{x+1} - 5^x = 5 \cdot 5^x - 5^x = 4 \cdot 5^x$$

Her gün atılan para

$$5^x + 31 \cdot 4 \cdot 5^x = 5^x + 124 \cdot 5^x$$

$$= 125 \cdot 5^x = 5^3 \cdot 5^x = 5^{x+3}$$

5. Eni $3 \cdot 2^3$ birim ve boyu $18 \cdot 3^2$ birim olan dikdörtgen şeklindeki bir konser alanında ortalama her 2 birimkarede 3 kişinin durduğu bilinmektedir.

Buna göre, bu konser alanında en fazla kaç kişi bulunmaktadır?

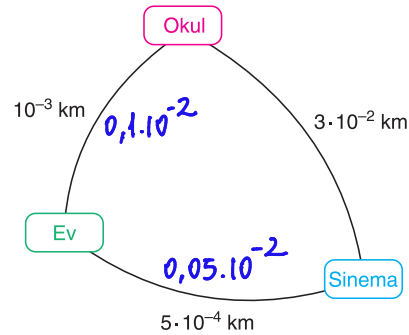
$$\text{Alan} = 3 \cdot 2^3 \cdot 18 \cdot 3^2 = 2^4 \cdot 3^5$$

$$2^4 \cdot 3^5 = 2 \cdot (2^3 \cdot 3^5)$$

$$= 2 \cdot 3^3 \cdot 3^5 = 2 \cdot 3^8 = 2 \cdot 3^6 = 18$$

Her 2 br^2 3 kişi

6. Aşağıda Işık'ın evi, okulu ve sinema arasındaki yollar gösterilmiştir.



Işık bir cuma günü evden çıkıp önce okula sonra sinemaya yürüyerek gitmiş ve aynı gün yürüyerek eve dönmüştür.

Buna göre, Işık bu cuma günü en az kaç metre yürümüştür? (1 km = 1000 m'dir.)

$31,5$

$$0,1 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2} + 0,05 \cdot 10^{-2}$$

$$3,15 \cdot 10^{-2} \text{ km} = 3,15 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ m} = 31,5 \text{ m}$$

Performans Değerlendirme

1.

$$\frac{1-5^2}{1-5^{-2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -25 B) -5 C) $\frac{24}{25}$ D) 5 E) 25

$$\frac{1-25}{1-\frac{1}{25}} = \frac{-24}{\frac{24}{25}} = -25$$

2.

$$2^{1-n} = 6$$

olduğuna göre, $4^n - 8^n$ farkının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{5}{27}$ C) $\frac{4}{27}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{2}{27}$

$$\frac{2^1}{2^n} = 6 \Rightarrow 2^n = \frac{1}{3}$$

$$4^n - 8^n = (2^n)^2 - (2^n)^3$$

$$= \frac{1}{9} - \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$$

(3)

3.

$$20^{x-1} = 5^{x+1}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, 2^x kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 10 D) 20 E) 100

$$\frac{20^x}{20} = 5^x \cdot 5 \Rightarrow 4^x = 100$$

$$2^x = 10$$

4.

$$\frac{(-a^2)^3 \cdot (a^{-3})^2}{-a^{-4}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-a^4$ B) a^4 C) a^{-2} D) a^2 E) $-a^{-4}$

$$\frac{-a^6 \cdot a^{-6}}{-a^{-4}} = \frac{1}{a^{-4}} = a^4$$

5. p bir doğal sayı olmak üzere,

I. $2^{24} = (2^3)^8 = 8^8$

II. 25^5

III. $216^2 = (6^3)^2 = 6^6$

sayılarından hangileri p^p şeklinde yazılabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

- D) I ve III E) I, II ve III

6.

Bilgisyardaki bellek ölçüleri küçükten büyüğe doğru; bayt (b), kilobayt (kb), megabayt (mb), gigabayt (gb) ve terabayt (tb) biçiminde olup $1 \text{ (tb)} = 2^{20} \text{ (mb)}$ dir.

Buna göre, 1 tb (terabayt) kapasiteli boş bir diske 128 mb boyutundaki video dosyalarından en çok kaç tane kopyalanabilir?

- A) 2^7 B) 2^9 C) 2^{11} D) 2^{13} E) 2^{17}

$$\frac{1 \text{ tb}}{128 \text{ mb}} = \frac{2^{20}}{2^7} = 2^{20-7} = 2^{13}$$

Performans Değerlendirme

7. $a = 3^x$
 $b = 3^{(x^2)}$

olduğuna göre, 3^{x^2-2x} ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- B A) $a^2 \cdot b$ B) $\frac{b}{a^2}$ C) $\frac{b}{2a}$
D) $\frac{a}{2b}$ E) $\frac{b}{9 \cdot a}$

$$3^{x^2-2x} = \frac{3^{x^2}}{(3^x)^2} = \frac{b}{a^2}$$

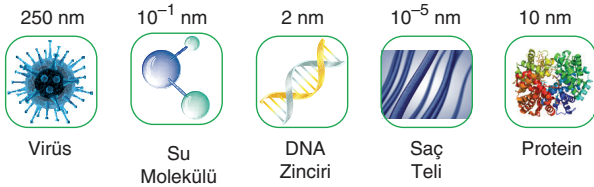
8. $\frac{6^{-2} - 4^{-2}}{3^{-2} - 2^{-2}}$

- B işleminin sonucu kaçtır?
A) 0,05 B) 0,25 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,75

$$\frac{2^{-2} \cdot (3^{-2} - 2^{-2})}{3^{-2} - 2^{-2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$$

9. Nanometre gözle görülemeyen maddelerin büyüklüğünü ölçmek için kullanılan bir ölçü birimidir.

Nanometre; metrenin milyarda biri kadardır. $10^9 \text{ nm} = 1 \text{ m}$



Yukarıda bazı biyolojik terimlerin nanometre cinsinden büyüklükleri verilmiştir. $10^{-5} < 10^{-1} < 2 < 10 < 250$

Bu biyolojik terimlerin büyüklükleri küçükten büyüğe doğru, $a < b < c < d < e$ şeklinde sıralanıyor.

Buna göre, $\frac{c \cdot d \cdot e}{a \cdot b}$ işleminin sonucu kaç metredir?

- C A) 0,05 B) 0,5 C) 5 D) 25 E) 125
 $\frac{2 \cdot 10 \cdot 250}{10^{-5} \cdot 10^{-1}} \text{ nm} = \frac{5 \cdot 10^3}{10^{-6}} \text{ nm} = 5 \cdot 10^9 \text{ nm} = 5 \text{ m}$

10. Aşağıdaki tabloda bazı büyük sayıların okunuşları verilmiştir.

1 nobilyon	1 desilyon	1 vigintilyon	1 googol
10^{30}	10^{33}	10^{63}	10^{100}

Özgür: İki desilyonu yirmi nobilyona bölüyor.

Sezgin: Yüz desilyon ile on vigintilyonu çarpıyor.

Buna göre, Özgür ve Sezgin'in bulunduğu sonuçların çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 10 googol B) 10 vigintilyon C) 10 desilyon
D) 100 desilyon E) 100 googol
Özgür: $\frac{2 \cdot 10^{33}}{20 \cdot 10^{30}} = 10^2$
Sezgin: $100 \cdot 10^{33} \cdot 10 \cdot 10^{63} = 10^{99}$
 $10^2 \cdot 10^{99} = 10 \cdot 10^{100} = 10 \text{ googol}$

11. Aşağıda verilen sayılar her bir kutuya farklı bir sayı gelecek biçimde yazılacaktır.

$$2^{-13}, \left(\frac{1}{4}\right)^6 \text{ ve } 64^{-3} = 2^{-13}, 2^{-12} \text{ ve } 2^{-18}$$

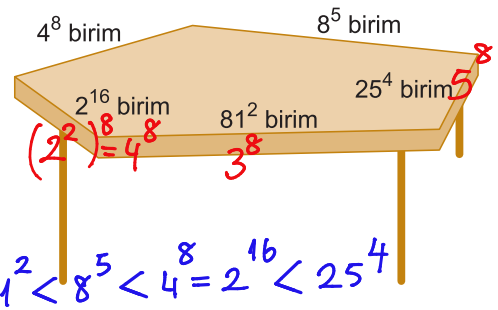
sayılarından en büyük olanı yeşil boyalı kutuya, en küçük olanı da sarıya boyalı kutuya yazılacaktır.

$$\frac{2^{-12}}{2^{-18}} = \frac{2^{-13} \cdot (2^{-1})}{2^{-18}} = \frac{2^{-14}}{2^{-18}} = 2^4 = 16$$

Buna göre, yukarıdaki işlemin sonucu kaçtır?

- E A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

12. Aşağıda Sinan'ın yaptırmayı planladığı beşgen masa gösterilmiştir.



Sinan masanın en uzun kenarına, o kenarla aynı uzunlukta çekmece yapacaktır.

Buna göre, Sinan'ın yaptıracacağı çekmecenin uzunluğu kaç birimdir?

- C A) 4^8 B) 8^5 C) 25^4 D) 2^{16} E) 81^2

Performans Değerlendirme

1.

$$\frac{3^2 \cdot (-3)^{-4} \cdot (-3)^{-3}}{(-9)^{-2}}$$

C işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{-1}{27}$ B) $\frac{-1}{9}$ **C) $\frac{-1}{3}$** D) 3 E) 9

$$\frac{3^2 \cdot 3^{-4} \cdot 3^{-3}}{3^{-4}} = - \frac{3^{-5}}{3^{-4}}$$

$$= - 3^{-1}$$

$$= - \frac{1}{3}$$

2.

$$9^x = 4 \Rightarrow 3^x = 2$$

eşitliği veriliyor.

C Buna göre, $3^x + 27^{-x}$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 71 B) $\frac{17}{2}$ **C) $\frac{17}{8}$** D) 2 E) $\frac{1}{8}$

$$3^x + (3^x)^{-3} = 2 + 2^{-3}$$

$$= 2 + \frac{1}{8}$$

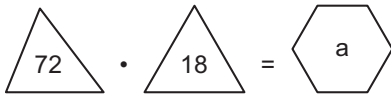
$$= \frac{17}{8}$$

3.

n kenarlı bir düzgün çokgenin içine yazılan bir a doğal sayısı ile oluşturulan sembol ile a^n sayısı gösterilmektedir.

Örneğin, $\boxed{5}$ sembolü ile 5^4 sayısı gösterilmektedir.

Buna göre,



E eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 **E) 36**

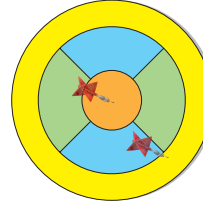
$$72 \cdot 18 = a^6$$

$$(2^3 \cdot 3^2)^3 \cdot (3^2 \cdot 2)^3 = a^6$$

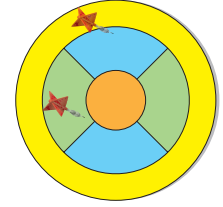
$$2^{12} \cdot 3^{12} = a^6 \Rightarrow 6^{12} = a^6 \Rightarrow 6^2 = a$$

$$36 = a$$

4. Aşağıda iki dart tahtası verilmiştir. Koray ve Serhat altlarında isimleri yazan dart tahtalarına ikişer atış yapacaklardır.



Koray
Turuncu
Sarı



Serhat
Mavi
Yeşil

Okların isabet edeceği renkler sonucunda alınacak puanlar tabloda gösterilmiştir.

-2^x	2^{x-1}	2^{x+2}	2^{x+1}

Buna göre, Koray'ın alacağı toplam puanın Serhat'ın alacağı toplam puana oranı kaçtır?

E

$$\frac{2^{x+1} - 2^x}{2^{x-1} + 2^{x+2}} = \frac{2^x \cdot (2^2 - 2^1)}{2^{x-1} \cdot (2^0 + 2^3)} = \frac{2}{9}$$

5.

Uluslararası standart A türündeki kağıt boyutları büyükten küçüğe doğru A0, A1, A2, ..., A9, A10 şeklinde sıralanırlar.

$$A_0 = 2^0 = 1$$

$$A_1 = 2^{-1}$$

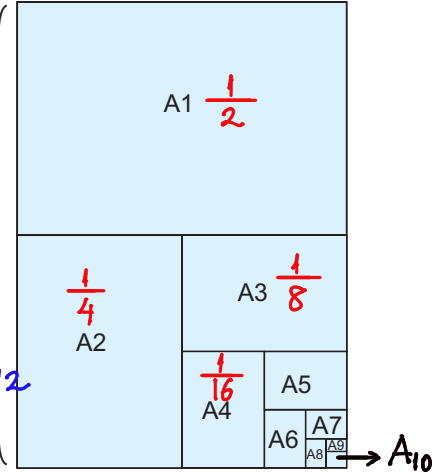
$$A_2 = 2^{-2}$$

$$A_3 = 2^{-3}$$

$$\vdots$$

$$A_{10} = 2^{-10}$$

$$\frac{A_{10}}{4} = \frac{2^{-10}}{2^2} = 2^{-12}$$



A0 kağıdı tam ortadan ikiye katlandığında A1 şeklinde iki eşit parça, A1 kağıdı tam ortadan ikiye katlandığında A2 şeklinde iki eşit parça elde edilir. Bu durum A10 kağıdına kadar bu şekilde devam eder.

Buna göre, A10 kağıdı 4 eşit parçaya bölündüğünde oluşan parçalardan her biri A0 kağıdının kaç katı olur?

- D** A) 2^{-9} B) 2^{-10} C) 2^{-11} **D) 2^{-12}** E) 2^{-14}

Performans Değerlendirme

6. İsmail ve Burak 200 basamaklı bir merdivenin basamaklarını boyayacaklardır. Merdivenin ilk basamağının numarası 1 ve son basamağının numarası 200'dür.

a ve b birer tam sayı olmak üzere, İsmail 2^a numaralı basamakları ve Burak 4^b numaralı basamakları boyayacaklarına göre, merdivendeki kaç basamağı beraber boyamışlardır?

- B A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$2^a \rightarrow 1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^7$$

$$4^b \rightarrow 1, 4^1, 4^2, 4^3$$

$$1, 2^2=4, 2^4=4^2, 2^6=4^3 \Rightarrow 4 \text{ sayı}$$

7. $12^x = 5$ olmak üzere,

$$\frac{2^{x-1} \cdot 3^{x+1}}{2^{-x-2}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- B A) 15 B) 30 C) 35 D) 45 E) 60

$$2^{x-1+x+2} \cdot 3^{x+1} = 2^{2x+1} \cdot 3^{x+1}$$

$$= 4^x \cdot 2 \cdot 3^x \cdot 3$$

$$= 6 \cdot \frac{12^x}{5} = 6 \cdot 5 = 30$$

- 8.

$$\frac{2^{11} - 2^8 + 2^7}{2^9 + 2^8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- C A) 10 B) 5 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{25}{2}$

$$\frac{2^7 \cdot (2^4 - 2^1 + 2^0)}{2^7 \cdot (2^2 + 2^1)} = \frac{16 - 2 + 1}{4 + 2}$$

$$= \frac{15}{6}$$

$$= \frac{5}{2}$$

- 9.

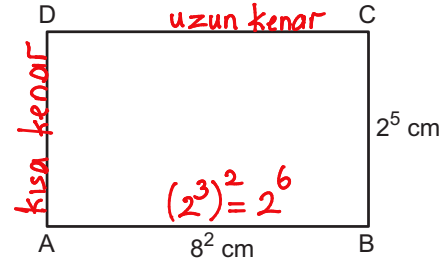
$$\frac{3^7 - 6 \cdot 3^3}{75^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- C A) $\frac{3}{25}$ B) $\frac{6}{25}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{18}{25}$ E) $\frac{27}{25}$

$$\frac{3^7 - 2 \cdot 3^4}{(5^2)^2 \cdot 3^2} = \frac{3^4 \cdot (3^3 - 2)}{5^4 \cdot 3^2} = \frac{3^4 \cdot 5^2}{5^4 \cdot 3^2} = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

10. Aşağıda bir dikdörtgen verilmiştir.



Buna göre,

I. Dikdörtgenin çevresi $3 \cdot 2^6$ cm dir.

II. Dikdörtgenin alanı 2^{12} cm² dir.

III. Uzun kenar kısa kenarın 2 katıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- D A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III

- ✓ I ve III E) I, II ve III

$$I. 2 \cdot (2^6 + 2^5) = 2 \cdot 2^5 \cdot (2+1) = 3 \cdot 2^6$$

$$II. 2^5 \cdot 2^6 = 2^{5+6} = 2^{11}$$

$$III. \frac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2$$

11. x bir tam sayı olmak üzere,

$$120 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{2^x}{5^x}$$

çarpımının sonucu bir doğal sayı olduğuna göre, x'in alabileceği kaç farklı değer vardır?

- D A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$x = -3, -2, -1, 0, 1$$

Performans Değerlendirme

1.

$$\frac{6^{-5} \cdot 9^2 \cdot 3}{2^{-6}}$$

D işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{-1}{2}$ C) -2 D) 2 E) 4

$$\frac{2^{-5} \cdot 3^{-5} \cdot 3^4 \cdot 3^1}{2^{-6}} = \frac{2^{-5} \cdot 3^{-5+4+1}}{2^{-6}}$$

$$= 2^{-5+6}$$

$$= 2$$

2.

$$5^a = x$$

$$2^a = y$$

olduğuna göre, 20^{a+1} ifadesinin x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $20xy^2$ B) $40x^2y$ C) $80xy$
D) $10x^2y^2$ E) $60xy^2$

$$20^{a+1} = 20 \cdot 20^a$$

$$= 20 \cdot \underbrace{(2^a)^2}_{y^2} \cdot \underbrace{5^a}_x$$

$$= 20 \cdot xy^2$$

3.

Her yüzünde bir tane sayı olan bir zarın üst yüzündeki sayı 3 olup zarın karşılıklı her iki yüzündeki sayıların çarpımı 9^{10} dur.

Buna göre, zarın üst yüzü dışındaki yüzlerinde yazan sayıların çarpımı kaçtır?

- A) 3^{55} B) 3^{56} C) 3^{57} D) 3^{58} E) 3^{59}

3'ün karşısındaki sayı x olsun.

$$3 \cdot x = 9^{10} \Rightarrow 3 \cdot x = 3^{20} \Rightarrow x = 3^{19}$$

$$9^{10} \cdot 9^{10} \cdot 3^{19} = 3^{20} \cdot 3^{20} \cdot 3^{19}$$

$$= 3^{59}$$

4. $a \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{5}{1-3^a} + \frac{5}{1-3^{-a}}$$

D toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -5 B) $\frac{-1}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) $5 \cdot 3^a$

$$\frac{5}{1-3^a} + \frac{5}{1-\frac{1}{3^a}} = 5 \cdot \left(\frac{1}{1-3^a} + \frac{3^a}{3^a-1} \right)$$

$$= 5 \cdot \left(\frac{1-3^a}{1-3^a} \right)$$

$$= 5$$

5. $3^x \cdot 15^{2-x} = 9$

B eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{2}{3}$

$$3^x \cdot 15^2 \cdot 15^{-x} = 9$$

$$3^x \cdot 225 \cdot \frac{1}{3^x \cdot 5^x} = 9$$

$$25 = 5^x \Rightarrow x = 2$$

6.

Şekil 1'deki üç bölmeli kartın her bölümünde bir tam sayı vardır. Bu sayılardan biri diğer ikisinin çarpımına eşittir. Bu sayılar görünmesin diye kartın üst yüzeyi gri renkle boyanmıştır. Şekil 2 ve Şekil 3'te karttaki boyanın iki farklı biçimde kazınışı gösterilmiştir.

Şekil 1

x		
---	--	--

Şekil 2

	2 ⁷	
--	----------------	--

Şekil 3

		6 ⁷
--	--	----------------

$$x = 2^7 \cdot 6^7 = 12^7$$

$$x \cdot 2^7 = 6^7 \Rightarrow x = 3^7$$

$$6^7 \cdot x = 2^7 \Rightarrow x = 3^{-7}$$

Tam sayı değil

Buna göre, kartta en soldaki bölmede yazan sayının alabileceği değerlerin oranı en çok kaçtır?

- C A) 2^{16} B) 2^{15} D) 2^{14} E) 2^{12}

$$\frac{12^7}{3^7} = 4^7 = (2^2)^7 = 2^{14}$$

Performans Değerlendirme

7. Tarlalarından topladıkları zeytinleri yağ fabrikasında sıkıran beş kişi elde ettikleri zeytinyağlarını numune vererek asit testine sokmuştur. Test sonuçları 0,abc gram asit cinsinden ölçülecektir.

Aşağıdaki tabloda numune veren kişiler ve a, b, c rakamlarının kişilere göre değerleri verilmiştir.

Kişi	a	b	c
Halil	1	2	3
Dursen	1	3	2
Çağdaş	2	1	3
İsmail	2	3	1
Esin	3	1	2

0,123
0,132
0,213
0,231
0,312

Buna göre, verdiği numunede

$$2 \cdot 10^{-1} + 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$$

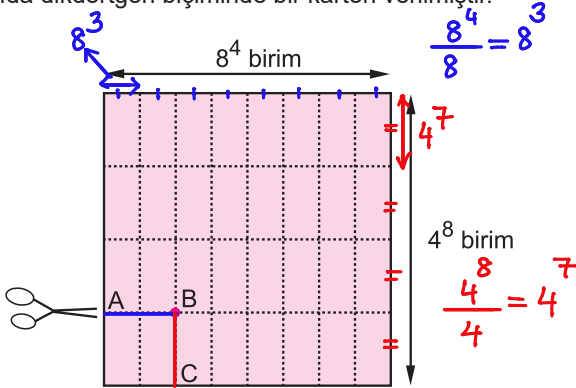
c gram asit çıkan kişi kimdir?

- A) Halil B) Dursen C) Çağdaş

- D) İsmail E) Esin

$$10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^2 + 10^1 + 3 \cdot 10^0) = 213 \cdot 10^{-3} = 0,213$$

8. Aşağıda dikdörtgen biçiminde bir karton verilmiştir.



$$2 \cdot (2 \cdot 8^3) \cdot 4^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2^9 \cdot 2^7 = 2^{25}$$

Ege kartona eş aralıklı yatay ve eş aralıklı dikey çizgiler çizdikten sonra A noktasından B noktasına kadar ve C noktasından B noktasına kadar kesmiştir.

Buna göre, Ege'nin bu kesimle elde ettiği küçük karton parçasının iki yüzünün alanları toplamı kaç birimkaredir?

- D A) 2^{22} B) 2^{23} C) 2^{24} D) 2^{25} E) 2^{26}

9. Bir pozitif tam sayı, taban ve üssü 1'den büyük doğal sayı olacak biçimde üslü sayı şeklinde yazıldığında taban ve üssün toplamının en büyük değerine bu pozitif tam sayının gücü denir.

Örneğin; $64 = 2^6$, $64 = 4^3$, $64 = 8^2$, $8 + 2 = 10$ olduğundan, 64 sayısının gücü 10'dur.

c Buna göre, 3^8 sayısının gücü kaçtır?

- A) 11 B) 13 C) 83 D) 87 E) 242

$$3^8 \rightarrow 3 + 8 = 11$$

$$(3^2)^4 = 9^4 \rightarrow 9 + 4 = 13$$

$$(3^4)^2 = 81^2 \rightarrow 81 + 2 = 83$$

- 10.

$$\frac{(-2)^5 \cdot 5^9 \cdot (-9)^3}{(-10)^6 \cdot 15^4}$$

E işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) -0,9 C) -0,8

- D) 0,8

$$\frac{-2^5 \cdot 5^9 \cdot -3^6}{2^6 \cdot 5^6 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = \frac{2^5 \cdot 5^9 \cdot 3^6}{2^6 \cdot 5^{10} \cdot 3^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 3^2 = \frac{9}{10} = 0,9$$

11. $3 \cdot 2^{18} \cdot 5^{15} + 19 \cdot 2^{17} \cdot 5^{15}$

B toplamının sonucu kaç basamaklıdır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

$$3 \cdot 2^3 \cdot 2^{15} \cdot 5^{15} + 19 \cdot 2^2 \cdot 2^{15} \cdot 5^{15}$$

$$24 \cdot 10^{15} + 76 \cdot 10^{15}$$

$$100 \cdot 10^{15} = 10^2 \cdot 10^{15} = 10^{17} \rightarrow 18 \text{ basamaklı}$$

GERÇEL SAYI OLMA ŞARTI

- a bir gerçel sayı ve $n \geq 2$ bir çift sayı olmak üzere, $x^n = a$ denklemini sağlayan pozitif x gerçel sayısına,
- a bir gerçel sayı ve $n \geq 3$ bir tek sayı olmak üzere, $x^n = a$ denklemini sağlayan a ile aynı işaretteki x gerçel sayısına, a'nın n'inci kuvvetinden kökü denir ve $\sqrt[n]{a} = x$ ile gösterilir. Özel olarak; n = 2 için \sqrt{a} ifadesine karekök a, n = 3 için $\sqrt[3]{a}$ ifadesine küpkök a denir.
- n bir tam sayı olmak üzere, $\sqrt[n]{a}$ ifadesinin bir gerçel sayı belirtmesi için,
 - i) $n \geq 2$ ve n çift sayı ise $a \geq 0$ olmalıdır.
 - ii) $n \geq 3$ ve n tek sayı ise her zaman reel sayı belirtir.

1.

$$\sqrt{7-x} + \sqrt[4]{x-2}$$

toplamını oluşturan her köklü sayı bir gerçel sayı olduğuna göre, x'in alacağı kaç tane doğal sayı değeri vardır?

6

$$\begin{array}{l} 7-x \geq 0 \quad x-2 \geq 0 \\ 7 \geq x \quad x \geq 2 \end{array}$$

$$2 \leq x \leq 7 \rightarrow 7-2+1 = 6 \text{ tane}$$

2. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-1} = 0$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

4

$$\begin{array}{l} x-3=0 \quad y-1=0 \\ x=3 \quad y=1 \end{array}$$

$$x+y = 3+1 = 4$$

3. x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\sqrt{x-7} + \sqrt{7-x}$$

toplamını oluşturan her köklü sayı bir gerçel sayı olduğuna göre, $\sqrt{x^2-24}$ ifadesinin değeri kaçtır?

5

$$\begin{array}{l} x-7 \geq 0, \quad 7-x \geq 0 \\ x \geq 7, \quad 7 \geq x \end{array} \} x=7$$

$$\sqrt{7^2-24} = \sqrt{25} = 5$$

KÖKLÜ SAYIYI ÜSLÜ SAYI OLARAK YAZMAK

x pozitif bir gerçel sayı m bir tam sayı ve $n \geq 2$ bir tam sayıdır.

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

ifadesine rasyonel üslü ifade denir.

1. m ve n birer tam sayı olmak üzere,

$$\sqrt{3^m} = \sqrt[3]{81^n}$$

8 olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

$$3^{\frac{m}{2}} = 3^{\frac{4n}{3}} \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{4n}{3}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{8}{3}$$

2.

$$\frac{\sqrt{2^x-2}}{\sqrt[3]{2^x+1}} = 16$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

32

$$\frac{2^{\frac{x-2}{2}}}{2^{\frac{x+1}{3}}} = 2^{\frac{x-2}{2} - \frac{x+1}{3}} = 2^4$$

$$\frac{x-2}{2} - \frac{x+1}{3} = 4 \Rightarrow x-8 = 24$$

$$x = 32$$

3. Bir bireyin fiziksel aktivite sırasında attığı kilogram türünden ter miktarı T ve bireyin kilogram cinsinden kütlesi K olmak üzere, T ve K arasında

$$T = 0,11 \cdot \sqrt[3]{K^2}$$

bağıntısı vardır.

Buna göre, 27 kilogram ağırlığındaki bir kişi yapacağı fiziksel aktivitede kaç kilogram ter atar?

0,99

$$T = 0,11 \cdot 27^{\frac{2}{3}}$$

$$T = 0,11 \cdot (3^3)^{\frac{2}{3}} = 0,11 \cdot 3^2 = 0,99$$

4.

$$\frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[6]{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)}$$

$$= 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

KÖKLÜ SAYI VE MUTLAK DEĞER İLİŞKİSİ

- a bir tam sayı ve $a \geq 2$ olmak üzere,
 - ★ a tekse $\sqrt[a]{x^a} = x$ ve
 - ★ a çiftse $\sqrt[a]{x^a} = |x|$ dir.

1. $\sqrt{(-4)^2} + \sqrt{25} + \sqrt[3]{-8}$

7 işleminin sonucu kaçtır?

$$|-4| + 5 - 2$$

$$4 + 5 - 2 = 7$$

2. $a < b < 0$ olmak üzere,

$$\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3}$$

işleminin sonucunu bulunuz.
b - a

$$|\overline{a}| + b = -a + b$$

$$= b - a$$

3.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + |-\sqrt{3}|$$

2 işleminin sonucu kaçtır?

$$|2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3}$$

$$2 - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}} = 2$$

4. $x < 0 < y$ olmak üzere,

$$\sqrt{(x - y)^2} + \sqrt{x^2} + y$$

ifadesinin eşitini bulunuz.
 $2y - 2x$

$$|\overline{x - y}| + |\overline{x}| + y$$

$$-x + y - x + y = 2y - 2x$$

BİR SAYIYI KÖK İÇİNE ALMA VE KÖK DIŞINA ÇIKARMA

$k > 0$ olmak üzere, $k \cdot \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{k^n \cdot x}$ dir.

Örneğin; $3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 3^2} = \sqrt{45}$

$$2 \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3} = \sqrt[5]{96}$$

$$\sqrt[3]{a^7} = \sqrt[3]{a^3 \cdot a^3 \cdot a} = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$$
 dir.

1.

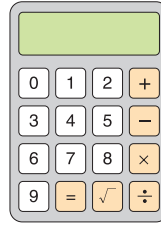
$$\sqrt[6]{4^3} + \sqrt{3^2 + 4^2}$$

7 işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt[6]{2^6} + \sqrt{9 + 16} = 2 + 5$$

$$= 7$$

2. Aşağıda dört işlem ve karekök alma işlemi yapan bir hesap makinesi gösterilmiştir.



Önder bu makinede sıfır dışında önce arka arkaya iki sayı tuşuna, sonra karekök alma tuşuna ve en son da "eşittir" tuşuna basmıştır.

Makinenin sonuç ekranına bir tam sayı geldiğine göre, Önder'in bastığı ilk tuştaki sayı kaç farklı değer alabilir?

6 16, 25, 36, 49, 64, 81

ilk tuştaki sayı : 1, 2, 3, 4, 6, 8 olabilir.

3. Bir öğrenci, köklü sayıların toplamını aşağıdaki ifadede olduğu gibi öğrenmiştir.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = \sqrt{a + b + c}$$

Buna göre, $\sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{144}$ işleminin sonucu, öğrencinin bildiği ifadeye göre bulacağı sonuçtan kaç fazladır?

Doğrusu : $\sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{144} = 3 + 4 + 12 = 19$

Öğrenci : $\sqrt{9 + 16 + 144} = \sqrt{169} = 13$

$$19 - 13 = 6$$

4. A, B birer pozitif tam sayı ve $A > 1$ olmak üzere,

$$A\sqrt{B} = \sqrt{180} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5}$$

70 olduğuna göre, B'nin alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$2\sqrt{45}, 3\sqrt{20}, 6\sqrt{5}$$

$$45 + 20 + 5 = 70$$

KAREKÖKLÜ SAYILARIN HANGİ İKİ ARDIŞIK SAYI ARASINDA
OLDUĞUNU BULMAK

Bir kareköklü sayının yaklaşık değerini bulmak için bu kareköklü sayının hangi iki tamkare sayı arasında olduğunu bulmak gerekir.

Örneğin; $\sqrt{17}$ sayısı için,

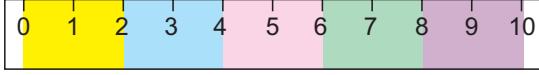
$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{24}$$

$$\sqrt{4^2} < \sqrt{17} < \sqrt{5^2}$$

$$4 < \sqrt{17} < 5$$

olduğu görülür.

1. En çok 10 cm ölçen bir cetvelde, 0 ve 10 cm arası şekildeki gibi beş ayrı renge boyanmıştır.



Akın boyu $3\sqrt{2}$ cm olan kalemin boyunu bu cetvelle ölçmek için kalemin bir ucunu 0 sayısı ile hizalayıp, kalemi cetvele paralel tutuyor.

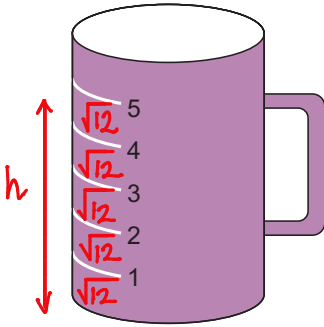
Buna göre, kalemin diğer ucu hangi iki ardışık sayı arasında bulunur?

4 ile 5

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

2. Şekilde Eray'ın dik silindir biçimindeki kupası gösterilmiştir. Kupada, yüksekliği altı eş parçaya ayıran çizgiler vardır.



$$\sqrt{48} = \sqrt{4 \cdot 12} = 2\sqrt{12}$$

$$4\sqrt{12} < h < 5\sqrt{12}$$

$$\sqrt{192} < h < \sqrt{300}$$

Eray kupasına 2 nolu çizgiye kadar su koyduğunda kupadaki suyun yüksekliği $\sqrt{48}$ cm oluyor.

Buna göre, Eray kupasına 4 ve 5 nolu çizgiler arasındaki herhangi bir yere kadar su koyduğu zaman suyun yüksekliği cm birimine göre

- I. $10\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{200}$ olur.
 II. $7\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{245}$ olur.
 III. $4\sqrt{11} \rightarrow \sqrt{176}$ olmaz.

sayılarından hangileri olabilir?

I ve II

KÖKLÜ SAYILARDA TOPLAMA-ÇIKARMA

$a \cdot \sqrt[n]{x}$ ve $b \cdot \sqrt[n]{x}$ ifadesine benzer köklü ifadeler denir.

a ve b benzer köklü ifadelerin katsayılarıdır.

Benzer köklü ifadeler birbirleriyle toplanıp, çıkarılabilir.

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} - c\sqrt[n]{x} = (a + b - c) \cdot \sqrt[n]{x} \text{ olur.}$$

1.

$$\sqrt{162} + 4\sqrt{2} - \sqrt{8}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$11\sqrt{2}$

$$\sqrt{81 \cdot 2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{4 \cdot 2}$$

$$9\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$(9 + 4 - 2) \cdot \sqrt{2} = 11 \cdot \sqrt{2}$$

2. $x \geq 0$ olmak üzere,

$$4\sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{25 \cdot x}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$8\sqrt{x}$

$$4\sqrt{x} - \sqrt{x} + 5\sqrt{x}$$

$$(4 - 1 + 5) \cdot \sqrt{x} = 8 \cdot \sqrt{x}$$

3.

$$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$2\sqrt[3]{2}$

$$\sqrt[3]{5^3 \cdot 2} - \sqrt[3]{3^3 \cdot 2}$$

$$5 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} = 2 \cdot \sqrt[3]{2}$$

4.

$$\frac{\sqrt{98} - \sqrt{18}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{49 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{4 \cdot 2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

2

$$\frac{7\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2$$

KÖKLÜ SAYILARDA SIRALAMA

Köklü sayılarda sıralama yaparken kök dereceleri eşit değilse eşitleyip sıralama yapılır.

$a > 0$ olmak üzere, kökün ve içinin dereceleri aynı sayı ile sadeleştirilebilir veya genişletilebilir.

$$\sqrt[k]{a^n} = \sqrt[l \cdot k]{a^{l \cdot n}} = \sqrt[l]{\sqrt[k]{a^n}}$$

şeklinde yazılır.

$$\text{Örneğin; } \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4 \cdot 2]{2^3 \cdot 2} = \sqrt[8]{2^6}$$

$$\sqrt[6]{5^9} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{5^9}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{5^9}}$$

1.

$$a = 5\sqrt{2} = \sqrt{50}$$

$$b = \sqrt{55}$$

$$c = \frac{3}{2}\sqrt{24} = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot 24} = \sqrt{54}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$a < c < b$$

$$a < c < b$$

2.

$$a = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt[6]{8}$$

$$b = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[6]{9}$$

$$c = \sqrt[6]{10} = \sqrt[6]{10}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$a < b < c$$

$$a < b < c$$

3. A, B ve C uçurtmalarının yerden yükseklikleri sırasıyla 30 metre, $\sqrt{1000}$ metre ve $9\sqrt{10}$ metredir.

Buna göre, A, B ve C uçurtmalarının yerden yüksekliklerini alçaktan yükseğe doğru sıralayınız.

$$c < A < B$$

$$30 = \sqrt{900}, \sqrt{1000}, \sqrt{810}$$

$$c < A < B$$

KÖKLÜ SAYILARDA ÇARPMA-BÖLME

Her bir ifade tanımlı ve $n \geq 2$ bir tam sayı olmak üzere,

- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ dir. ($x \geq 0, y \geq 0$)
(Aynı dereceden köklü ifadeler çarpılabilir.)
- $\sqrt[n]{x \cdot y \cdot z} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} \cdot \sqrt[n]{z}$
(Kökün içindeki pozitif çarpanlar ayrılabilir.)
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$ dir. ($y \neq 0$)
(Aynı dereceden köklü ifadeler bölünebilir.)

$$1. \quad 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 12} &= 2 \cdot \sqrt{36} \\ &= 2 \cdot 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

2.

$$\frac{\sqrt{32}}{(\sqrt{2})^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{4} = 2$$

$$3. \quad \sqrt[6]{25} \cdot \sqrt[6]{5}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{25 \cdot 5} &= \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{5^3}} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

KÖKLÜ SAYILARDA ÇARPMA VE BÖLME

4. $\sqrt{1,69} - \sqrt{0,36} + \sqrt{0,01}$

 $\frac{4}{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{\frac{169}{100}} - \sqrt{\frac{36}{100}} + \sqrt{\frac{1}{100}}$$

$$\frac{13}{10} - \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$$

$$= \frac{4}{5}$$

5.

$$\frac{\sqrt{52} \cdot \sqrt{32}}{\sqrt{26}}$$

8 işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{\frac{52 \cdot 32}{26}} = \sqrt{2 \cdot 32} = \sqrt{64}$$

$$= 8$$

6.

$$\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$$

 $\sqrt{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{3})}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

BİR KÖKLÜ SAYIYI EŞLENİĞİ İLE ÇARPMAK

1. $\sqrt{(5\sqrt{2} - \sqrt{6}) \cdot (5\sqrt{2} + \sqrt{6})}$

2 $\sqrt{11}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{(5\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{50 - 6}$$

$$= \sqrt{44}$$

$$= 2\sqrt{11}$$

2. Aşağıda iki ağaç verilmiştir. A ağacının boyu
- $3\sqrt{2} + 1$
- metre olup B ağacı ise A ağacından 2 metre kısadır.



$$3\sqrt{2} + 1$$



$$3\sqrt{2} - 1$$

Buna göre, ağaçların boyları çarpımı metrekare türünden kaçtır?

17

$$(3\sqrt{2} + 1) \cdot (3\sqrt{2} - 1)$$

$$(3\sqrt{2})^2 - 1^2 = 18 - 1 = 17$$

3. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-5} = 3$

olduğuna göre,

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-5} = A$$

2 toplamının değeri kaçtır?

taraf tarafa çarpalım

$$(\sqrt{2x+1})^2 - (\sqrt{2x-5})^2 = 3 \cdot A$$

$$2x+1 - (2x-5) = 3 \cdot A$$

$$2x+1 - 2x+5 = 3 \cdot A$$

$$6 = 3 \cdot A \Rightarrow A = 2$$

PAYDAYI RASYONEL YAPMA

Çarpımları rasyonel sayı olan iki irrasyonel ifadeden her birine diğerinin eşleniği denir.

Paydasında köklü ifade bulunan kesirli ifadenin paydasını rasyonel yapmak için kesirli ifadenin pay ve paydası, payda kısmının eşleniği ile çarpılır.

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$
- $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a$
- $(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$ dir.

1.

$$\frac{3}{\sqrt{3}} + 5\sqrt{3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{3\sqrt{3}}{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

2.

$$\frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5} \cdot (2 + \sqrt{5})}{4 - 5} = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 5 = -5$$

3.

$$\frac{5}{\sqrt{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{5\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6}}{6} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$$

4.

$$\frac{1}{[(\sqrt{3} + 1)^2 - \sqrt{12}] \cdot \sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{1}{(3 + 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

YAKLAŞIK DEĞER BULMAK

1. $\sqrt{17} \approx 4,12$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{8,5}{2}}$$

işleminin yaklaşık değeri kaçtır?

$$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{85}{20}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{4} \approx \frac{4,12}{4} \approx 1,03$$

2. $40 < a < 200$, $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1}$ ile $\frac{1}{\sqrt{a}}$ sayısının virgülden sonra en az

3 basamağı aynı olmaktadır.

Örneğin; $\sqrt{50} - \sqrt{48} \approx \frac{1}{\sqrt{49}} = \frac{1}{7}$ olur.

Buna göre $\sqrt{65} - \sqrt{63}$ sayısı yaklaşık olarak 0,abc ondalıklı sayısına eşit olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

8

$a = 64$ için

$$\sqrt{65} - \sqrt{63} \approx \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0,125$$

$$a + b + c = 1 + 2 + 5 = 8$$

3. Bir çiftçi alanı 20 m^2 olan kare şeklindeki tarlasının dört tarafını çit ile çevirecektir.

Buna göre, çiftçi tam sayı olarak kaç metre çit almalıdır ki çevirme işleminden sonra elinde en az uzunlukta çit kalsın?

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= a^2 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5} \\ \text{Çevre} &= 4 \cdot a \\ &= 4 \cdot 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \\ &= \sqrt{320} \end{aligned}$$

$$\sqrt{320} < \sqrt{324} = 18$$

En az 18 metre çit olmalıdır.

İÇ İÇE KÖKLER

$$\bullet \sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x} \text{ dir.}$$

Örneğin; $\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[30]{2}$ olur.

$$\bullet \sqrt[n]{a \sqrt[m]{b}} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b}$$

1.

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{27^5}}$$

3 işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt[15]{(3^3)^5} = \sqrt[15]{3^{15}} = 3$$

2.

$$\sqrt[2^{-1} \cdot \sqrt[3]{16}}$$

 $\sqrt[6]{2}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{\frac{-3}{2 \cdot 16}} &= \sqrt[6]{\frac{-3 \cdot 4}{2 \cdot 2^4}} \\ &= \sqrt[6]{2} \end{aligned}$$

3.

$$\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3}} = 3^x$$

 $\frac{2}{3}$ denklemindeki x kaçtır?

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{3^3 \cdot 3^1} &= 3^x \Rightarrow 3^{\frac{4}{6}} = 3^x \\ x &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

4. a ve b aralarında asal birer doğal sayı olmak üzere,

$$\sqrt{\sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{9}}} = 3^{\frac{a}{b}}$$

17 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} \sqrt[12]{3^3 \cdot 9} &= \sqrt[12]{3^5} = 3^{\frac{5}{12}} = 3^{\frac{a}{b}} \\ a &= 5 \quad b = 12 \\ a + b &= 5 + 12 = 17 \end{aligned}$$

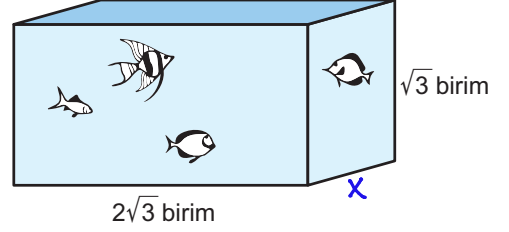
KÖKLÜ SAYI PROBLEMLERİ

1. Alt taban ayrıtları a birim ve b birim; yüksekliği c birim olan dikdörtgen prizmanın hacmi V olmak üzere,

$$V = a \cdot b \cdot c$$

eşitliği ile bulunur.

Aşağıda, dikdörtgenler prizması biçimindeki bir akvaryumun iki ayrıtlarının uzunluğu verilmiştir.



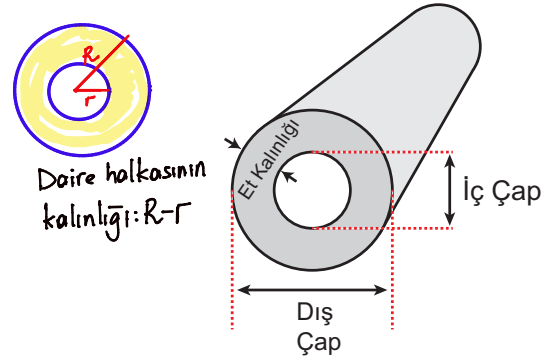
Akvaryumun alt tabanının çevre uzunluğu

$\sqrt{48} + \sqrt{8}$ birim olduğuna göre, akvaryumun hacmi kaç birimküptür?

 $\sqrt[6]{2}$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (2\sqrt{3} + x) &= \sqrt{48} + \sqrt{8} \\ 4\sqrt{3} + 2x &= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \\ V &= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. Aşağıda bir PVC boru görseli verilmiştir.



Borunun dış çapı $\sqrt{98,01}$ birim ve iç çapı $\sqrt{1,96}$ birimdir.

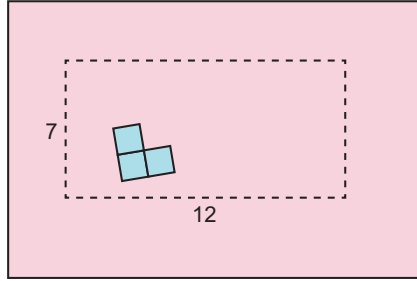
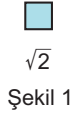
Buna göre, borunun et kalınlığı kaç birimdir?

4,25

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{98,01}}{2} - \frac{\sqrt{1,96}}{2} &= \frac{9,9}{2} - \frac{1,4}{2} \\ &= \frac{8,5}{2} \\ &= 4,25 \end{aligned}$$

KÖKLÜ SAYI PROBLEMLERİ

3. Şekil 1'de bir kenarı $\sqrt{2}$ birim olan kare biçiminde bir arma ve Şekil 2'de pembe renkli bir kumaş gösterilmiştir. Bu armalardan yeteri kadar vardır.



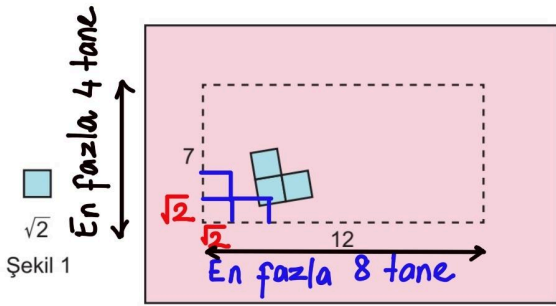
Akif bu kumaşın, kenarları 7 ve 12 birim olan dikdörtgen biçimindeki kısmına Şekil 1'deki armaları, armaların arasında boşluk olmadan ve her arma tamamen görünecek biçimde istediği gibi yapıştıracaktır.

- 32 Buna göre, Akif en fazla kaç tane arma yapıştırabilir?

$$7 = \sqrt{49}, \quad x \cdot \sqrt{2} \leq \sqrt{49} \quad x \text{ en çok } 4$$

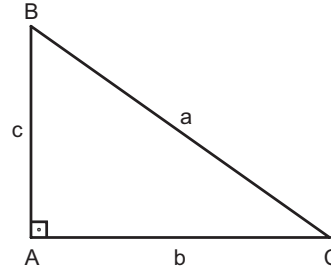
$$12 = \sqrt{144}, \quad y \cdot \sqrt{2} \leq \sqrt{144} \quad y \text{ en çok } 8$$

(x ve y tam sayı olmalı)

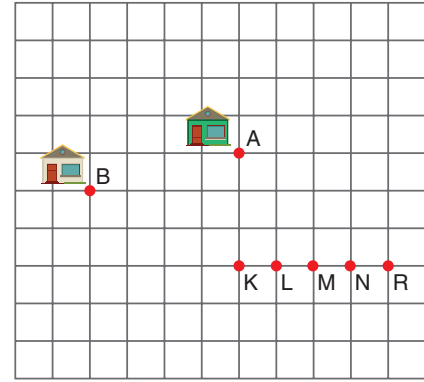


$$4 \cdot 8 = 32$$

4. Dik üçgende en büyük kenar olan hipotenüs uzunluğu $a^2 = b^2 + c^2$ bağıntısı ile bulunur.



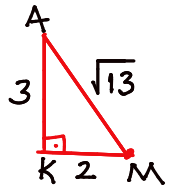
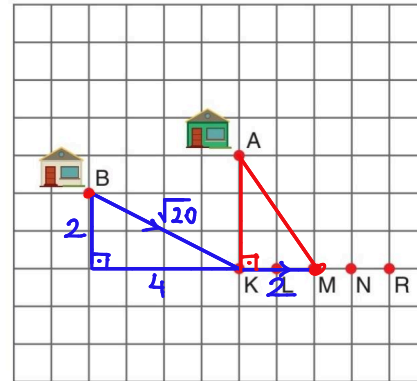
Yatay ve dikey doğrultuda birer birim aralıklarla oluşturulmuş noktalar ile bu noktalardan bazıları adlandırılarak aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



B noktasındaki evinden yola çıkan Erdal en kısa yolu kullanarak $\sqrt{20} + 2$ birim yol aldığında K, L, M, N, R noktaları doğrultusunda bir yere ulaşmıştır.

Buna göre, A noktasındaki evinden yola çıkacak olan Ceyda'nın Erdal ile buluşabilmesi için en az kaç birim yol alması gerekir?

$\sqrt{13}$



Performans Değerlendirme

1.
$$\frac{10 \cdot (\sqrt{5} - 1)}{5 - \sqrt{5}}$$

A işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $6\sqrt{5}$
D) $\sqrt{10}$ E) $3\sqrt{10}$

$$\frac{10 \cdot (\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 1)} = \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

2.
$$\sqrt{32} + \frac{4}{6 + 4\sqrt{2}}$$

A işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) $4\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) 2

$$4\sqrt{2} + \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} + \frac{2}{(3 - 2\sqrt{2})} = 4\sqrt{2} + 6 - 4\sqrt{2} = 6$$

3.
$$\left(\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \right) \cdot (2 - \sqrt{5})$$

B işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

$$\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{1} + \frac{2 \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} \right) \cdot (2 - \sqrt{5}) = (2 + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

4. a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\frac{ab}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

$$\frac{ab}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{ab \cdot \sqrt{b}}{b} + \frac{\sqrt{a^4 \cdot b}}{a} = \sqrt{a}$$

$$a \cdot \sqrt{b} + \frac{a \cdot \sqrt{b}}{a} = \sqrt{a}$$

$$(2a\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \Rightarrow 4a^2b = a \Rightarrow a \cdot b = \frac{1}{4}$$

5.
$$\sqrt[3]{4^{x-2}} = 64$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 7

$$\frac{x-2}{3} = 3$$

$$\frac{x-2}{3} = 3 \Rightarrow x-2 = 9 \Rightarrow x = 11$$

6.
$$\frac{\sqrt{12\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{18}}$$

B işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{12^2 \cdot 2}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{\sqrt{12^2 \cdot 2}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{\sqrt{144 \cdot 2}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{\sqrt{288}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt[4]{18}} = 2$$

Performans Değerlendirme

7. $\sqrt{\frac{\sqrt{192-8}}{\sqrt{3+1}}} + 2$

$\sqrt{192} = \sqrt{64 \cdot 3} = 8\sqrt{3}$

B işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3} + 2$

- D) $2\sqrt{3} + 2$ E) $3\sqrt{3}$

$$\sqrt{\frac{8(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1}} + 2 = \sqrt{\frac{8 \cdot (\sqrt{3}-1)^2}{2}} + 2$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{3}-1) + 2$$

$$= 2\sqrt{3} - 2 + 2 = 2\sqrt{3}$$

8. $\frac{0,6}{\sqrt{0,4} \cdot \sqrt[3]{0,027}}$

B işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,3 B) $\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{10}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ E) 10

$$\frac{0,6}{\sqrt{\frac{4}{10}} \cdot \sqrt[3]{\frac{27}{1000}}} = \frac{0,6}{\frac{2}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{10}} = \frac{0,6 \cdot 10}{0,6 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}} = \sqrt{10}$$

9. $x = 3 - \sqrt{10}$ olduğuna göre,

$\frac{\sqrt{3 \cdot x^2}}{\sqrt{10} - 3}$

$x = 3 - \sqrt{10} < 0$
 $x < 0$

C işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{10}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{10}$ E) $\sqrt{10} - \sqrt{3}$

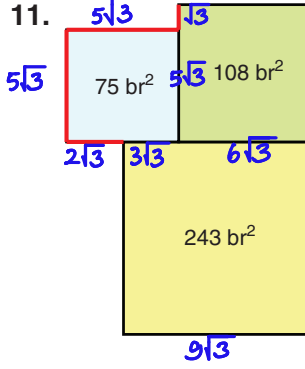
$$\frac{\sqrt{3 \cdot |x|}}{\sqrt{10} - 3} = \frac{\sqrt{3 \cdot (\sqrt{10} - 3)}}{\sqrt{10} - 3} = \sqrt{3}$$

10. $\frac{a-b}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \sqrt{b} = 6 \Rightarrow \frac{(a-b) \cdot (\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b})}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}} + \sqrt{b} = 6$

$$\sqrt{a-b} + \sqrt{b} = 6$$

$$\sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 36$$

- E Buna göre, a kaçtır?
A) 3 B) 9 C) 18 D) 27 E) 36



Yanda alanları birimkare cinsinden verilmiş üç tane kare aşağıdaki gibi yerleştirilmiştir.

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$
 $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$
 $\sqrt{243} = 9\sqrt{3}$

Buna göre, kırmızı renkle gösterilen uzunlukların toplamı kaç birimdir?

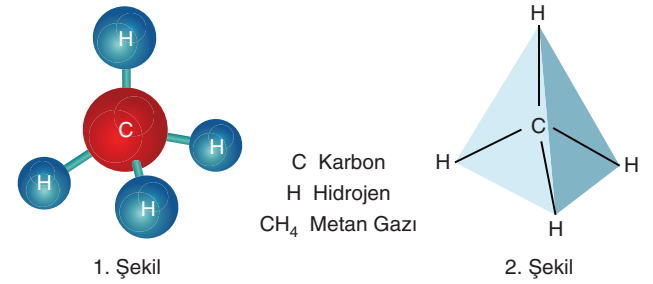
- C A) $11\sqrt{3}$ B) $12\sqrt{3}$ C) $13\sqrt{3}$
D) $14\sqrt{3}$ E) $15\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{3} = 13\sqrt{3}$

12. Atomların uzayda nasıl düzenlendiğini ve birbirlerine hangi sırayla bağlandıklarını bilmek organik kimyayı anlamamanın temelini oluşturur.

Bundan dolayı atomların yapısal formülleri 3 boyutlu hâle getirilmiştir.

Örneğin; Aşağıdaki görselde verilen metandaki karbon atomunun 4 bağının düzgün bir dörtyüzlünün köşelerindeki hidrojen atomlarına yöneldiği ve karbon atomunun merkezde olduğu görülmektedir.



Düzgün dörtyüzlünün bir ayrıtı a, cisim yüksekliği h ve hacmi V olmak üzere,

$(h) = \left(\frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6}\right)^3$ ve $V = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$
 $\frac{0^3 \sqrt{2}}{12} = 4\sqrt{2}$
 $0^3 = 48\sqrt{6}$

eşitlikleri geçerlidir.

Bir kimyager 2. Şekildeki cismin hacmini $4\sqrt{12}$ birimküp bulmuştur.

Buna göre, şeklin cisim yüksekliği kaç birimdir?

- C A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 $h^3 = \frac{1}{27} \cdot 6\sqrt{6} \cdot a^3 \Rightarrow h^3 = \frac{1}{27} \cdot 6\sqrt{6} \cdot 48\sqrt{6} \Rightarrow h = 6$
 $h = 4$

ACİL MATEMATİK

Performans Değerlendirme

1. A ve B birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\sqrt{320} = A \cdot \sqrt{B} \quad \sqrt{320} = \sqrt{64 \cdot 5}$$

olduğuna göre, A'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

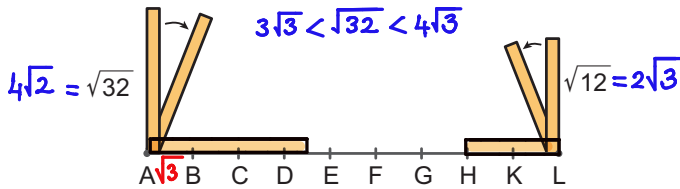
D

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

$$\sqrt{320} = 1 \cdot \sqrt{320} = 2 \cdot \sqrt{80} = 4 \cdot \sqrt{20} = 8 \cdot \sqrt{5}$$

$$1 + 2 + 4 + 8 = 15$$

2. Aşağıdaki şekilde çelik bir tel üzerinde 10 nokta gösterilmiştir. Her ardışık iki nokta arası uzaklık eşit olup $\sqrt{3}$ birimdir.



Başlangıçta yer düzlemine dik duran ve uzunlukları $\sqrt{32}$ birim ve $\sqrt{12}$ birim olan iki ahşap çubuk ok yönünde şekildeki gibi devriliyor.

Buna göre, hangi harflerle isimlendirilmiş noktalar iki bloğun arasında kalır?

C

- A) Yalnız E B) E ile F C) E, F ve G
D) Yalnız F E) F ve G

- 3.

$$\sqrt[2]{2 \cdot 3 \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 2 \sqrt{8}}} = 2^x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

B

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \sqrt{2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 8} = 12 \sqrt{2 \cdot \frac{1}{24} \cdot 2^3} = 12 \sqrt{2^5}$$

$$2^{\frac{5}{12}} = 2^x \Rightarrow x = \frac{5}{12}$$

$$4. \quad \sqrt{2^x} = a \Rightarrow 2^x = a^2$$

$$\sqrt[3]{3^x} = b \Rightarrow 3^x = b^3$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, 12^{x+1} ifadesinin a ve b türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

D

- A) $12a^2b^2$ B) $6a^3b^4$ C) $6a^4b^3$
 D) $12a^4b^3$ E) a^4b^4

$$12^{x+1} = 12^x \cdot 12 = (2^x)^2 \cdot 3^x \cdot 12$$

$$= (a^2)^2 \cdot b^3 \cdot 12$$

$$= 12 \cdot a^4 \cdot b^3$$

- 5.

$$\sqrt[3]{\frac{3^{18} - 3^{12}}{3^6 - 1}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

D

- A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

$$\sqrt[3]{\frac{3^{12} \cdot (3^6 - 1)}{3^6 - 1}} = \sqrt[3]{3^{12}} = 3^4$$

$$= 81$$

- 6.

$$\sqrt[3]{2^2 \cdot 14} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} + \sqrt[3]{7} = \sqrt[6]{49 \cdot x}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

C

- A) $5 \cdot \sqrt[3]{7}$ B) $\sqrt[3]{7}$ C) 5 D) 7 E) 1

$$\sqrt[3]{3 \cdot 2 \cdot 7} + \sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 7} + \sqrt[3]{7} = \sqrt[6]{7^2 \cdot x}$$

$$2 \cdot \sqrt[3]{7} + 2 \cdot \sqrt[3]{7} + 1 \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7 \cdot x}$$

$$5 \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{7 \cdot x}$$

$$5 = x$$

Performans Değerlendirme

7.

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{(1-\sqrt{6})^2}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$(1-\sqrt{6})^2 = (\sqrt{6}-1)^2$$

B toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{6}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}} + \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{6}+1} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= 2 - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}}$$

$$= 2$$

8. $x = \frac{25}{4}$ olduğuna göre,

$$\frac{2x\sqrt{y} + \sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$$

C ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

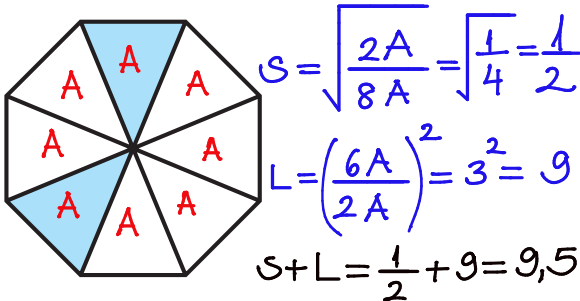
- A) 3 B) $3\sqrt{y}$ C) 6 D) $6\sqrt{y}$ E) \sqrt{y}

$$\frac{\sqrt{xy}(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{xy}} = 2\sqrt{x} + 1$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{25}{4}} + 1$$

$$= 2 \cdot \frac{5}{2} + 1 = 6$$

9.



Şekildeki düzgün sekizgenin eşit alanlı bölgelerinden ikisi maviye boyanmıştır. Boyalı bölgelerin alanları toplamının sekizgenin tüm alanına oranının karekökü S ve boyalı olmayan bölgelerin alanları toplamının boyalı bölgenin alanları toplamına oranının karesi L'dir.

C Buna göre, S + L toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 9,5 D) 10 E) 10,5

10. $\sqrt{x}\sqrt{x} = 8$ olduğuna göre,

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}$$

C ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) $2\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 4

$$4\sqrt{x \cdot x} = 4\sqrt{x^2} = 2^3 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 2$$

$$x = 16$$

$$\sqrt{16+\sqrt{16}} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

11. $(0,5)^{-3} \cdot \sqrt{2} = 4^x$

C olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) 2 C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 1

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \sqrt{2} = 4^x$$

$$2^3 \cdot \sqrt{2} = 4^x \Rightarrow 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x}$$

$$2^{\frac{7}{2}} = 2^{2x}$$

$$\frac{7}{2} = 2x \Rightarrow x = \frac{7}{4}$$

12.

$$\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{10}}$$

E toplamının sonucu kaçtır?

- A) $3 + \sqrt{10}$ B) $3 + 2\sqrt{10}$ C) $\sqrt{10}$

$$\frac{3\sqrt{2} \cdot (5\sqrt{2} + 3\sqrt{5})}{50 - 45} + \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{30 + 9\sqrt{10}}{5} + \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{30 + 10\sqrt{10}}{5}$$

$$= 6 + 2\sqrt{10}$$

Performans Değerlendirme

1. $3 \cdot \sqrt{2,5} - 2 \cdot \sqrt{1,6} + \sqrt{0,9}$

A işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{10}$

B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

C) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

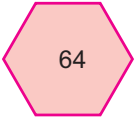
E) $\frac{\sqrt{10}}{20}$

3. $\sqrt{\frac{25}{10}} - 2 \cdot \sqrt{\frac{16}{10}} + \sqrt{\frac{9}{10}}$

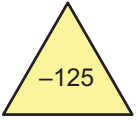

3. $\frac{5}{\sqrt{10}} - 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10}$

2. Aşağıda verilen düzgün çokgenlerin kenar sayıları, içlerine yazılan sayıların kök derecelerini göstermektedir.

Örneğin,


 $= \sqrt[6]{64} = 2$ dir.

Buna göre,


 $+ \square$


D toplamının sonucu kaçtır?

A) -4

B) -2

C) 0

D) 2

E) 4

3. $\sqrt[3]{-125} + \sqrt[4]{(-7)^4}$

3. $\sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt[4]{7^4} = -5 + 7 = 2$

3. $\frac{\sqrt[4]{9} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt[4]{3^2} - \sqrt{9 \cdot 3}}{\sqrt{3}}$

D işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{-1}{4}$

B) -4

C) $\frac{-1}{2}$

D) -2

E) $-2\sqrt{3}$

3. $\frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -2$

4.

$$\frac{\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}}}{\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}}}$$

$\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$

D işleminin sonucu kaçtır?

A) 2

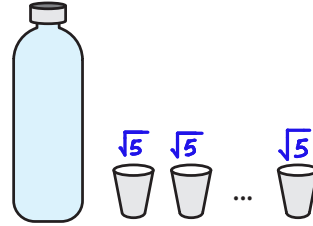
B) $\frac{4}{3}$

C) 1

D) $\frac{3}{4}$

E) $\frac{6}{7}$

$$\frac{\frac{7-1}{\sqrt{7}}}{\frac{7+1}{\sqrt{7}}} = \frac{6}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

5. Aşağıda, $\sqrt{405}$ ml su alabilen bir şişe ve $\sqrt{5}$ ml su alabilen özdeş bardaklar verilmiştir.

Bu suyun tamamı bu bardaklardan en çok kaç tanesini tamamen doldurabilir?

C

A) 12

B) 10

D) 9

E) 8

E) 6

5. $\sqrt{405} = \sqrt{81 \cdot 5} = 9\sqrt{5}$

En çok 9 tanesini tam doldurur.

6.

$$\frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{5} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} &= 3 \\ \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} &= 5 \\ \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} &= \sqrt{15} \end{aligned}$$

C işleminin sonucu kaçtır?

A) $-5\sqrt{5}$

B) $-5\sqrt{3}$

D) -5

$$\frac{3\sqrt{5} - 6}{3} - \frac{15 + 5\sqrt{15}}{5} = \sqrt{5} - 2 - 3 - \sqrt{15} = -5$$

KÜME KAVRAMI

İyi tanımlanmış ve farklı nesnelere oluşan topluluğa küme denir. Burada "iyi tanımlama" ifadesi ortak özellikleri ile verilen bir kümedeki nesnelere herkes tarafından aynı şekilde anlaşılması anlamına gelir.

- Kümeler A, B ve C gibi büyük harflerle gösterilir.
- Bir kümeyi oluşturan nesnelere her birine bu kümenin bir elemanı denir.
- Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$, bir b elemanı A kümesine ait değilse $b \notin A$ biçiminde gösterilir.

KÜMELERİN FARKLI GÖSTERİMLERİ

Liste Yöntemi

Kümeyle ait tüm elemanlar, küme parantezi olan "{" }" şekli içerisine aralarına virgül konularak yazılır. Her eleman yalnız bir kez yazılır ve elemanların birbirleriyle yer değiştirmesi yeni bir küme oluşturmaz.

Bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

Ortak Özellik Yöntemi

Bir kümenin her elemanının sahip olduğu bir takım ortak özellikler varsa kümenin $\{x \mid x\text{'lerin ortak özelliği}\}$ şeklinde gösterilmesine o kümenin ortak özellik yöntemiyle gösterimi denir.

Burada kullanılan " $x \mid$ "

"Küme öyle x'lerden oluşuyor ki" anlamına gelir.

Örneğin; " $A = \{x \mid x \text{ asal sayı}\}$
kümesi, öyle x'lerden oluşuyor ki x sayıları asaldır."
demektir.

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan, boş kümeden farklı, yeterince geniş olan kümeyle evrensel küme denir.

Evrensel küme E ile gösterilir.

Alt Küme

A ve B iki küme olsun. A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise A kümesi B kümesinin bir alt kümesidir denir ve $A \subset B$ ile gösterilir.

A kümesi B kümesinin alt kümesi iken A'nın elemanları ile B'nin elemanlarının aynı olma durumu varsa $A \subseteq B$ ile gösterilir.

Kesişim İşlemleri

A ve B iki küme olmak üzere, hem A kümesine hem de B kümesine ait elemanların oluşturduğu kümeyle A ve B kümelerinin kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.

A ve B kümelerinin kesişim kümesi ortak özellik yöntemi ile

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

şeklinde ifade edilir.

Birleşim İşlemi

A ve B birer kümedir. A ve B kümelerinin tüm elemanlarından oluşan kümeyle A ve B kümelerinin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

A ve B kümelerinin birleşim kümesi ortak özellik yöntemi ile

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

şeklinde gösterilir.

Fark İşlemi

A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A kümesinde olup B kümesinde olmayan tüm elemanların oluşturduğu kümeyle A kümesinin B kümesinden farkı denir ve $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir.

$A \setminus B$ ve $B \setminus A$ kümesi ortak özellik yöntemi ile

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

$$B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ ve } x \notin A\}$$

şeklinde ifade edilir.

Tümleme İşlemi

A kümesi E evrensel kümesinin bir alt kümesi olmak üzere,

A kümesinin elemanı olmayıp E kümesinin elemanı olan elemanlardan oluşan kümeyle A'nın E'ye göre tümleneni veya kısaca A'nın tümleneni denir ve A^c ile gösterilir.

KÜME KAVRAMI

1. Aşağıda verilen,

- "En güzel sütlü tatlılar."
- "İki basamaklı asal sayılar."
- "Haftanın P ile başlayan günleri."

ifadelerinden hangileri bir küme belirtir?

II ve III

- iyi tanımlanmamış (küme değil)
- iyi tanımlanmış (küme)
- iyi tanımlanmış (küme)

2. Asal rakamların kümesi P olmak üzere; P kümesini liste yöntemi ile gösterip, eleman sayısını bulunuz.

$$P = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$s(P) = 4$$

3. C kümesi "KARAVAN" kelimesinin harflerinden oluşmaktadır.

Buna göre, C kümesini liste yöntemiyle yazıp, C kümesinin eleman sayısını bulunuz.

$$C = \{K, A, R, V, N\}$$

$$s(C) = 5$$

4. İki basamaklı 5'in katı olan doğal sayıları ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

$$A = \{x \mid x = 5k, 1 < k < 20, k \in \mathbb{N}\}$$

5. Karesi 10'dan küçük olan tam sayıları ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

$$A = \{x \mid x^2 < 10, x \in \mathbb{Z}\}$$

6. C alt küme işareti olmak üzere;

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{2, 3, 6\}$$

$$C = \{2, 3\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

$$\dots C \dots C \dots$$

noktalı yerlere gelecek harfleri bulunuz.

$$\{2, 3\} \subset \{2, 3, 6\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$C \subset B \subset A$$

7. $M = \{x \mid x \text{ asal bir rakam}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

$$N = \{a, b, 2, 3, 4, 6\}$$

kümeleri veriliyor.

12 $M \subset N$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$M \subset N \Rightarrow a = 5 \Rightarrow b = 7$$

$$a = 7 \Rightarrow b = 5$$

$$a + b = 12$$

8. $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$B = \{2, 3, 8\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre; $A \cap B$, $A \cup B$ ve $A \setminus B$ kümelerini liste yöntemiyle yazınız.

$$A \cap B = \{3, 8\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A \setminus B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$$

9. $A = \{3, a, 8, 11\}$

$$B = \{7, a, 11, 12, b\}$$

kümeleri veriliyor.

$$A \cap B = \{6, 8, 11\}$$

$$a = 8 \text{ olamaz.}$$

-2 olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

$$a = 6 \quad b = 8$$

$$a - b = 6 - 8 = -2$$

KÜME KAVRAMI

10. $A = \{x \mid x \text{ bir rakam}\}$

$B = \{x \mid x \text{ asal sayı}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A - B)$ kaçtır?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

$$A \setminus B = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\} \quad s(A - B) = 6$$

11. • 2 ile bölünebilen tam sayılar kümesi A,
- 3 ile kalansız bölünebilen tam sayılar kümesi B,
- 12 ile kalansız bölünebilen tam sayılar kümesi C

ile gösterilmiştir.

Buna göre, $A = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$

I. 18 ✓ $B = \{\dots, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$

II. 24 ✗

III. 42 ✓ $C = \{\dots, -12, 0, 12, 24, 36, \dots\}$

sayılarından hangileri $(A \cap B) \setminus C$ kümesinin bir elemanıdır?

I ve III

$$A \cap B = \{\dots, -12, -6, 0, 6, 12, 18, 24, \dots\}$$

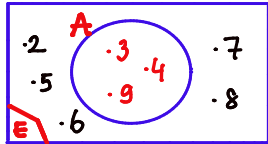
$$(A \cap B) \setminus C = \{\dots, -6, 6, 18, 30, 42, \dots\}$$

I ve III

12. $E = \{x : 2 \leq x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$

evrensel kümesine göre, $A = \{3, 4, 9\}$ kümesinin tümleyenini bulunuz.

$A' = \{2, 5, 6, 7, 8\}$



$A' = \{2, 5, 6, 7, 8\}$

13. A, B ve C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$E = \{*, !, \#, \$, \%, \&, ?\}$

$A = \{*, !, \#, \$\}$

$B = \{!, \%, \&, ?\}$

$C = \{\%, \&, ?\}$

olduğuna göre,

$[(A \setminus B)' \cup C]$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

4

$$[s((A \setminus B)' \cup C)] = 4$$

ÖDEV SORUSU

Aşağıda bazı mağazaların ürün stokları ile ilgili bilgiler verilmiştir.

- A mağazası: stok numarası 50'den küçük, pozitif çift tam sayı olan ürünleri depolamaktadır.
- B mağazası: stok numarası bir basamaklı pozitif tam sayı olan ürünleri depolamaktadır.
- C mağazası: stok numarası 20'den küçük, asal sayı olan ürünleri depolamaktadır.

Mağazalara ait ürün stoklarını ifade eden sayıların kümeleri A, B ve C olsun.

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 48\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

Buna göre,


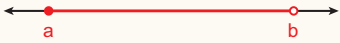
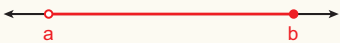
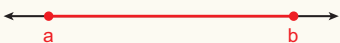

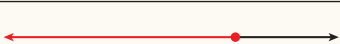
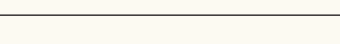
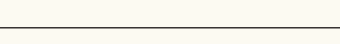
- I) B kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimi;
 $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}^+\} \dots \square$
- II) C kümesinin liste yöntemi ile gösterimi;
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \dots \square$
- III) $s(A) = 25$ dir. ... Terim Sayısı $= \frac{48-2}{2} + 1 = 24$
- IV) $B \setminus C$ kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimi;
 $B \setminus C = \{x \mid x = 2n + 1, n < 5 \text{ ve } n \in \mathbb{N}\} \dots \square$
 $B \setminus C = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ $B \setminus C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- V) $s(A \cap B \cap C) = 1$ dir. ... $A \cap B \cap C = \{2\}$

yukarıdaki kutuların içerisine doğru olan ifadeler için "D" yanlış olan ifadeler için "Y" yazınız.

- I. D
 II. D
 III. Y
 IV. Y
 V. D

GERÇEK SAYILARDA ARALIK KAVRAMI

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < b$ olmak üzere, gerçekte sayı aralıklarının gösterim biçimleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Aralık	Sayı Doğrusu	Cebirsel Gösterim $c \in \mathbb{R}$	Küme Gösterimi
(a, b)		$a < x < b$	$\{x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$
$[a, b)$		$a \leq x < b$	$\{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$
$(a, b]$		$a < x \leq b$	$\{x \mid a < x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$
$[a, b]$		$a \leq x \leq b$	$\{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$
$(-\infty, a)$		$x < a$ veya $a > x$	$\{x \mid x < a, x \in \mathbb{R}\}$ $\{x \mid a > x, x \in \mathbb{R}\}$
$(-\infty, a]$		$x \leq a$ veya $a \geq x$	$\{x \mid x \leq a, x \in \mathbb{R}\}$ $\{x \mid a \geq x, x \in \mathbb{R}\}$
(b, ∞)		$x > b$ veya $b < x$	$\{x \mid x > b, x \in \mathbb{R}\}$ $\{x \mid b < x, x \in \mathbb{R}\}$
$[b, \infty)$		$x \geq b$ veya $b \leq x$	$\{x \mid x \geq b, x \in \mathbb{R}\}$ $\{x \mid b \leq x, x \in \mathbb{R}\}$

NOT

a ve b birer tam sayı olmak üzere;

- (a, b) aralığında $b - a - 1$ tane
- $[a, b]$ aralığında $b - a + 1$ tane

tam sayı vardır.

GERÇEK SAYILARDA ARALIK KAVRAMI

1. $A = \{x \mid -1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$

kümesini aralık biçiminde ve sayı doğrusunda gösteriniz.

$$(-1, 5)$$



NOT

$a < x < b$ aralığında $b - a - 1$ tane
 $a \leq x \leq b$ aralığında $b - a + 1$ tane
 $a \leq x < b$
 $b < x \leq a$ } aralıklarında $b - a$ tane
 tam sayı vardır.

2. $(2, 19)$

aralığında kaç tane tam sayı vardır?

16

1.YOL $2 < x < 19$

$$3, 4, 5, 6, \dots, 18$$

$$\text{Terim Sayısı} = 18 - 3 + 1 = 16$$

2.YOL $19 - 2 - 1 = 16$ tane

3. $(-5, 7]$

aralığında kaç tane tam sayı vardır?

12

1.YOL $-5 < x \leq 7$

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, \dots, 7$$

$$\text{Terim Sayısı} = 7 - (-4) + 1 = 12$$

2.YOL $7 - (-5) = 7 + 5 = 12$

4.

$$\left[\frac{11}{4}, \frac{17}{2} \right)$$

33 aralığındaki tam sayıların toplamı kaçtır?

$$\frac{11}{4} \leq x < \frac{17}{2}$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33$$

5. a bir tam sayı olmak üzere, $(a, 2a + 1]$ aralığında 8 tane tam sayı olduğuna göre, $[a - 1, 12)$ aralığında kaç tane tam sayı vardır?

6

$$a < x \leq 2a + 1 \Rightarrow (2a + 1) - a = 8$$

$$a + 1 = 8$$

$$a = 7$$

$$[6, 12) \Rightarrow 12 - 6 = 6 \text{ tane tam sayı vardır.}$$

6. x tam sayısı

$$A = (-2, \infty)$$

$$B = (-\infty, 4)$$

aralıklarının her ikisinde elemanı olduğuna göre, x'in alacağı değerler toplamı kaçtır?

5

$$A \cap B = (-2, 4)$$

$$-1, 0, 1, 2, 3$$

$$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 5$$

ARALIKLARDA KÜME İŞLEMLERİ

ÖRNEK

Ali Bey, pazar günü oğlu Ahmet ve kızı Ayşe'yi aynı bina içerisinde bulunan yüzme ve tenis kurslarından Ahmet'i yüzme ve Ayşe'yi tenis kursuna götürecektir. Ali Bey evden çocuklarıyla birlikte çıkacak, kurslar bitene kadar onları bekleyecek, çocuklarıyla birlikte eve dönecektir.

Kursların başlama ve bitiş saatleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Kurs Adı	Kursun Başlama Saati	Kursun Bitiş Saati
Yüzme Kursu	09.00	12.00
Tenis Kursu	10.00	13.00

- a) Kursların devam ettiği süreyi ifade eden zaman aralıklarını sayı doğrusu üzerinde, aralık şeklinde ve cebirsel temsillerle gösterimi

Ahmet: A; Yüzme Kursu $[9, 12)$ $9 \leq x < 12$

Ayşe: B; Tenis Kursu $[10, 13)$ $10 \leq x < 13$

- b) Hem yüzme hem de tenis kursunun aynı anda olduğu zaman aralığı

$$A \cap B = [10, 12)$$

- c) Çocuklarını yüzme ve tenis kursuna bırakan Ali Bey'in çocuklarını beklediği toplam zaman aralığı

$$A \cup B = [9, 13)$$

- d) Ali Bey'in kızı Ayşe ile birlikte Ahmet'i beklediği zaman aralığı

$$A \cap B = [9, 10)$$

- e) Pazar günü Ahmet'in yüzme kursunun olmadığı zaman aralığının sayı doğrusunda gösterimi

G $[0, 24)$ (Bir günün (G) zaman aralığı)

B $[10, 13)$

$B^c = G \setminus B$ $[0, 10) \cup [13, 24)$

$B^c = [0, 10) \cup [13, 24)$ olur.

ÖRNEK

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$$

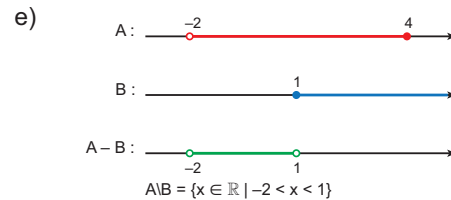
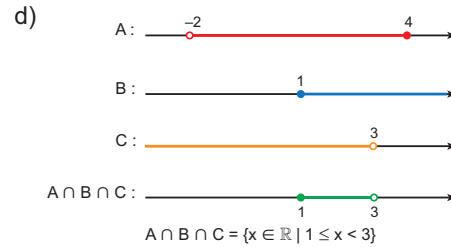
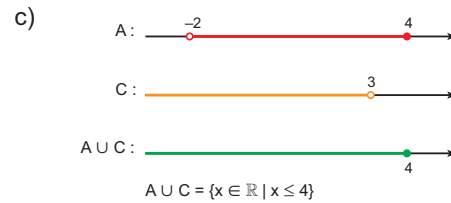
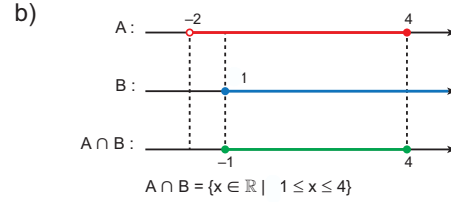
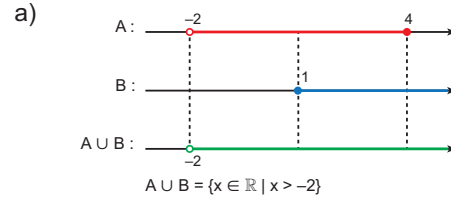
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$$

$$C = (-\infty, 3)$$

kümelerinin sayı doğrusundaki gösterimi aşağıdaki gibidir.



Buna göre; $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap B \cap C$ ve $A \setminus B$ kümelerinin sayı doğrusundaki gösterimlerini inceleyiniz.



ARALIKLARDA KÜME İŞLEMLERİ

1. $[-5, 1) \cap (-6, 0]$

6 aralığında kaç tane tam sayı vardır?

$$[-5, 0] \rightarrow 0 - (-5) + 1 = 6 \text{ tane}$$

2. $A = (1, 7]$

$B = (-2, 3)$

A ∩ B kümesini sayı doğrusunda gösteriniz.

$$A \cap B = [3, 7]$$



3. $A = \left[\frac{-7}{2}, \frac{5}{2} \right]$

$B = \left[\frac{3}{2}, \frac{21}{4} \right]$

kümeleri veriliyor.

9 Buna göre, $A \cup B$ kümesinin kaç tane tam sayı elemanı vardır?

$$A \cup B = \left[\frac{-7}{2}, \frac{21}{4} \right] \rightarrow -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

9 tane

4. $(-\sqrt{5}, \sqrt{10}) \cap \mathbb{Z}$

6 kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3 \rightarrow 6 \text{ tane}$$

5. $A_n = \{x : 2n - 1 < x < 2n + 2, x \in \mathbb{R}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, $A_3 \cap A_4$ kümesini bulunuz.

$$A_3 = \{x : 5 < x < 8, x \in \mathbb{R}\}$$

$$A_4 = \{x : 7 < x < 10, x \in \mathbb{R}\}$$

$$A_3 \cap A_4 = \{x : 7 < x < 8, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow (7, 8)$$

6. $A = (-\infty, -2) \cup [3, \infty)$

kümesi veriliyor.

Buna göre, A^1 kümesini bulunuz. $(A^1: A$ kümesinin tümleyenidir.)

$[-2, 3)$



$$A^1 = [-2, 3)$$

7. $A = \{x \mid x = 3k \text{ ve } k \in \mathbb{N}^+\}$

$B = \{x \mid 4 < x < 100 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

32

$$A \cap B = \{6, 9, 12, \dots, 99\}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{99 - 6}{3} + 1 = 32$$

8. $A = (-\infty, -2)$ ve $B = [0, \infty)$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A^1 \cap B^1$ kümesinin bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

$[-2, 0)$

$$A^1 \cap B^1 = (A \cup B)^1$$

$$A \cup B = (-\infty, -2) \cup [0, \infty)$$

$$(A \cup B)^1 = [-2, 0)$$

9. $A = \{x \mid x < 100 \text{ ve } x = 2k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$B = \{x \mid x \leq 90 \text{ ve } x = 3k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

15

$$(2, 3)_{\text{EKOK}} = 6$$

$$A \cap B = \{x \mid x \leq 90 \text{ ve } x = 6k, k \in \mathbb{Z}^+\}$$

$$A \cap B = \{6, 12, 18, \dots, 90\}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{90 - 6}{6} + 1 = 15$$

1. (5, 11)

B aralığında kaç tane tam sayı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1.YOL $11 - 5 - 1 = 5$

2.YOL 6, 7, 8, 9, 10 → 5 tane

2. a bir tam sayı olmak üzere,

$[a, \infty)$

aralığında 5 tane negatif tek sayı olduğuna göre, a'nın değerler toplamı kaçtır?

- A) -21 B) -19 C) -17 D) -13 E) -11

$-1, -3, -5, -7, -9$

$0 = -9$ veya $0 = -10$ olabilir.

$(-9) + (-10) = -19$

3. $A_p = \{x \mid p - 4 < x < p + 1, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesi veriliyor.

C Buna göre, A_3 kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$A_3 = \{x \mid -1 < x < 4, x \in \mathbb{Z}\}$

$A_3 = \{0, 1, 2, 3\}$

$\cup(A_3) = 4$

4.

$A = \{x \mid x^2 - 16 = 0, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow x^2 = 16$

$B = \{x \mid \frac{5}{3} < x < \frac{14}{3}, x \in \mathbb{N}\}$

$x = 4, x = -4$

$A = \{-4, 4\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $A \subset B$ X

II. $A \cap B = \{4\}$ ✓

III. $A \cup B = A$ X

B ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

$A \cap B = \{4\}$

$A \cup B = \{-4, 2, 3, 4\}$

5.

$A = \{x \mid -2 \leq x < 3, x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{x \mid 1 < x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $A \cup B = [-2, 5]$ ✓

II. $A \cap B = (1, 3)$ ✓

III. $B - A = (3, 5)$ X

B ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

$A \cup B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow [-2, 5]$

$A \cap B = \{x \mid 1 < x < 3, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow (1, 3)$

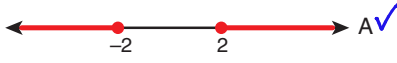
$B \setminus A = \{x \mid 3 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow [3, 5]$

Performans Değerlendirme

6. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ veya } x \geq 2\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq 4\}$

kümeleri veriliyor.

Bir öğrenci A, B, $A \cap B$ ve $A \cup B$ kümelerini sayı doğrusunda göstermiştir.

Buna göre öğrencinin yaptığı gösterimlerden kaç tanesi doğrudur?

D

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



7. Bir matematik öğretmeni sınıf tahtasına;

arı, mum, ek, kek, oto

sözcüklerini yazdıktan sonra

$A = \{\text{Tahtaya yazılan üç harfli sözcükler}\}$

$B = \{\text{Tahtaya yazılan harfleri birbirinden farklı sözcükler}\}$

$C = \{\text{Tahtaya yazılan m veya k ile biten sözcükler}\}$

kümelerini tanımlamıştır.

Buna göre, $B \cup (A - C)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

C

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$A = \{\text{arı, mum, kek, oto}\}$

$B = \{\text{arı, ek}\}$

$C = \{\text{mum, ek, kek}\}$

$A - C = \{\text{arı, oto}\}$ $(A - C) \cup B = \{\text{arı, ek, oto}\}$

8. Bir sınıftaki 5 öğrencinin matematik, fizik ve Türkçe dersi sınavından aldıkları puanlar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bir öğrenci bir sınavdan en az 50 puan aldığı anda o sınavdan başarılı kabul edilmektedir.

	Matematik	Fizik	Türkçe
Arda	45	40	25
Beril	65	85	45
Canan	55	15	75
Deniz	35	20	75
Eda	40	50	40

Buna göre,

- Matematik ve fizik dersinden başarısız olup Türkçe'den başarılı olup Türkçe'den başarılı olan öğrenci Deniz'dir.
- Sadece Türkçe dersinden başarısız olan öğrenci Beril'dir.
- Sadece iki dersten başarısız olan öğrenciler Deniz ve Eda'dır.

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

9. 3 farklı TL kanalı gün içinde çocuk programları göstermektedir. A kanalında, 11.40 ile 18.30 saatleri arasında, B kanalında 9.30 ile 16.40 saatleri arasında ve C kanalında ise 10.50 ile 13.20 ve 14.50 ile 17.10 saatleri arasında çocuklar için programlar gösterilmektedir.

Bu durumda bir çocuk bu üç kanal arasında gezerken toplamda en fazla kaç saat-dakika boyunca aynı anda çocuk programlarına denk gelebilir?

D

- A) 3 saat 20 dakika B) 2 saat 50 dakika
C) 2 saat 45 dakika D) 3 saat 30 dakika

$A \rightarrow (11.40, 18.30)$ E) 4 saat

$B \rightarrow (9.30, 16.40)$

$C \rightarrow (10.50, 13.20) \cup (14.50, 17.10)$

$A \cap B \cap C \rightarrow (11.40, 13.20) \cup (14.50, 16.40)$

$1 \text{ saat } 40 \text{ dk} + 1 \text{ saat } 50 \text{ dk} = 3 \text{ saat } 30 \text{ dakika}$

Performans Değerlendirme

1. Can, Eda ve Oya bir spor salonuna gitmek istemektedirler. Gün içinde her birinin uygun zamanları 24'lük saat birimine göre aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Can	Eda	Oya
[17, 20]	[18, 21]	[16, 19]

Buna göre, spor salonunda üçünün de aynı anda bulunabileceği en geniş zaman aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (11, 19) B) [17, 19] C) [18, 19]
D) [16, 19] E) [16, 21]

C : [17, 20]

E : [18, 21]

O : [16, 19]

$C \cap E \cap O = [18, 19]$

NOT Kesişimde alt sınırların en büyüğü üst sınırların en küçüğü alınır.

2. $A_n = \{x \mid 2n - 2 < x < 2n, x \in \mathbb{R}\}$
 $B_n = \{x \mid 2n - 1 < x < 2n + 1, x \in \mathbb{R}\}$

kümeleri veriliyor.

buna göre, $A_3 \cap B_2$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3, 5) B) [3, 5] C) (4, 5)
D) [4, 5] E) (3, 6)

$A_3 = \{x \mid 4 < x < 6, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow (4, 6)$
 $B_2 = \{x \mid 3 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow (3, 5)$

$A_3 \cap B_2 = (4, 5)$

3. $A = \left[\frac{-3}{2}, \sqrt{5} \right]$
 $B = \left[\sqrt{3}, \frac{16}{3} \right]$

NOT Birleşimde alt sınırların en küçüğü üst sınırların en büyüğü alınır.

kapalı aralıkları veriliyor.

Buna göre,

$(A \cup B) \cap \mathbb{Z}$

- kümesinin eleman sayısı kaçtır?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$A \cup B = \left[\frac{-3}{2}, \frac{16}{3} \right]$

$(A \cup B) \cap \mathbb{Z} = \left[\frac{-3}{2}, \frac{16}{3} \right]$

-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 → 7 tane

4. $A = \{x \mid 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow$ Elemanları sayılamaz.

$B = \{x \mid 0 < x < 6, x \in \mathbb{Z}\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümeleri veriliyor.

$s(B) = 5$

Buna göre,

- I. A sonsuz bir kümedir.
II. $A \subset B$
III. $s(B) = 5$ 'tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

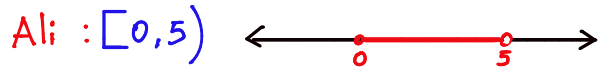
ACIL MATEMATİK

5. Ali 5'ten, Veli ise 8'den küçük birer gerçel sayı yazmıştır. İki kişinin de yazdığı sayı negatif değildir.

Ali'nin yazdığı sayının alabileceği değerleri ifade eden en geniş aralık A, Veli'nin yazdığı sayının alabileceği değerleri ifade eden en geniş aralık B'dir.

Buna göre, $B - A$ kümesinde bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20



$B - A$



$5 + 6 + 7 = 18$

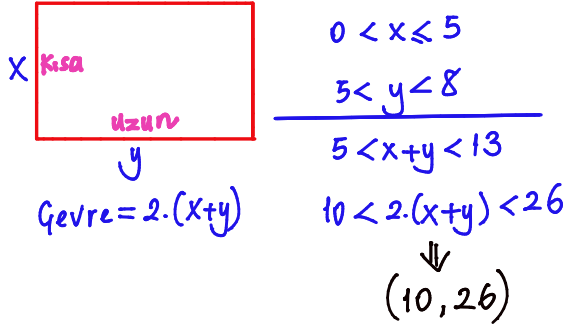
Performans Değerlendirme

6. Hakan elindeki malzeme ile; kısa kenarının birim türünden uzunluğu (0, 5] aralığında, uzun kenarının birim türünden uzunluğu (5, 8) aralığında değer alan dikdörtgen biçiminde çerçeveler üretmektedir.

Buna göre, Hakan'ın ürettiği çerçevelerin çevre uzunluğunun aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (5, 13) B) (5, 26) C) (10, 26) ✓

D) (10, 26] E) (10, ∞)



7. $A = \{x \mid -1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} = (-1, 5)$
 $B = \{x \mid -\frac{1}{3} \leq x < 6, x \in \mathbb{R}\} = [-\frac{1}{3}, 6)$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $A \cap B$ kümesinin alt kümelerinden biri $(-\frac{1}{7}, \frac{18}{5})$ dir. ✓
 II. $A \cup B$ kümesi $(-1, 6)$ dir. ✓
 III. $B - A$ kümesi $[5, 6)$ dir. ✓

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III ✓

I. $A \cap B = [-\frac{1}{3}, 5) \rightarrow (-\frac{1}{7}, \frac{18}{5}) \subset [-\frac{1}{3}, 5)$

II. $A \cup B = (-1, 6)$ ✓

III. $B - A = [5, 6)$ ✓

8. n bir sayma sayısı olmak üzere, $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ şeklinde yazılabilen sayılara üçgensel sayılar denir. $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ için $1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$

- A kümesi: 5 ile bölünebilen doğal sayılar.
- B kümesi: üçgensel sayılar.
- C kümesi: iki basamaklı doğal sayılar.

D Buna göre, $s((B \cap C) - A)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 ✓ E) 7

$A = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\}$

$B = \{1, 3, 6, 10, 15, \dots\}$

$C = \{10, 11, 12, 13, \dots, 99\}$

$B \cap C = \{10, 15, 21, \dots, 91\}$

$(B \cap C) - A = \{21, 28, 36, 66, 78, 91\} \rightarrow 6$ elemanlı

9. $A = \{x \mid x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n \text{ ve } x \text{ çift}\}$
 B) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n \text{ ve } x \text{ tek}\}$ ✓
 C) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n\}$
 D) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x = 6n\}$
 E) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ tek}\}$

$A = \{\dots, -15, -9, -3, 3, 9, 15, 21, \dots\}$

$B = \{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$

$A \cap B = \{\dots, -9, -3, 3, 15, \dots\}$

$A \cap B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n \text{ ve } x \text{ tek}\}$

MUTLAK DEĞERİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

Reel sayı doğrusu üzerinde herhangi bir sayının sifira olan uzaklığına o sayının mutlak değeri denir.

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir.

- x bir reel sayı olmak üzere, |x| in sonucu negatif olamaz. Buna göre, her x reel sayısı için $|x| \geq 0$ dir.
- |x| in en küçük değeri sıfırdır.
- $|x| = x$ ise $x \geq 0$
 $|x| = -x$ ise $x \leq 0$ dir.
- $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $|x| = a$ ise $x = a$ veya $x = -a$ dir.

Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $|-7| + |0| - |3| =$

b) $|\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3} - |-2| =$

Çözüm

a) $|-7| = 7, |0| = 0$ ve $|3| = 3$ olduğundan;
 $|-7| + |0| - |3| = 7 + 0 - 3 = 4$ olur.

b) $\sqrt{3} < 2$ ise $\sqrt{3} - 2 < 0$ dir.
 $|\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$ ve $|-2| = 2$
 $|\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3} - |-2|$
 $= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2$
 $= 0$ olur.

Örnek

$a < 0 < b$ olmak üzere,

$$|a| + |b - a|$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$a < 0 < b$ ve $b - a > 0$ olur.

$$\begin{aligned} |a| + |b - a| \\ = -a + b - a \\ = b - 2a \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

$a < 0 < b < c$ olmak üzere,

$$\sqrt{a^2 b^2} - |c| + |ab - c|$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

Çözüm

$$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = |ab|$$

$$|ab| - |c| + |ab - c|$$

- $a < 0$ ve $b > 0$ ise $a \cdot b < 0$ dir.
- $c > 0$ dir.

$$\begin{aligned} -ab - \cancel{c} - ab + \cancel{c} \\ = -2ab \text{ olur.} \end{aligned}$$

Örnek

$$|x - 2| + |y + 3| = 0$$

denklemini sağlayan x ve y gerçel sayılarının çarpımı kaçtır?

Çözüm

a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$$|a| + |b| = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ve } b = 0 \text{ olur.}$$

$$|x - 2| + |y + 3| = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ ve } y = -3 \text{ olup}$$

$$x \cdot y = -6 \text{ olur.}$$

Örnek

- $|a| = 1$
- $|b| = 2$
- $|c| = 3$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a - 2b - 3c$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

Çözüm

- $|a| = 1$ ise $a = 1$ v $a = -1$
- $|b| = 2$ ise $b = 2$ v $b = -2$
- $|c| = 3$ ise $c = 3$ v $c = -3$ tür.

$a - 2b - 3c$ ifadesinin en büyük olması için a maksimum, b ve c minimum olmalıdır.

$$\begin{aligned} \text{Buradan; } a - 2b - 3c &= 1 - 2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-3) \\ &= 1 + 4 + 9 = 14 \text{ olur.} \end{aligned}$$

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

- Gerçek sayı doğrusu üzerinde bir sayının (x) a sayısına olan uzaklığı b sayısından küçüktür. $x, a \in \mathbb{R}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|x-a| < b \Rightarrow -b < x-a < b$$

$$\Rightarrow a-b < x < a+b \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow x \in \underbrace{(a-b, a+b)}_{m \quad n} \text{ olur.}$$

$$a-b = m$$

$$a+b = n$$

$$\Rightarrow a = \frac{m+n}{2} \text{ ve } b = \frac{m-n}{2} \text{ olur.}$$

Başka bir deyişle (m, n) nin mutlak değerli eşitsizlik olarak gösterimi $|x-a| < b$ dir.

- Gerçek sayı doğrusu üzerinde bir sayının (x) a sayısına olan uzaklığı b sayısından büyüktür. $x, a \in \mathbb{R}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|x-a| > b \Rightarrow x-a > b \vee x-a < -b$$

$$\Rightarrow x > a+b \vee x < a-b$$

$$\Rightarrow x \in (a+b, \infty) \vee x \in (-\infty, a-b) \text{ olur.}$$

1. Aşağıda verilen ifadeleri mutlak değerli eşitsizlik olarak yazınız.

a) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2}\right)$ $a) \left| x - \frac{-\frac{1}{2} + \frac{11}{2}}{2} \right| < \frac{\frac{11}{2} - \frac{-1}{2}}{2}$

b) $(-\infty, -10) \cup (4, \infty)$ $\left| x - \frac{5}{2} \right| < 3$

a) $\left| x - \frac{5}{2} \right| < 3$

b) $a+b=4$ $|x-a| > b$
 $+a-b=-10$ $|x+3| > 7$
 $a=-3$
 $b=7$

b) $|x+3| > 7$

2. a ve b birer tam sayı olmak üzere, Ali $-9 \leq x \leq 5$ eşitsizliğini mutlak değerli eşitsizlik kullanarak $|x+a| \leq b$ şeklinde yazmıştır.

Buna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

14 $\left| x - \frac{-9+5}{2} \right| \leq \frac{|-9-5|}{2} \Rightarrow |x+2| \leq 7$

$a=2, b=7 \Rightarrow a \cdot b = 2 \cdot 7 = 14$

3. $|x+2| < 3$

-10 eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

$-3 < x+2 < 3$

$-5 < x < 1$

$-4, -3, -2, -1, 0 \rightarrow$ Toplamları -10 olur.

4. $|p-2| > 5$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

4 $p-2 > 5 \vee p-2 < -5$

$p > 7 \vee p < -3$

$8 + (-4) = 4$

5. Bir robot, başlangıçta sayı doğrusunun -4 noktasında bulunmaktadır. Robot, her biri 2 birim uzunluğunda olan adımlarla sayı doğrusu üzerinde hareket edebilmektedir. Robotun her iki yönde en fazla 3 adım atabildiği varsayılmaktadır.

Buna göre, robotun ulaşabileceği noktaları belirten aralığı mutlak değerli eşitsizlik olarak ifade ediniz.

$|x+4| < 6$

En fazla $= -4 + 2 \cdot 3 = 2$ $\left| x - \frac{-4+2}{2} \right| < \frac{|-4-2|}{2}$

En az $= -4 - 2 \cdot 3 = -10$ $|x+4| < 6$

6. Bir evdeki termostat, ideal oda sıcaklığını 22°C olarak ayarlamıştır. Termostat, oda sıcaklığı (x) ile ideal sıcaklık arasındaki fark 1.5°C tan fazla olduğunda devreye girerek sıcaklığı ayarlamaktadır. $|x-22| > 1,5$

Buna göre, termostatın devreye girmeyeceği sıcaklık aralığını mutlak değerli eşitsizlik olarak yazınız.

$|x-22| \leq 1,5$

$|x-22| \leq 1,5$

- 7.



♥ : Beğeni

👤 : Arkadaşlık İsteği

💬 : Yorum

Toplam etkileşim $= 10 + 15 + 5 = 30$

Yukarıda Ela'nın sosyal medya hesabındaki etkileşimleri gösterilmiştir. Yiğit'in sosyal medya hesabındaki bir gönderisindeki toplam etkileşimi ile Ela'nın yukarıda gösterilmiş olan toplam etkileşimi arasında en fazla 5 fark vardır.

$30-5 \leq x \leq 30+5$

Yiğit'in gönderisindeki etkileşim sayısı x olduğuna göre, anlatılan durumu mutlak değerli eşitsizlik biçiminde ifade ediniz.

$|x-30| \leq 5$

$-5 \leq x-30 \leq 5$

$|x-30| \leq 5$

1. a ve b birer gerçel sayıdır.

$$|x - a| \leq b$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı $-3 \leq x \leq 11$ olduğuna göre, $2a + b$ toplamı kaçtır?

- B A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

$$|x - \frac{-3+11}{2}| \leq \frac{|-3-11|}{2}$$

$$|x - 4| \leq 7$$

$$2a + b = 2 \cdot 4 + 7 = 15$$

$$-3 \leq x \leq 11$$

$$-3 - 4 \leq x - 4 \leq 11 - 4$$

$$-7 \leq x - 4 \leq 7$$

$$|x - 4| \leq 7$$

$$a = 4 \text{ ve } b = 7$$

2. $|x - 2| \geq 1$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- D A) $(-\infty, -1]$ B) $[3, \infty)$ C) $(-\infty, -3]$

D) $(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$ E) $(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$

$$x - 2 \geq 1 \quad \checkmark \quad x - 2 \leq -1$$

$$x \geq 3 \quad \checkmark \quad x \leq 1$$

$$(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$$

3. C; Mars yüzeyinin santigrad cinsinden sıcaklığı olmak üzere Mars yüzeyinin sıcaklığı,

$$|C + 56| \leq 86$$

eşitsizliği ile belirlenmiştir.

Mars yüzeyindeki sıcaklığın alabileceği en büyük tam sayı değeri a ve en küçük tam sayı değeri b olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- D A) -142 B) -134 C) -128 D) -112 E) -104

$$-86 \leq C + 56 \leq 86$$

$$-142 \leq C \leq 30$$

$$a = 30 \text{ ve } b = -142$$

$$a + b = -142 + 30 = -112$$

4. Ali sinemaya gitmiş ve aşağıdaki akıllı işaretleri inceleyerek iki filmi de izleyebileceğini görmüştür.



7 YAŞ ÜZERİ
İZLEYİCİ
KİTLESİ



15 YAŞ ALTI
İZLEYİCİ
KİTLESİ

Ali'nin yaşı x olmak üzere, Ali'nin yaşının alabileceği değerleri ifade eden en geniş aralık aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- C A) $|x - 7| < 8$ B) $|x - 4| < 11$ C) $|x - 11| < 4$
D) $|x - 8| < 7$ E) $|x - 12| < 3$

C) $|x - 11| < 4$

$$7 < x < 15$$

$$7 - 11 < x - 11 < 15 - 11$$

$$-4 < x - 11 < 4$$

$$|x - 11| < 4$$

5. Antifriz; araçların motorunda donmayı ve kaynamayı önleyen bir maddedir.

Aracın soğutma sistemine yeterli miktarda antifriz eklenerek donma noktası celsius cinsinden -35°C ye düşürebilir veya kaynama noktası 125°C ye yükseltilebilir.

$-35 < ^\circ\text{C} < 125$ eşitsizliğini sağladığı sürece soğutucu sistemdeki karışım sıvı olarak kalacaktır.

Buna göre,

$$-35 < C < 125$$

eşitsizliği mutlak değerli bir eşitsizlik olarak $|C - a| < b$ şeklinde gösterildiğine göre, a+b toplamı kaçtır?

- C A) 135 B) 130 C) 125 D) 120 E) 115

C) 125

$$-35 - 45 < C - 45 < 125 - 45$$

$$-80 < C - 45 < 80$$

$$|C - 45| < 80$$

$$a + b = 45 + 80 = 125$$

Performans Değerlendirme

6. Bir top yerden 225 cm yukarıdan yere bırakılacaktır.

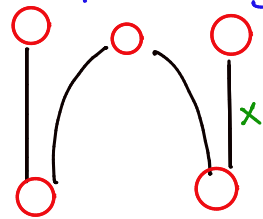
Bu top yere her çarpışında bir önceki yüksekliğinin en az $\frac{1}{5}$ 'i en fazla $\frac{1}{3}$ 'ü kadar yükselebilmektedir.

Buna göre, topun yere 2. kez çarpışından sonraki yüksekliğini (x) ifade eden eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

- B
- A) $|x - 10| < 15$ B) $|x - 17| < 8$ C) $|x - 15| < 6$
 D) $|x - 19| < 6$ E) $|x - 13| < 12$

En az $225 \cdot \frac{1}{5} = 45$

En fazla $225 \cdot \frac{1}{3} = 75$



X en az $45 \cdot \frac{1}{5} = 9$
 X en fazla $75 \cdot \frac{1}{3} = 25$
 $9 < x < 25$
 $|x - \frac{9+25}{2}| < \frac{25-9}{2}$
 $|x - 17| < 8$

7. Jeolojide kumdan daha küçük ve boyutları 0,004 mm ile 0,062 mm arasında değişen toprak parçasına mil denir.

Bu bilgiye göre, herhangi bir milin boyutu x mm ise içinde iki tane < simgesi içeren,

$$0,004 < x < 0,062$$

eşitsizliğini yazarız.

Yukarıda yazılan bu eşitsizlik bir tane < simgesi içerecek biçimde aşağıdakilerden hangisi ile gösterilebilir?

- D
- A) $|x - 0,004| < 0,062$ B) $|x - 0,062| < 0,004$
 C) $|x - 0,029| < 0,033$ D) $|x - 0,033| < 0,029$
 E) $|x - 0,062| < 1$

$$|x - \frac{0,004 + 0,062}{2}| < \frac{0,062 - 0,004}{2}$$

$$|x - 0,033| < 0,029$$

8. Ürünler fabrikada ambalajlarına konulurken, ambalaj üzerinde yazan kütle miktarından yasal olarak belirlenmiş oranda sapılabilmektedir. Aşağıdaki tabloda bir ürünün yasal sapma yüzdesi verilmiştir.

Ürünün ambalajında yazan kütle (gram)	Yasal sapma yüzdesi
50 g e	∓ 9

Örneğin, ambalajında 50 gram olarak belirtilen ürünün kütlesi gerçekte 50 gramın %9 eksigi ile %9 fazlası arasında bir değer olursa ürünün ambalajı ilgili kurum tarafından onaylanacaktır.

Ambalajında kütlesi a g e olarak yazan bir ürün tartılınca onaylanmıştır. Bu ürünün gram türünden gerçek kütlesi, x'e bağlı

$$|x - a| < \frac{a}{25}$$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tüm x değerlerini alabildiğine göre, bu ürünün yasal sapma yüzdesi kaçtır?

- B
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

$$-\frac{a}{25} < x - a < \frac{a}{25}$$

$$a - \frac{a}{25} < x < a + \frac{a}{25}$$

$$\frac{24a}{25} < x < \frac{26a}{25} \Rightarrow \frac{96a}{100} < x < \frac{104a}{100}$$

%4 eksik %4 fazla

9. Bir şehirde yapılacak olan etkinliklerde 10 yaşının altındakilere ve 64 yaşının üzerindeki kişilere hediye verilmesi planlanmıştır.

Şehirden seçilen x yaşındaki bir kişinin hediye aldığı bilinmektedir.

a ve b birer pozitif reel sayı olmak üzere; x'in bulunacağı en geniş aralığı ifade eden mutlak değerli eşitsizlik $|x - a| > b$ olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- C
- A) 74 B) 67 C) 64 D) 56 E) 54

$$x < 10 \quad \checkmark \quad x > 64$$

$$x - 37 < -27 \quad \checkmark \quad x - 37 > 27$$

$$|x - 37| > 27$$

$$a + b = 37 + 27 = 64$$

D) 56 E) 54

$$a - b = 10$$

$$+ a + b = 64$$

$$a = 37$$

$$b = 27$$

$$|x - 37| > 27$$

$$a + b = 37 + 27 = 64$$

SAYI KÜMELERİNİ TANIYALIM

Sayıları yazmak, göstermek için kullanılan sembollere **Rakam** denir. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sembollerinin her biri bir rakamdır.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesine **Doğal Sayılar Kümesi** denir.

$\mathbb{S} = \mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesine **Sayma Sayılar Kümesi** denir.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine **Tam Sayılar Kümesi** denir.

• $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ şeklinde ifade edilen kümeye **Rasyonel Sayılar Kümesi** denir.

Örneğin; $\frac{3}{4}, -2, 0, 3$ sayıları birer rasyonel sayıdır.

NOT: Devirli ondalıklı sayılar $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabildiğinden bu sayılar da rasyonel sayıdır.

• a ile b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara **İrrasyonel Sayılar** denir ve $Q^I = \mathbb{I}$ ile gösterilir.

Örneğin; $\sqrt{5}, \pi, \sqrt{2} - 1$ sayıları birer irrasyonel sayıdır.

• Reel sayılar kümesi tam sayıların, doğal sayıların, rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşimi ile meydana gelir ve \mathbb{R} ile gösterilir.



S = Sayma Sayılar
N = Doğal Sayılar
Z = Tam Sayılar
Q = Rasyonel Sayılar
I = İrrasyonel Sayılar
R = Gerçek Sayılar

Aşağıdaki tabloda verilen sayıların hangi sayı kümelerine ait olduklarını inceleyiniz.

	N	Z	Q	I	R
9,5			✓		✓
-6		✓	✓		✓
45	✓	✓	✓		✓
$-\frac{3}{2}$			✓		✓
$0,\bar{5}$			✓		✓
$\sqrt{27}$				✓	✓

SAYI KÜMELERİNİ TANIYALIM

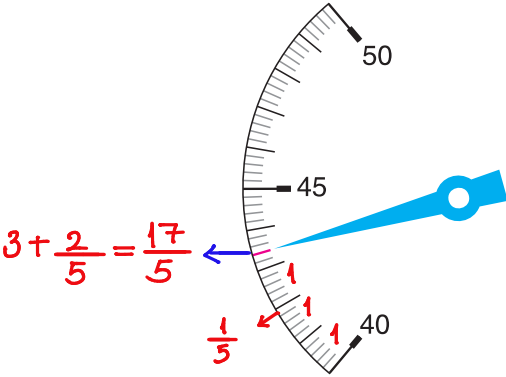
1. -7 sayısı,

- I. Doğal Sayı ✗
- II. Tam Sayı ✓
- III. Rasyonel Sayı ✓
- IV. Reel Sayı ✓
- V. İrrasyonel Sayı ✗

3. Bu sayı kümelerinden kaç tanesinin bir elemanıdır?

3 tanesinin elemanıdır.

2. Aşağıda bir ölçüm cihazının ekranının bir kısmı gösterilmiştir.

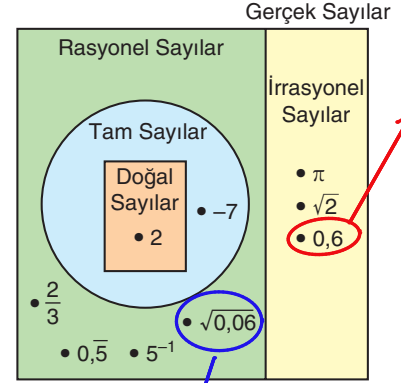


Şekildeki her aralık eşit olduğuna göre, ibrenin gösterdiği ölçüm değeri,

- I. Tam Sayı ✗
- II. Rasyonel Sayı ✓
- III. Reel Sayı ✓

Bu sayı kümelerinden hangilerinde olabilir?
II ve III

3.



Yukarıda verilen şemanın doğru olabilmesi için hangi iki sayının yer değiştirmesi gerekir?

0,6 ile $\sqrt{0,06}$

Rasyonel sayı değil
irrasyonel sayı

0,6 ile $\sqrt{0,06}$ yer değiştirmeli

4. Bir x sayısı için aşağıdakiler bilinmektedir.

- \sqrt{x} bir rasyonel sayı, $\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}$
- $\frac{1}{x}$ bir reel sayı, $\frac{1}{0}$ reel değil
- $6 - x$ bir çift sayıdır. $\rightarrow x$ çift sayı olmalı.

Buna göre, x'in alabileceği en küçük iki değer toplamı kaçtır?

20

$$x=4 \text{ ve } x=16$$

$$4+16=20$$

5. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ olmak üzere,

- I. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ kümesi tam sayı olmayan rasyonel sayıların kümesidir. ✓
- II. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ kümesi irrasyonel sayılar kümesidir. ✓
- III. $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}^+$ kümesinin eleman sayısı 1'dir. ✓

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?
I, II ve III

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' \quad \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}^+ = \{0\} \rightarrow 1 \text{ elemanlıdır.}$$

SIRALI KÜME

Bir sayı kümesi, üzerinde bir sıralama ilişkisi tanımlanabiliyorsa ve bu ilişki belirli özelliklere sahipse sıralı küme olarak adlandırılır.

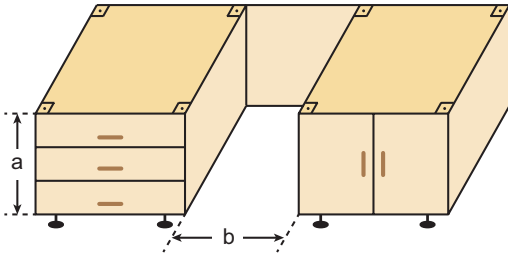
Sıralı küme, elemanlarının belirli bir sıralama ilişkisine göre düzenlediği bir kümedir. Bu sıralama ilişkisi genellikle "<" (küçüktür) veya ">" (büyüktür) işaretleriyle ifade edilir.

a, b ve c birer reel sayı olmak üzere; sıralı bir kümenin özellikleri aşağıdaki gibidir.

- $a \leq a$
- $a \leq b$ ve $b \leq a$ ise $a = b$
- $a \leq b$ ve $b \leq c$ ise $a \leq c$
- $a \leq b$ veya $b \leq a$
- $a \leq b$ ise $a + c \leq b + c$
- $a \leq b$ ve $c \geq 0$ ise $a \cdot c \leq b \cdot c$
- $a \leq b$ ve $c \leq 0$ ise $a \cdot c \geq b \cdot c$
- $0 < a < b$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ve $a^n < b^n$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)
- a, b, c ve d $\in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\begin{array}{l} a < b \\ \text{ise } + \quad c < d \\ \hline a + c < b + d \text{ olur.} \end{array}$$

1. Aşağıda yerden yüksekliği a cm olan mutfak tezgahı gösterilmiştir. Tezgahın bir bölümünde, bulaşık makinesi için b cm genişliğinde bir boşluk vardır.



Yerden yüksekliği c cm ve genişliği c cm olan bir bulaşık makinesini bu boşluğa koyan Aydın, "Makine boşluğa sığırdı ama tezgahın biraz yüksek oldu." demiştir.

Buna göre, bu anlatıma uygun olan eşitsizlikleri yazıp $b > a$ eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.

$$\left. \begin{array}{l} c > a \\ c \leq b \end{array} \right\} a < c \leq b \Rightarrow a < b$$

2. Akın, Beril, Cansu ve Derya'nın yaşları hakkında aşağıdakiler biliniyor.

A, B, C, D yaşları olsun.

- Derya, Cansu'dan daha yaşlıdır. $D > C$
- Akın ve Beril'in yaşları toplamı Cansu ve Derya'nın yaşları toplamına eşittir. $A + B = C + D$
- Akın ve Derya'nın yaşları toplamı Beril ve Cansu'nun yaşları toplamından daha azdır.
 $A + D < B + C \Rightarrow D > C \Rightarrow B > A$

Buna göre, kişilerin yaşlarının sıralamasını bulunuz.

$$\begin{array}{l} C + D - B + D < B + C \Rightarrow 2D < 2B \Rightarrow D < B \\ A + A + B - C < B + C \Rightarrow 2A < 2C \Rightarrow A < C \\ A < C < D < B \quad \text{Akın} < \text{Cansu} < \text{Derya} < \text{Beril} \end{array}$$

3. Sıfırdan farklı m ve n gerçel sayıları için,

$$\left. \begin{array}{l} m - n \leq 0 \Rightarrow m \leq n \\ n - m \leq 0 \Rightarrow n \leq m \end{array} \right\} \Rightarrow m = n$$

$$m + n \leq 0 \text{ ve } m = n \Rightarrow \begin{array}{l} m < 0 \\ n < 0 \end{array}$$

sayılarından hiç biri pozitif değildir.

Buna göre,

$$\begin{array}{l} \text{I. } 2m - n = 2m - m = m < 0 \\ \text{II. } n - 3m = m - 3m = -2m = - \cdot - = + \\ \text{III. } mn = - \cdot - = + \end{array}$$

İfadelerinden hangileri kesinlikle pozitif sayıdır?
II ve III

II ve III

4. m, n birer gerçel sayı ve $m < n$ olmak üzere,

$$\begin{array}{l} \checkmark 3 \cdot m < 3 \cdot n \quad \text{her iki taraf 3 ile bölünürse } m < n \\ \times \frac{m}{-2} < \frac{n}{-2} \quad \text{her iki taraf -2 ile çarpılırsa } m > n \\ \times \frac{1}{m} > \frac{1}{n} \quad m < 0 < n \text{ olursa yanlış olur.} \\ \checkmark m - 7 < n - 7 \quad m < n \Rightarrow m - 7 < n - 7 \end{array}$$

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?
I ve IV

I ve IV daima doğru

SIRALI KÜME

5. a ve b sıfırdan farklı birer reel sayı olmak üzere,

I. $a < b$ ise $a^3 < b^3$ ✓

II. $a < b < 0$ ise $a^2 > b^2$ ✓

III. $\frac{-1}{3} < \frac{1}{a} < \frac{-1}{5}$ ise $-5 < a < -3$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?
I, II ve III

I, II ve III doğrudur

6. $-2 < x < 5$ olduğuna göre, $3 - 2x$ ifadesinin en küçük tam sayı
değeri kaçtır?

-6

$$-10 < -2x < 4$$

$$-7 < 3 - 2x < 7$$

en küçük tam sayı -6'dır.

7. $2x + y = 5$

$$-1 < x \leq 3$$

olduğuna göre, y sayısının alabileceği değerleri ifade
eden en geniş aralığını bulunuz.

[-1, 7)

$$2x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 2x$$

$$-6 \leq -2x < 2$$

$$-1 \leq \underbrace{5 - 2x}_y < 7 \Rightarrow -1 \leq y < 7$$

[-1, 7)

8.

$$1 \leq \frac{3}{x-5} < 4$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerleri kaç tanedir?

3

$$x - 5 > 0 \Rightarrow x > 5 \dots *$$

$$\frac{1}{4} < \frac{x-5}{3} \leq 1 \Rightarrow \frac{3}{4} < x-5 \leq 3$$

$$\frac{23}{4} < x \leq 8 \dots **$$

$$* \text{ ve } ** \text{ don } 5 < x \leq 8$$

$$6, 7, 8 \rightarrow 3 \text{ tane}$$

ARADA OLMA

Bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı arasında aynı sayı kümesinden başka bir sayının yer alması, o kümenin arada olma özelliğine sahip olduğunu gösterir.

Örnek

1 ile 2 sayıları arasında;

I. Bir doğal sayı bulunmaz.

II. Bulunabilecek rasyonel sayılardan biri $\frac{3}{2}$ olabilir.III. Bulunabilecek irrasyonel sayılardan biri $\sqrt{2}$ olabilir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

Çözüm

I. Ardışık doğal sayılar arasında bir doğal sayı bulunmayacağından 1 ile 2 sayıları arasında bir doğal sayı bulunmaz.

II. $1 = \frac{2}{2}$ ve $2 = \frac{4}{2}$ dir. $\frac{3}{2} < \frac{3}{2} < \frac{4}{2}$ olduğundan $\frac{3}{2}$ sayısı 1 ile 2 arasındadır.III. $1 = \sqrt{1}$ ve $2 = \sqrt{4}$ tür. $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ olduğundan $\sqrt{2}$ sayısı 1 ile 2 arasındadır.

Her üç ifadenin de doğru olduğu görülür.

Örnek

Bir tiyatro salonundaki koltuk numaraları

 $F = \{x \mid x = 8k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ formülüne göre verilmiştir.

Koltuk numaralarının arada olma özelliği taşıyıp taşımadığını belirleyelim.

Çözüm

$$F = \{x \mid x = 8k + 2, k \in \mathbb{N}\}$$

$$k = 0 \text{ için } x = 2$$

$$k = 1 \text{ için } x = 10$$

$$k = 2 \text{ için } x = 18$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

2 sayısı bu kümenin herhangi iki elemanın arasında yer almadığından arada olma özelliğini taşımaz.

Örneğin; $A = \{x \mid x = 4k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$ olsaydı k'ya verilecek herhangi bir değer için bulunacak x sayısı bu kümenin mutlaka iki elemanın arasında olurdu.

Bu durumda A kümesi arada olma özelliğini taşırdı.

Teorem

"Seçilen iki rasyonel sayı arasında sonsuz çoklukta rasyonel sayı vardır." ifadesini ispatlayalım.

İspat

$a, b \in \mathbb{Q}$ olmak üzere,

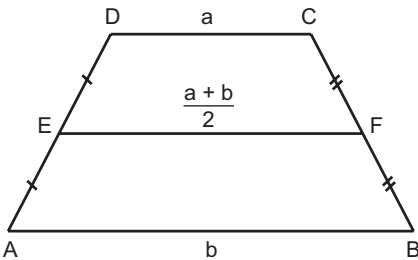
- $a < b$ ise $a < \frac{a+b}{2} < b$ dir.
- $a < \frac{a+b}{2}$ ise $a < \frac{a + \frac{a+b}{2}}{2} < \frac{a+b}{2}$

Şeklinde bu işlemi sonsuz kez yapabileceğimizden seçilen iki rasyonel sayı arasında sonsuz çoklukta rasyonel sayı vardır.

Geometrik İspat

$a < b$ ise $a < \frac{a+b}{2} < b$ ifadesini geometrik olarak ispatlayalım.

Herhangi bir yamukta orta taban, alt taban uzunluğu ile üst taban uzunluğunun toplamının yarısıdır.



ABCD bir yamuk
[AB] // [EF] // [DC]

ARADA OLMA

- 5'in katı olan ardışık iki doğal sayı arasında sadece 4 tane doğal sayı vardır. ✓
 - İki irrasyonel sayı arasında bir tam sayı bulunmaz. ✗
 - İki rasyonel sayı arasında sonsuz çoklukta irrasyonel sayı vardır.

İfadelerinden hangileri **daima** doğrudur?

I ve III

I. $5k$ ile $5k+5$ arasında $5k+1, 5k+2, 5k+3, 5k+4$ bulunur.

II. $\sqrt{2} < x < \sqrt{6}$ arasında $\sqrt{4} = 2$ bulunur.

III. "Seçilen iki rasyonel sayı arasında sonsuz çoklukta rasyonel sayı vardır." Dolayısıyla **sonsuz çoklukta irrasyonel sayı bulunur.**

- $\frac{1}{16}$ ile $\frac{1}{8}$ arasında payı tam sayı ve paydası 48 olan kaç tane rasyonel sayı vardır?

$\frac{3}{48} < \frac{x}{48} < \frac{8}{48}$

$x = 4, 5, 6, 7$ olabilir.

4 tane rasyonel sayı vardır.

- a bir rakam olmak üzere; $3,4a5$ ondalıklı sayısı $3,4$ sayısı $3,45$ sayısı arasında olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerleri bulunuz.

$0, 1, 2, 3, 4$

$3,400 < 3,4a5 < 3,450$

$a = 0, 1, 2, 3, 4$ olabilir.

- AB iki basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, $\sqrt{10}$ ile \sqrt{AB} arasında 6 tane doğal sayı olduğuna göre, $A + B$ toplamı en az kaçtır?

$\sqrt{10} < x < \sqrt{AB}$

$\sqrt{10} = 3, \dots$

$\sqrt{81} = 9$

$x = 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$AB = 82, 83, \dots, 90, \dots, 99$ $A+B$ en az $9+0=9$ olur.

- a bir doğal sayı olmak üzere,

$\sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5}, \dots, a + \sqrt{5}, 4\sqrt{5}$

sayıları küçükten büyüğe soldan sağa doğru sıralanmıştır.

Buna göre, a en çok kaçtır?

6

$$a + \sqrt{5} < 4\sqrt{5} \Rightarrow a < 3\sqrt{5}$$

$$a < \sqrt{45}$$

$$a = \sqrt{36} = 6 \text{ olur.}$$

AKSİNE ÖRNEK VERME

Bir genellemenin tüm durumları için geçerli olmadığını kanıtlamak için kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Bir önermenin yanlış olduğunu göstermek amacıyla bu önermeye uymayan tek bir örnek bulmak yeterlidir.

- Bir irrasyonel sayı ile bir rasyonel sayının çarpımı daima irrasyonel sayıdır.
- İki asal sayının toplamı daima çift sayıdır.
- Bir x sayısının karesi çift sayı ise x çift sayıdır.
- Bir sayının karesi daima kendisinden büyüktür.

Yukarıda verilen ifadelerin doğru olmadığını aksine örnek verme yöntemi ile gösteriniz.

- $0 \cdot \sqrt{2} = 0$
- $2 + 3 = 5$ (Tek)
- $(\sqrt{2})^2$ çift fakat $\sqrt{2}$ çift değil.
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \neq \frac{1}{2}$

SAYILARDA İŞLEM ÖZELLİKLERİ - 1
KAPALILIK ÖZELLİĞİ

Bir kümedeki herhangi iki eleman bir işleme girdiğinde elde edilen sonuç yine aynı kümenin elemanı ise bu küme o işleme göre kapalıdır.

- Tam sayılar kümesi toplama işlemine göre **kapalıdır.**
 - Rasyonel sayılar kümesi çarpma işlemine göre **kapalıdır.**
 - Doğal sayılar kümesi çıkarma işlemine göre **kapalı...değildir.**
 - Reel sayılar kümesi bölme işlemine göre **kapalı...değildir.**
 - İrrasyonel sayılar kümesi toplama işlemine göre **kapalı...değildir.**

Yukarıdaki "....." olan yerlere "kapalıdır" ya da "kapalı değildir" yazınız.

- iki tam sayının toplamı yine tam sayıdır.
- iki rasyonel sayının çarpımı yine rasyonel sayıdır.
- $3, 5 \in \mathbb{N}$ fakat $3-5 = -2 \notin \mathbb{N}$
- $0, 2 \in \mathbb{R}$ fakat $\frac{2}{0} \notin \mathbb{R}$
- $-\sqrt{2}, \sqrt{2} \in \mathbb{Q}'$ fakat $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0 \notin \mathbb{Q}'$

- $A = \{-1, 0, 1\}$ kümesi üzerinde tanımlı
 $a \Delta b = a \cdot b$ işlemi veriliyor.

Buna göre, A kümesinin Δ işlemi üzerinde kapalı olup olmadığını gösteriniz.

kapalıdır

$$\begin{aligned} -1 \Delta 0 &= -1 \cdot 0 = 0 \in A \\ -1 \Delta 1 &= -1 \cdot 1 = -1 \in A \\ 0 \Delta 1 &= 0 \cdot 1 = 0 \in A \end{aligned}$$

0 halde
*kapalıdır.

- $A = \{0, 1, 2\}$ kümesi üzerinde tanımlı,

$$a * b = a + b - ab$$

işlemi veriliyor.

Buna göre, A kümesinin $*$ işlemi üzerinde kapalı olup olmadığını gösteriniz.

Kapalıdır

$$\begin{aligned} 0 \Delta 1 &= 0 + 1 - 0 \cdot 1 = 1 \in A \\ 0 \Delta 2 &= 0 + 2 - 0 \cdot 2 = 2 \in A \\ 1 \Delta 2 &= 1 + 2 - 1 \cdot 2 = 1 \in A \end{aligned}$$

0 halde kapalıdır.

- $A = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, A kümesinin toplama ve çarpma işlemlerine göre kapalı olup olmadığını gösteriniz.

Toplama işlemine göre kapalı değildir.
Çarpma işlemine göre kapalıdır.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2m+1 \text{ ve } x_2 = 2n+1 \text{ olsun.} \\ x_1 + x_2 &= 2m+1 + 2n+1 = 2(m+n) + 2 = 2k+2 \notin A \\ \text{Toplama işlemine göre kapalı değildir.} \\ x_1 \cdot x_2 &= (2m+1) \cdot (2n+1) = 4mn + 2m + 2n + 1 \\ &= 2 \cdot \underbrace{(mn+1)}_k + 1 \\ &= 2k+1 \in A \\ \text{Çarpma işlemine göre kapalıdır.} \end{aligned}$$

SAYILARDA İŞLEM ÖZELLİKLERİ - 2

- Değişme özelliği: Her $a, b \in \mathbb{R}$ için $a + b = b + a$ ve $a \cdot b = b \cdot a$ olur.
- Birleşme özelliği: Her $a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a + (b + c) = (a + b) + c$ ve $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ olur.
- Birim eleman: Her $a \in \mathbb{R}$ için $a + 0 = 0 + a = a$ ve $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ olur. Toplama işleminin birim elemanı 0 ve çarpma işleminin birim elemanı 1'dir.
- Ters eleman: Her $a \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ için $a + (-a) = (-a) + a = 0$ olduğundan a 'nın toplama işlemine göre tersi $-a$ olur.
 $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ olduğundan a 'nın çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{a} = a^{-1}$ olur.
- Yutan eleman: Her $a \in \mathbb{R}$ için $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ olduğundan çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.
- Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği:
Her $a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ve $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ olur.
Çarpma işleminin çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği:
Her $a, b, c \in \mathbb{R}$ için $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ ve $(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$ olur.
- Gerçek sayılarda toplama, çıkarma ve bölme işlemlerinin yutan elemanı yoktur.
- Gerçek sayılarda çıkarma ve bölme işlemlerinin değişme özelliği, birleşme özelliği, etkisiz elemanı ve ters elemanı yoktur.

1.

$$5 \cdot \left(\left(1 \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \right) + \left(\frac{4}{15} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \right) \right) \right)$$

$$\begin{aligned} &= 5 \cdot \left(1 \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \right) + 5 \cdot \left(\left(\frac{4}{15} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{5}{2} \right) \rightarrow \text{Dağılma Özelliği} \\ &= 5 \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{3} \right) + 5 \cdot \left(\frac{12}{30} \cdot \frac{5}{2} \right) \rightarrow \text{Birleşme Özelliği} \\ &= 5 \cdot 0 + 5 \cdot 1 \\ &= 0 + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Toplamada yutan
Çarpmada yutan
Çarpmada birim eleman

Bir öğrenci tahtaya yazılan soruyu yukarıdaki adımlarla çözüp doğru sonucu bulmuştur.

Buna göre, öğrenci

- çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği ✓
- çarpma işleminin birleşme özelliği ✓
- çarpma işleminde yutan ve birim eleman ✓
- toplama işleminde birim eleman ✓

özelliklerinden hangilerini kullanmıştır?

I, II, III ve IV

Hepsi kullanılmıştır.

2. a, b ve c sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere,

- $a + b = b + a$ → Toplamada değişme özelliği
- $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ → Çarpma da birleşme özelliği
- $(a - b) : c = (a : c) - (b : c)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

$$\text{III. } \frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \text{ doğrudur.}$$

I, II ve III doğru

3.

- Reel sayılar kümesinde bölme işleminin yutan elemanı sıfırdır.
- Doğal sayılar kümesinde çıkarma işleminin değişme özelliği vardır.
- Tam sayılar kümesinde çarpma işleminin toplama işlemi üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

Yalnız III

I ve II. Reel sayılarda çıkarma ve bölme işlemlerinin değişme özelliği, birleşme özelliği, birim elemanı, ters elemanı ve yutan elemanı yoktur.

III. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ vardır.

4.

$-\frac{2}{3}$ sayısının çarpma işlemine göre tersi ile toplama işlemine göre tersinin toplamı kaçtır?

$$\frac{-5}{6} \quad \text{Çarpmaya göre tersi} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Toplamaya göre tersi} = \frac{2}{3}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = -\frac{5}{6}$$

ÖNERME KAVRAMI

Kesin doğru ya da kesin yanlış bir hüküm bildiren matematiksel ifadelere önerme denir.
Önermeler sözel veya sembolik dille ifade edilebilir.

1. I. "5 asal bir sayıdır." *Kesin doğru*
- II. " $2^2 + 3^2 = 4^2$ " dir. *Kesin yanlış*
- III. "Tiyatroya gidelim mi?"

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri önermedir?

- I ve II
- I. *Önerme* Not Soru işareti olan ifadeler önerme değildir.
- II. *Önerme*
- III. *Önerme değil*

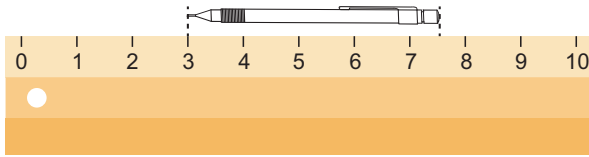
2. Bir uçak yolculuğunda kaptan pilot yolculara şu anonsu yapmıştır.

"Günaydın sayın yolcularımız. Şu an yerden 35 bin feet yükseklikteyiz. Uçağımız saatte 700 km hızla uçmaktadır. Meteorolojiden alınan bilgiye göre Adana'da hava açık ve 30 santigrad sıcaklığı göstermektedir. İyi uçuşlar."

Buna göre, kaptan pilotun kurduğu cümlelerden kaç tanesi bir önermedir?

- 3 ● ● ● 3 tanesi önermedir.

3. Aşağıda cm biriminden ölçüm yapan bir cetvel görseli verilmiştir.



Buna göre,

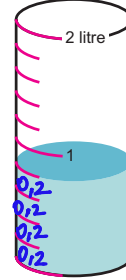
- I. "Bir yılda dört mevsim vardır." *Kesin doğru*
- II. " $7 - 4 = 1$ " *Kesin yanlış*
- III. "Kalem uzunluğu 4 cm'den büyüktür." *Kesin doğru*
- IV. "Bugün yağmur yağacak." *Kesin değil*

İfadelerinden hangileri bir önermedir?

I, II ve III

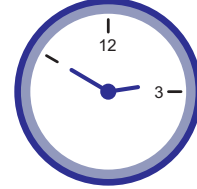
I, II ve III önerme, IV önerme değil

4. I. Aşağıda içinde su bulunan eşit aralıklarla ölçeklendirilmiş A kabının görseli verilmiştir.



"A kabının içinde a litre su vardır." *a = 0,8*

- II. Aşağıda saatin 14.50 olduğu on iki bölmeli bir duvar saati verilmiştir.



"En az b dakika sonra akrep ile yelkovan arasındaki açı 90° olur." *b = 10*

I ve II. ifadede verilen her iki önerme doğru olduğuna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

8

$$a \cdot b = 0,8 \cdot 10 = 8$$

5. I. Bazı aylar *31* gündür.
- II. Haftanın P harfi ile başlayan günlerinin sayısı *3* dir.

I ve II doğru iki önermedir.

Buna göre, yukarıdaki boşluklara yazılabilecek sayıların toplamı en çok kaçtır?

34

$$31 + 3 = 34$$

İŞLEM ÖZELLİKLERİNİ SEMBOLİK DİL İLE İFADE ETMEK

	Niceleyici		Bağlaç			Gerektirme	
Sembol	\exists	\forall	\wedge	\vee	$\underline{\vee}$	\Rightarrow	\Leftrightarrow
Anlamı	bazı (En az bir)	her	ve	veya	ya da	ise (tek yönlü gerektirme)	ancak ve ancak (çift yönlü gerektirme)

Örneğin;

- "Her tam sayının karesi sıfırdan büyük veya sıfıra eşittir." $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$
- "Bazı gerçek sayıların karesi, kendisinden küçüktür." $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < x$
- "Bazı tam sayıların 2 katı 5'ten küçük değildir." $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x \geq 5$

1. I. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 2$ " önermesinin değil;
" $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2$ " dir.
II. " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x \cdot (x + 1) = x^2 + x$ "
eşitliğine özdeşlik denir.
III. " $\forall x \in \mathbb{R}$ için \sqrt{x} "
ifadesi her zaman bir reel sayı belirtir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

$$(\forall)' = \exists, (\exists)' = \forall, (>)' = \leq, (\geq)' = <$$

- I. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 2$ değil $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2$
II. $\forall x \in \mathbb{R}, x \cdot (x + 1) = x^2 + x$ özdeşlik
III. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $\sqrt{x} \notin \mathbb{R}$ $\sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$
I ve II doğrudur.

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

- I. $\exists x \in A$ için $3x - 5 \in A$ dir.
II. $\forall x \in A$ ve $\exists y \in A$ için $x + y < 5$ tir.
III. $\exists x \in A$ ve $\exists y \in A$ için $x - y = 1$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

- I. $3 \cdot 2 - 5 = 1 \in A$ doğru
II. $5 + 1 \neq 5$ yanlış
III. $3 - 2 = 1$ doğru

3. I. " $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ için $a \cdot b = a \cdot c \Rightarrow b = c$ dir."
II. " $\forall x \in \mathbb{R}$ ve $\exists y \in \mathbb{R}$ için $x < y$ dir."
III. " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 > 0$ dir."

ifadelerinden hangileri doğrudur?

Yalnız II

- I. $0 \cdot 2 = 0 \cdot 3 \Rightarrow 2 \neq 3$ yanlış
II. $\frac{1}{2} < 3, 2 < 3$ doğru
III. $0 \in \mathbb{R}$ için $0^2 \neq 0$ yanlış

Yalnız II

4. I. $\forall a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
" $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ " dir. ✓
II. $\forall c, d \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
" $c^2 + d^2 = 0 \Rightarrow c = 0 \wedge d = 0$ " dir. ✓
III. $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için $x \cdot y = 0$ olacak şekilde
 $\exists y \in \mathbb{R}$ sayısına yutan eleman denir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

I, II ve III doğru

Performans Değerlendirme

1. -2 sayısı,

- I. Doğal Sayı
 II. Tam Sayı ✓
 III. Rasyonel Sayı ✓
 IV. İrrasyonel Sayı
 V. Gerçek Sayı ✓

C sayı kümelerinden kaç tanesinin bir elemanıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. I. İki irrasyonel sayının çarpımı daima irrasyoneldir. X
 II. Her tam sayı bir gerçek sayıdır. ✓
 III. İki irrasyonel sayının toplamı rasyonel sayı olabilir. ✓

D Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) II ve III E) I, II ve III

$$I. \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \notin \mathbb{Q}'$$

$$II. \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$$

$$III. -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0 \in \mathbb{Q}$$

3. \mathbb{N} = Doğal Sayılar \mathbb{Z} = Tam Sayılar \mathbb{I} = İrrasyonel Sayılar

- I. $a \in \mathbb{N}$ ve $b \in \mathbb{N}$ ise $\frac{a}{b} \in \mathbb{N}$ olur. $\frac{0}{0} \notin \mathbb{N}$
 II. $a \in \mathbb{N}$ ise $-a \in \mathbb{Z}$ olur. ✓
 III. $a \in \mathbb{I}$ ise $a^2 \in \mathbb{I}$ olur.

C ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 D) Yalnız III E) II ve III

$$III. \sqrt{2} \in \mathbb{I} \text{ fakat } (\sqrt{2})^2 = 2 \notin \mathbb{I}$$

Yalnız II

4. I. " $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 3 \wedge x > 1$ " ✓ $4 > 3 \wedge 4 > 1$ olur.
 II. " $\forall x \in \mathbb{Z} : x > 3 \vee x > 1$ " X $-2 > 3 \vee -2 > 1$ olamaz.
 III. " $\forall x \in \mathbb{Z} : x > 1 \Rightarrow x > -2$ " ✓ 1 den büyük her tam sayı -2 den büyüktür.
 IV. " $\exists x \in \mathbb{Z} : (2x + 4) \cdot (3x - 7) = 0$ " ✓ $x = -2$ için doğru
 V. " $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 = 1 \Leftrightarrow |x| = 1$ " ✓ $x = 1 \vee x = -1$

D Yukarıda verilen önermelerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. E Aşağıdakilerden hangisi bir rasyonel sayıdır?

- A) $\sqrt{2} + 1$ B) $2\sqrt{2} - 1$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$D) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

$$E) \frac{2\sqrt{2} - 2}{3\sqrt{2} - 3}$$

$$\frac{2(\sqrt{2}-1)}{3(\sqrt{2}-1)} = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

6. a irrasyonel ve b bir tam sayıdır.

Buna göre; a^b ifadesinin değeri,

- I. irrasyonel sayı olabilir. $(\sqrt{2})^3 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \in \mathbb{I}$
 II. sayma sayısı olabilir. $(\sqrt{2})^2 = 2 \in \mathbb{N}^+$
 III. negatif tam sayı olabilir. $(-\sqrt{2})^3 = -2 \in \mathbb{Z}^-$

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) Yalnız III E) I, II ve III

Performans Değerlendirme

7. a, b ve c sıfırdan farklı birer tam sayı olmak üzere,

- I. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
- II. $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
- III. $a : (b + c) = (a : b) + (a : c)$

A ifadelerinden hangileri **daima** doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) I ve II
- C) Yalnız II
- D) II ve III
- E) I, II ve III

I. Daima doğru

II. $2 + (3 \cdot 4) = (2 + 3) \cdot (2 + 4)$
 $14 = 30$ yanlış

III. $10 : (2 + 3) = (10 : 2) + (10 : 3)$
 $2 = 5 + \frac{10}{3}$ yanlış

8. p sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere, p sayısının çarpma işlemine göre tersi ile toplama işlemine göre tersinin toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1-p}{p^2}$
- B) $\frac{1-p^2}{p}$
- C) $\frac{1+p^2}{p}$
- D) $\frac{1+p}{p^2}$
- E) $\frac{p-1}{p^2}$

$$\frac{1}{p} - p = \frac{1-p^2}{p}$$

9. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{36}{72} < x < \frac{48}{72}$
 eşitliği veriliyor.

$$\frac{40}{72}, \frac{42}{72}, \frac{45}{72}$$

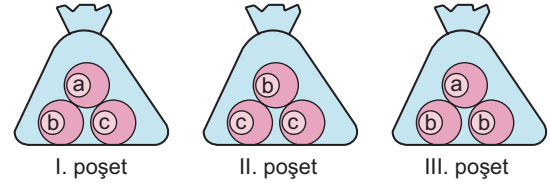
Buna göre, x

- I. $\frac{7}{12} = \frac{42}{72}$
- II. $\frac{5}{8} = \frac{45}{72}$
- III. $\frac{5}{9} = \frac{40}{72}$

E sayılarından hangileri olabilir?

- A) Yalnız I
- B) I ve II
- C) Yalnız II
- D) II ve III
- E) I, II ve III

10. Aşağıdaki özdeş poşetlerin her birinde üçer top bulunmaktadır. Topların üzerinde yazan a, b, c sayıları topın gram birimine göre ağırlıklarıdır.



İçindeki toplarla birlikte tartıldıklarında I. poşet en ağır ve III. poşet en hafif gelmiştir.

Buna göre; a, b, c sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $c < b < a$
- B) $c < a < b$
- C) $b < c < a$
- D) $b < a < c$
- E) $a < b < c$

$$a + b + c > b + 2c > a + 2b$$

$$a + b + c > b + 2c \quad a + b + c > a + 2b$$

$$a > c$$

$$c > b$$

$$b < c < a$$

11. x pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{x-20}{-4} \geq x$$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 12
- B) 11
- C) 10
- D) 9
- E) 8

$$x - 20 \leq -4x \Rightarrow 5x \leq 20$$

$$x \leq 4$$

$$0 < x \leq 4$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

12.

$$\frac{4}{x-7} \geq 2$$

$$x - 7 > 0$$

$$x > 7$$

$$\frac{x-7}{4} \leq \frac{1}{2}$$

$$x - 7 \leq 2 \Rightarrow x \leq 9$$

eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 17
- B) 21
- C) 37
- D) 42
- E) 45

$$7 < x \leq 9 \rightarrow 8 + 9 = 17$$

Performans Değerlendirme

1. \mathbb{S} = Sayma Sayılar
 \mathbb{N} = Doğal Sayılar
 \mathbb{Z} = Tam Sayılar
 \mathbb{Q} = Rasyonel Sayılar
 \mathbb{I} = İrrasyonel Sayılar
 \mathbb{R} = Gerçek Sayılar

Halil Öğretmen, matematik dersinde tahtaya yukarıdaki sayı kümelerini ve aşağıdaki sayıları yazıyor.

$\sqrt{5}$	-3	2
$\frac{2}{3}$	0	$-\pi$

Halil Öğretmen tahtaya kaldırdığı öğrencisine; "Yazdığım altı sayıdan ikisini seç. Seçtiğin sayılar, verdiğim sayı kümelerinden kaç tanesinin elemanı ise bu sayıların her birinden ayrı ayrı puanlar alacaksın." diyor.

Örneğin; öğrencisi $\sqrt{5}$ sayısını seçerse, bu sayı hem irrasyonel hem de gerçek sayılar kümesine ait olduğu için 2 puan olacaktır.

Buna göre, öğrencinin alabileceği puan en çok kaçtır?

- D A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

2 sayısı $\mathbb{S}, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ kümesinin elemanıdır.
 0 sayısı $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ kümesinin elemanıdır.
 $5+4=9$

2. Verilen bir grup sayı ile "sayı silme oyunu" oynanmaktadır. Bu oyunda, verilen sayıların arasından bir çarpımı oluşturanlar ve çarpım silinir. Artık sayı silme işlemi yapılmadığında oyun biter.

Örneğin; "2, 3, 4, 5, 6" sayıları verilsin. $2 \cdot 3 = 6$ olduğundan verilen sayıların arasından 2, 3 ve 6 silinirse geriye 4 ve 5 kalır.

$$\sqrt{5}, 3, 2\sqrt{5}, 6, x, 10$$

sayıları arasında sayı silme oyunu oynanınca oyun bitiminde hiç sayı kalmadığına göre, x'in alabileceği doğal sayı değerlerin çarpımı kaçtır?

- D A) 60 B) 54 C) 48 D) 36 E) 18

$$\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10$$

$$3 \cdot 6 = x \text{ veya } 3 \cdot x = 6 \text{ veya } 6 \cdot x = 3$$

$$18 = x$$

$$x = 2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$18 \cdot 2 = 36$$

3. A bir doğal sayı ve AB iki basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, \sqrt{A} ve \sqrt{AB} birer rasyonel sayı olduğuna göre, A + B toplamının en büyük değeri kaçtır?

- B A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16
 $\sqrt{16}, \sqrt{25}, \sqrt{36}, \sqrt{49}, \sqrt{64}, \sqrt{81}$

A+B en çok olması için $AB=49$ olmalı
 $A+B=4+9=13$

4. p bir irrasyonel sayıdır.

Buna göre,

- I. $p^2 + 1$ $p=\sqrt{2}$ için $(\sqrt{2})^2+1=3$
 II. $p - \sqrt{5}$ $p=\sqrt{5}$ için $\sqrt{5}-\sqrt{5}=0$
 III. $p + 2$ daima irrasyonel

ifadelerinden hangileri her zaman bir irrasyonel sayıdır?

- D A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
 D) Yalnız III E) I ve III

5. n bir doğal sayı ve m pozitif bir irrasyonel sayıdır.

$$n = \frac{36}{m^2} \quad 36 \text{ nın bölenleri } 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$$

Buna göre, m'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- D A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$n = \frac{36}{m^2}$$

$$m = \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{12}, \sqrt{18} \rightarrow 5 \text{ tane}$$

6. I. $4,12 = \text{Ondalıklı rasyonel sayı}$

II. $\sqrt{\pi^2} = \pi$ irrasyonel

III. $3,14 = \text{Devirli sayılar rasyonel}$

a ve b birer tam sayı olmak üzere, yukarıdaki verilen

sayılardan hangileri $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılamaz?

- B A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) Yalnız III E) II ve III

Performans Değerlendirme

7. I. Doğal sayılar çıkarma işlemine göre kapalıdır.
II. Çarpma işleminin yutan elemanı ile toplama işleminin birim elemanı birbirine eşittir.
III. Tam sayılarda toplama işleminin değişme özelliği vardır.

D ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

- I. $3, 5 \in \mathbb{N}$ fakat $3-5 = -2 \notin \mathbb{N}$ kapalı değil
II. Çarpmada yutan eleman 0
Toplamada birim eleman 0
III. $a+b = b+a$ değişme özelliği vardır.

8. a, b ve c sıfırdan farklı birer reel sayı olmak üzere,

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

eşitliği; çarpma işleminin toplama işlemi üzerine soldan dağılma özelliğidir.

Buna göre,

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

eşitliği aşağıdaki şartlardan hangisi sağlanırsa kesinlikle doğru olur?

- D A) $a + b = 2c$ B) $a + b - c = 1$
C) $a - b - c = 1$ D) $a + b + c = 1$
E) $a + c = 2b$

$$a + b \cdot c = a^2 + a \cdot c + b \cdot a + b \cdot c$$

$$1 \cdot a = a \cdot (a + c + b)$$

$$1 = a + b + c$$

9. Herhangi iki elemanı arasında sonsuz sayıda elemanı olan kümelere yoğun küme denir.

Yukarıdaki tanıma göre aşağıdaki kümelerden hangisi yoğundur?

- C A) $\{0, 1, 2\}$ B) \mathbb{N} D) \mathbb{Z} E) \mathbb{N}^+

\mathbb{Q} da herhangi iki elemanı arasında sonsuz tane rasyonel sayı vardır.

10. a, b ve c sıfırdan ve birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, ondalık gösterimleri

$$K = a, b$$

$$L = b, c$$

$$M = c, a$$

biçiminde olan üç sayı veriliyor.

Ondalık gösterimi verilen sayılarda sıralama konusunu yanlış öğrenen Alican bu üç sayının sıralamasının, birler basamağı yerine **onda birler basamağındaki değer** büyüklüğüne göre yapılacağını düşünerek $K < L < M$ sıralamasını elde ediyor.

Buna göre, bu sayıların doğru sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

- C A) $K < M < L$ B) $L < K < M$ D) $M < K < L$ E) $M < L < K$

$$K < L < M \Rightarrow b < c < a$$

Şimdi birler basamağına göre sıralayalım.

$$L < M < K$$

11. I. " $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$ için $\exists b \in \mathbb{R}$ vardır öyle ki $a \cdot b = 1$ " dir. ✓

II. " $\forall a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $a \cdot b \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0 \wedge b \neq 0$ dir." ✓

III. " $(\exists x \in \mathbb{Z})$ ve $(\exists y \in \mathbb{Z})$ için $(x + y = 0)$ dir." ✓

E ifadelerinden hangileri doğrudur? $-2+2=0$

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

12. $A = \{x \mid x = 2k - 3, k \in \mathbb{Z}\}$ ve $A = \{\dots, -1, -3, 1, 3, \dots\}$
 $B = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ $B = \{\dots, -3, 1, 5, 9, \dots\}$
 $A \cap B = \{\dots, -3, 1, 9, \dots\}$
kümeleri veriliyor.

Buna göre;

I. $A \cap B$ kümesinin kesişiminin arada olma özelliği vardır. ✓

II. A kümesi toplama işlemine göre kapalıdır. —

III. B kümesi çarpma işlemine göre kapalıdır. ✓
 $4m+1, 4n+1 \in B \Rightarrow (4m+1) \cdot (4n+1) = 16mn + 4(m+n) + 1$

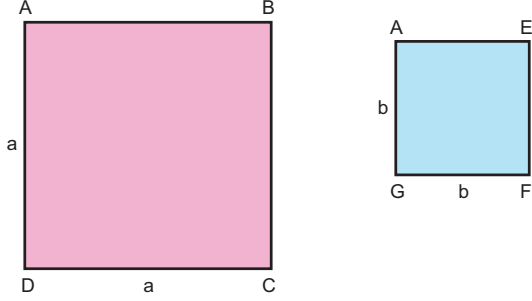
- D A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III
 $= 4(4mn + m + n) + 1$
 $= 4k + 1 \in B$

AKTİVİTE (İKİ KARE FARKI)

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

Örnek

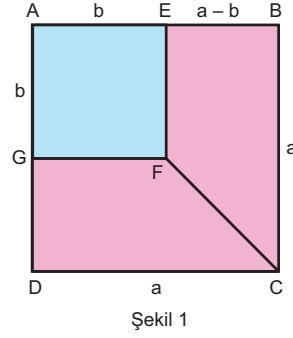
Aşağıda birer kenarı a ve b birim olan kare şeklinde iki karton verilmiştir. ($b < a$)



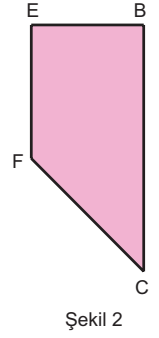
Buna göre,

- 1) Mavi renkli kartonu pembe renkli kartonun üzerine A köşeleri ve kenarları çakışacak şekilde yerleştirin.
- 2) Bu durumda görünen pembe renkli bölgenin alanını bulunuz.
- 3) Mavi renkli kartonun F köşesi ile pembe renkli kartonun C köşesini birleştirecek şekilde [FC] doğru parçasını kalemle çizin.
- 4) Bir makas yardımıyla pembe renkli EBCF ve GFCD dik yamuklarını kesip çıkarın.
- 5) Bu dik yamukları birer kenarı çakışacak şekilde birleştirip EBGD dikdörtgenini oluşturun.
- 6) 2. maddede bulduğunuz alanı EBGD dikdörtgeninin alanına eşitleyerek özdeşliği bulun.

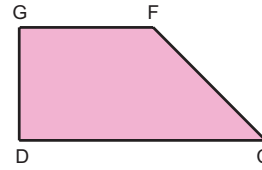
Çözüm



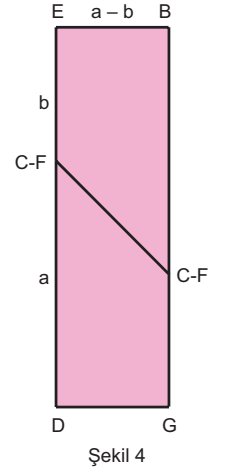
Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3



Şekil 4

Şekil 1'de pembe renkli bölgenin alanı: $a^2 - b^2$

Şekil 4'teki dikdörtgenel bölgenin alanı: $(a - b) \cdot (a + b)$

Buradan; $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ olur.

İKİ KARE FARKI

$$A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$$

1. Üç ifade aşağıdaki gibi çarpanlarına ayrılmıştır.

I. $51^2 - 49^2 = 2 \cdot 100$

II. $a^2 - 1 = (a - 1) \cdot (a + 1)$

III. $25b^2 - 4 = (5b - 1) \cdot (5b + 4)$

Buna göre, hangi öncüllerdeki çarpanlara ayırma işlemi doğrudur?

I ve II
I. $51^2 - 49^2 = (51 - 49) \cdot (51 + 49) = 2 \cdot 100 \checkmark$

II. $a^2 - 1 = (a - 1) \cdot (a + 1) \checkmark$

III. $(5b)^2 - 2^2 = (5b - 2) \cdot (5b + 2) \times$

I ve II

2. $(10,25)^2 - (9,75)^2$

10 işleminin sonucu kaçtır?

$$(10,25 - 9,75) \cdot (10,25 + 9,75)$$

$$0,50 \cdot 20 = 10$$

3. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$25 \cdot a^2 - b^2 = 29$$

42 olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

$$(5a)^2 - b^2 = 29 \Rightarrow \underbrace{(5a - b)}_1 \cdot \underbrace{(5a + b)}_{29} = 29$$

$$\begin{array}{r} 5a - b = 1 \\ + 5a + b = 29 \\ \hline 10a = 30 \\ a = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 15 - b = 1 \Rightarrow b = 14 \\ a \cdot b = 3 \cdot 14 = 42 \end{array}$$

4. Yaşları ile ilgili hesaplamalar yapan Aysun ile Batuhan arasında aşağıdaki konuşmalar geçiyor.

Aysun : "Ben senden 7 yaş büyüğüm." $a = b + 7$

$$a - b = 7$$

Batuhan : "Benim yaşımın karesine 231 eklersem, senin yaşının karesine eşit olur." $b^2 + 231 = a^2$

20 Buna göre, Aysun kaç yaşındadır?

$$a^2 - b^2 = 231 \Rightarrow \underbrace{(a - b)}_7 \cdot \underbrace{(a + b)}_{33} = 231$$

$$\begin{array}{r} a - b = 7 \\ + a + b = 33 \\ \hline 2a = 40 \\ a = 20 \end{array}$$

5. $5^6 - 4$ sayısı,

I. 41 \checkmark

II. 6 \times

III. 127 \checkmark

sayılarından hangileri ile tam bölünür?

I ve III
 $(5^3)^2 - 2^2 = (5^3 - 2) \cdot (5^3 + 2)$
 $= (125 - 2) \cdot (125 + 2)$
 $= 123 \cdot 127$
 $= 41 \cdot 3 \cdot 127$

I ve III

6. $a \cdot b - c = 5$

$$a \cdot c - b = 7$$

olduğuna göre,

$$(b^2 - c^2) \cdot (a^2 - 1)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

-24
 $(b - c) \cdot (b + c) \cdot (a - 1) \cdot (a + 1)$
 $12 \cdot -2 = -24$

Taraf tarafa çıkarılırsa

$$a \cdot (b - c) + b - c = -2$$

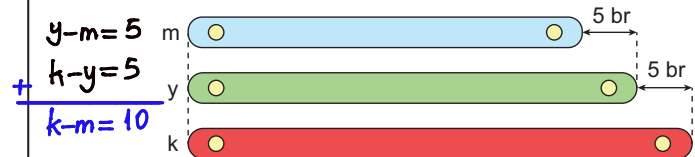
$$(b - c) \cdot (a + 1) = -2$$

Taraf tarafa toplanır

$$a \cdot (b + c) - (b + c) = 12$$

$$(b + c) \cdot (a - 1) = 12$$

7. Aşağıdaki çubuklardan mavi olanın uzunluğu m, kırmızı olanın uzunluğu k ve yeşil olanın uzunluğu y birimdir.



50 Buna göre, $m^2 + k^2 - 2y^2$ işleminin sonucu kaçtır?

$$m^2 - y^2 + k^2 - y^2 = \underbrace{(m - y)}_{-5} \cdot \underbrace{(m + y)}_5 + \underbrace{(k - y)}_5 \cdot \underbrace{(k + y)}_5$$

$$= -5m - 5y + 5k + 5y$$

$$= 5(k - m)$$

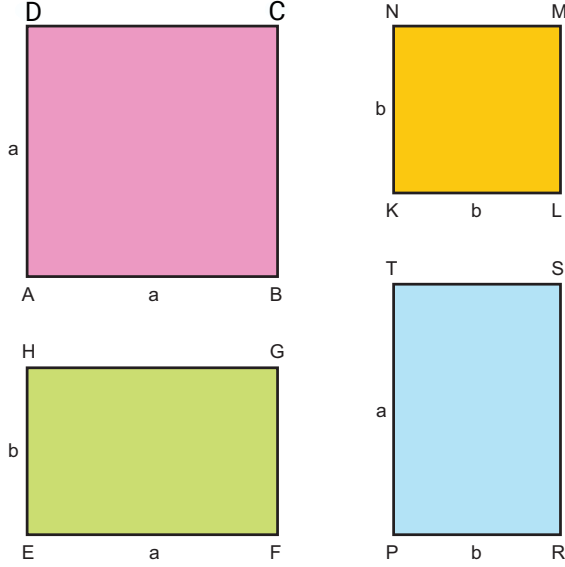
$$= 50$$

AKTİVİTE (TAM KARE)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ eşitliği}$$

Örnek

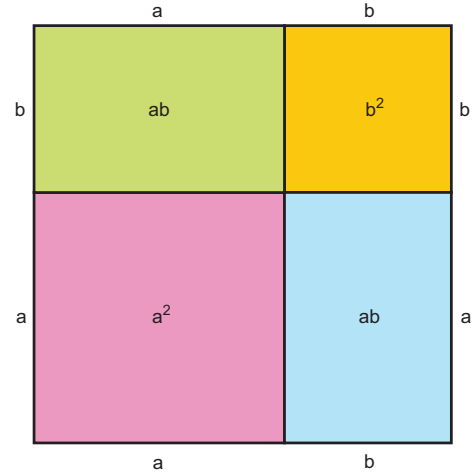
Aşağıda birer kenarı a ve b birim olan birer kare ve uzun kenarı a, kısa kenarı b olan iki dikdörtgen şeklinde karton verilmiştir. ($b < a$)



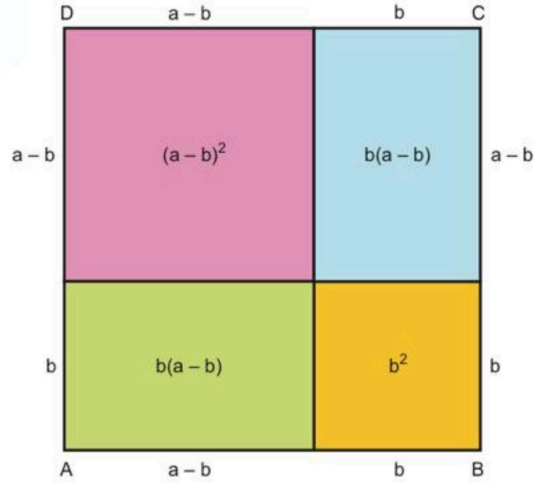
Buna göre,

- 1) $A(ABCD) = a^2$
 $A(EFGH) = a \cdot b$
 $A(KLMN) = b^2$
 $A(PRST) = a \cdot b$
- 2) Bu kartonları kenarları çakişacak şekilde yan yana ve üst üste koyarak kare şeklinde bir karton oluşturun.
- 3) Oluşan karenin bir kenarını bulun.
- 4) Oluşan karenin alanını bu kareyi oluşturan dört kartonun alanına eşitleyerek özdeşliği bulun.

Çözüm



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

TAM KARE İFADELER

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

1. $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + a$

$$(x - 3)^2 = x^2 - bx + 9$$

$$(cx + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

10 olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow a = 1$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow b = 6$$

$$(cx+2)^2 = c^2x^2 + 4cx + 4 \Rightarrow c^2 = 9 \text{ ve } 4c = 12$$

$$c = 3$$

$$a + b + c = 1 + 6 + 3 = 10$$

2. $a - b = 5$

$$a \cdot b = 2$$

29 olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

$$(a-b)^2 = (5)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 25$$

$$a^2 + b^2 = 29$$

3.

$$a + \frac{1}{a} = 7 \text{ olduğuna göre,}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2}$$

47 toplamının sonucu kaçtır?

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (7)^2$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 49 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 47$$

4.

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 5$$

olduğuna göre,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

27 toplamının sonucu kaçtır?

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 = (5)^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 25$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 27$$

5.

$$x + \frac{2}{x-1} = 5$$

olduğuna göre,

$$(x-1)^2 + \frac{4}{(x-1)^2}$$

12 toplamının sonucu kaçtır?

$$\left(x-1 + \frac{2}{x-1}\right)^2 = (4)^2$$

$$(x-1)^2 + 2 \cdot (x-1) \cdot \frac{2}{x-1} + \frac{4}{(x-1)^2} = 16$$

$$(x-1)^2 + \frac{4}{(x-1)^2} = 12$$

6.

$$a^2 - 4b^2 + c^2 + 2ac$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

$$(a + c - 2b) \cdot (a + c + 2b)$$

$$a^2 + 2ac + c^2 - 4b^2$$

$$(a+c)^2 - (2b)^2$$

$$(a+c-2b) \cdot (a+c+2b)$$

7.

$$9m^2 + 4n^2 = 40$$

$$m \cdot n = 3$$

2 olduğuna göre, $3m - 2n$ farkının pozitif değeri kaçtır?

$$A = (3m - 2n)^2$$

$$A^2 = 9m^2 + 4n^2 - 2 \cdot 3m \cdot 2n$$

$$A^2 = 40 - 12 \cdot 3 \Rightarrow A^2 = 4$$

$$A = 2$$

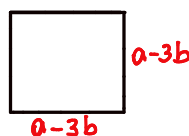
8.

Bir karenin alanı $a^2 - 6ab + 9b^2$ birimkaredir.

Buna göre, karenin çevresi kaç birimdir?

$$4a - 12b$$

$$a^2 - 6ab + 9b^2 = (a-3b)^2$$



$$\text{Çevre} = 4 \cdot (a-3b)$$

$$= 4a - 12b$$

ÜÇ TERİMLİ İFADENİN KARESİ

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

1.

$$a + b + c = 6$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2}{a \cdot b \cdot c} \Rightarrow ab + ac + bc = 2$$

32 olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab+ac+bc)$$

$$36 = a^2 + b^2 + c^2 + 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 32$$

2. x, y ve z birer gerçel sayı olmak üzere,

$$y - x - z = 8$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 76$$

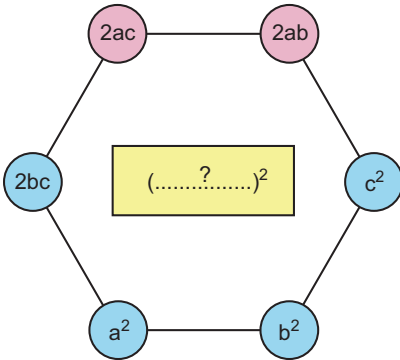
6 olduğuna göre, $yz + xy - xz$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$(y-x-z)^2 = y^2 + x^2 + z^2 + 2 \cdot (-xy - yz + xz)$$

$$2 \cdot (xy + yz - xz) = 76 - 64$$

$$xy + yz - xz = 6$$

3. Aşağıdaki altıgenin her bir köşesine cebirsel ifadeler yazılmıştır.



Altıgenin köşelerine yazılan cebirsel ifadeler toplanacaktır. Maviye boyalı dairelerin içindeki cebirsel ifadeler (+) ile pembeye boyalı dairelerin içindeki cebirsel ifadeler (-) ile çarpılacaktır.

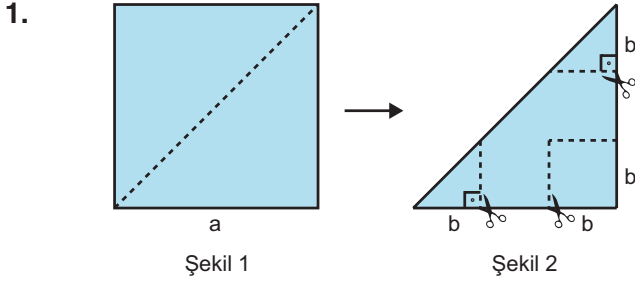
Buna göre, altıgenin içindeki (?) işareti yerine gelecek ifadeyi bulunuz.

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2bc - 2ac - 2ab = (a - b - c)^2$$

$$? = a - b - c$$

NOTLAR

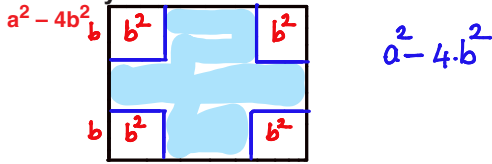
GEOMETRİK UYGULAMA



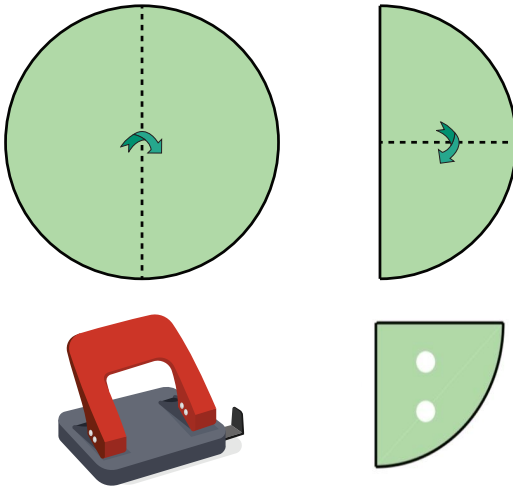
Bir kenar uzunluğu a birim olan kare şeklindeki kumaş parçasının karşılıklı köşe noktası üst üste gelecek şekilde ikiye katlanıyor.

Ardından oluşan şekil üzerindeki iki köşeden kenar uzunlukları b birim olan ikizkenar üçgen, dik köşede ise kenar uzunluğu b birim olan kare kumaş çıkartılıyor.

Kumaş tekrar eski haline getirildiğinde, kumaşın bir yüzünün alanının kaç birimkare olduğunu gösteren ifadeyi bulunuz.

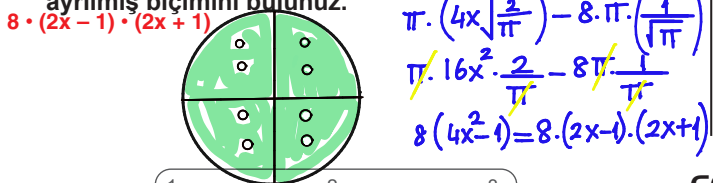


2. Yarıçapı $4x \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ olan daire biçimindeki bir kağıt aşağıda gösterildiği gibi iki kez katlanmıştır.

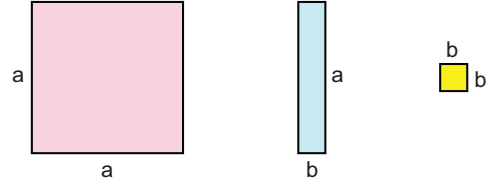


Son durumdaki kağıttan bir delgeçle yarıçapı $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ birim olan iki tane eş daire kesiliyor.

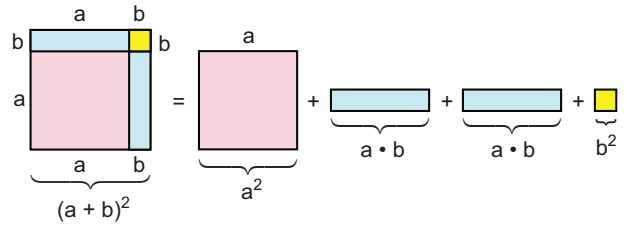
Buna göre, kağıt tekrar açıldığında kağıdın ön yüzünün alanını veren cebirsel ifadenin çarpanlara ayrılmış biçimini bulunuz.



3. Aşağıda verilen kareler ve dikdörtgen ile $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliği modellenmiştir.



Bu özdeşlik yukarıdaki parçalardan 4 tane kullanılarak

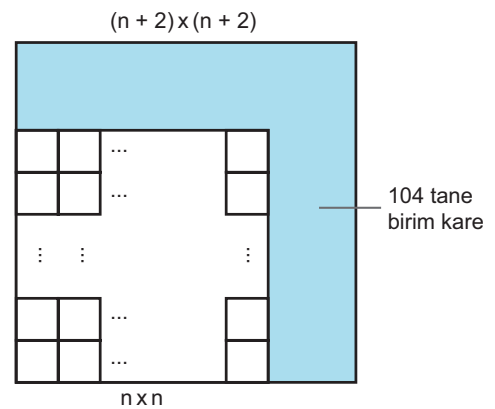


şeklinde modellenmiştir.

Buna göre, $(2a + nb)^2$ özdeşliğini bu yöntemle modelleyen Elis'in kullandığı kare sayısı, dikdörtgen sayısından 9 fazla olduğuna göre, n kaçtır?

5 $(2a + nb)^2 = 4a^2 + 4n \cdot ab + n^2 b^2$ $n^2 + 4 - 4n = 9$
 4 tane a^2 $n^2 + 4$ tane kare $(n-2)^2 = 9 \Rightarrow n-2 = 3$
 $4n$ tane ab $4n$ tane dikdörtgen $n = 5$
 n^2 tane b^2

4. Aşağıda birim karelerin yan yana ve üstü üste dizilmesiyle oluşturulmuş $n \times n$ boyutlarındaki bir karenin $(n + 2) \times (n + 2)$ boyutlarındaki bir kareye dönüştürülmesi gösterilmiştir. Bu işlemde mavi renkle gösterilen bölgeye 104 yeni birim kare eklenmiştir.



Buna göre, şekildeki $n \times n$ 'lik kare $(n + 3) \times (n + 3)$ boyutlu bir kareye dönüştürülmek istenseydi eklenecek birim kare sayısı kaç olurdu?

159 $(n+2)^2 - n^2 = 104 \Rightarrow n^2 + 4n + 4 - n^2 = 104$
 $4n = 100 \Rightarrow n = 25$
 $28 \cdot 28 - 25 \cdot 25 = 28^2 - 25^2$
 $= (28 + 25) \cdot (28 - 25)$
 $= 53 \cdot 3$
 $= 159$

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ BİÇİMİNDEKİ KÖKLÜ İFADELER

$0 < y < x$ ve $x+y=a$, $x \cdot y=b$ olmak üzere,

$$\sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \text{ dir.}$$

$$\sqrt{a-2\sqrt{b}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} \text{ dir.}$$

1.

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

3+2 3.2 3+2 3.2

$2\sqrt{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

2.

$$\sqrt{8-4\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

($\sqrt{2}$)

$\sqrt{6}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{8-2\sqrt{12}} + \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

6+2 6.2

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

3.

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot (4-2\sqrt{3})$$

2 işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} \cdot (4-2\sqrt{3}) = \left(\frac{\sqrt{4}+\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (4-2\sqrt{3})$$

4+3 4.3

$$= 8 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2 \cdot 3 = 8 - 6 = 2$$

4.

$$\frac{\sqrt{8+2\sqrt{7}}}{\sqrt{2} \cdot (1+\sqrt{7}) + (1+\sqrt{7})}$$

$\sqrt{2}-1$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\frac{\sqrt{7}+1}{(1+\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{2}+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}-1$$

5. a ve b birer doğal sayıdır.

$$\sqrt{5-\sqrt{13+2\sqrt{48}}} = \sqrt{a-b}$$

4 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

$$\sqrt{5-\sqrt{13+2\sqrt{12}}} = \sqrt{a-b}$$

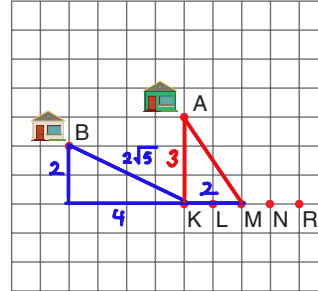
12+1 12.1

$$\sqrt{5-(\sqrt{12}+1)} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$$

3+1 3.1

$$a=3, b=1 \Rightarrow a+b=3+1=4$$

6.



Yatay ve dikey doğrultuda birer birim aralıklarla oluşturulmuş noktalar ile bu noktalardan bazıları adlandırılarak yandaki şekilde gösterilmiştir.

B noktasındaki evinden yola çıkan Erdal en kısa yolu kullanarak

$\sqrt{24+2\sqrt{80}}$ birim yol aldığıında K, L, M, N, R noktaları doğrultusunda bir yere ulaşmıştır.

Buna göre, A noktasındaki evinden yola çıkacak olan Ceyda'nın Erdal ile buluşabilmesi için en az kaç birim yol alması gerekir?

$$\sqrt{24+2\sqrt{80}} = \sqrt{4} + \sqrt{20} = 2 + 2\sqrt{5}$$

4+20 4.20

$$|AM|^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow |AM|^2 = 13$$

$$|AM| = \sqrt{13}$$

Performans Değerlendirme

1. ab ve ba iki basamaklı sayılar olmak üzere,

$$\frac{(ab)^2 - (ba)^2}{a^2 - b^2}$$

D ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 20 D) 99 E) 100

$$\frac{(ab-ba) \cdot (ab+ba)}{a^2-b^2} = \frac{9 \cdot (a-b) \cdot 11 \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a+b)}$$

$$= 9 \cdot 11$$

$$= 99$$

- 2.

$$2a - \frac{1}{a} = 6$$

E olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{4a^2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 37 B) 34 C) 13 D) 11 E) 10

$$\frac{2a - \frac{1}{a}}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow \left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 = (3)^2$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2a} + \frac{1}{4a^2} = 9 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{4a^2} = 10$$

3. $93^2 + 186 \cdot 7 + 49$

A işleminin sonucunun rakamları toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$93^2 + 2 \cdot 93 \cdot 7 + 7^2$$

$$(93 + 7)^2 = 100^2 = 10000$$

4. $(\sqrt{A} - \sqrt{B})^2 = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow A - 2\sqrt{AB} + B = 3$

$$A \cdot B = 4 \quad A + B = 7$$

D olduğuna göre, $A^2 + B^2$ toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 21 C) 31 D) 41 E) 51

$$(A+B)^2 = (7)^2 \Rightarrow A^2 + 2AB + B^2 = 49$$

$$A^2 + B^2 = 41$$

6. k bir doğal sayı olmak üzere,

$$A = (3k - 2)^2 - (k - 2)^2$$

olduğuna göre, A sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- B A) 0 B) 32 C) 48 D) 96 E) 160

$$A = (3k - 2 - k + 2) \cdot (3k - 2 + k - 2)$$

$$A = 2k \cdot (4k - 4) = 8k \cdot (k - 1)$$

$$k = 0 \text{ için } 0, \quad k = 3 \text{ için } 48$$

$$k = 4 \text{ için } 96, \quad k = 5 \text{ için } 160$$

7. $(a + 10)^2 = m$

olduğuna göre, $(a - 5) \cdot (a + 25)$ çarpımının sonucu m türünden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- E A) $m - 25$ B) $m - 75$ C) $m - 125$

- D) $m - 175$ E) $m - 225$

$$(a+10)^2 = m \Rightarrow a = \sqrt{m} - 10$$

$$(a-5) \cdot (a+25) = (\sqrt{m} - 15) \cdot (\sqrt{m} + 15)$$

$$= (\sqrt{m})^2 - 15^2$$

$$= m - 225$$

8. $x = 24$ ve $y = 0,125$ için

$$\left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{y-x}{x+y} \right) : \frac{6}{x^2 - y^2}$$

C işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\frac{(x+y)^2 - (y-x)^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{6} = \frac{2x \cdot 2y}{6}$$

$$\frac{2xy}{3} = \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 0,125 = 16 \cdot \frac{125}{1000}$$

9. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{21}} - \sqrt{7} = 2$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{5 + \sqrt{21}} - \sqrt{7}$$

D işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\sqrt{7}$ B) $-\sqrt{3}$ C) 0 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{7}$

$$\sqrt{10 + 2\sqrt{21}} - \sqrt{7} = \sqrt{7 + 3} - \sqrt{7}$$

$$= \sqrt{3}$$

Performans Değerlendirme

1. $(a+b)^2 = 25 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 25$
 $a \cdot b = 2$
 $a^2 + b^2 = 21$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $(a + 2b) \cdot (2a + b)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- D
 A) 64 B) 58 C) 56 D) 52 E) 48

$$\begin{aligned} (a+2b) \cdot (2a+b) &= 2a^2 + ab + 4ab + 2b^2 \\ &= 2a^2 + 5ab + 2b^2 \\ &= 2 \cdot \underbrace{(a^2 + b^2)}_{21} + 5 \cdot \underbrace{ab}_2 \\ &= 42 + 10 \\ &= 52 \end{aligned}$$

2. $2^{a-b} = 3^{a+b} = x$
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, $6^{a^2 - b^2}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A A) x^{2a} B) x^{2b} C) x^{2a+2b}

$$\begin{aligned} (2^{a-b})^{a+b} &= (x)^{a+b} \Rightarrow 2^{a^2 - b^2} = x^{a+b} \\ (3^{a+b})^{a-b} &= (x)^{a-b} \Rightarrow 3^{a^2 - b^2} = x^{a-b} \\ 6^{a^2 - b^2} &= 2^{a^2 - b^2} \cdot 3^{a^2 - b^2} = x^{a+b} \cdot x^{a-b} \\ &= x^{2a} \end{aligned}$$

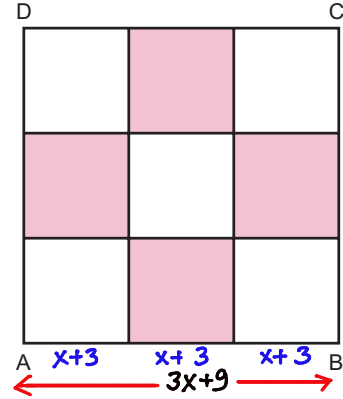
3. $(x + \frac{1}{x})^2 = 4 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 4$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$

olduğuna göre, $(x - \frac{1}{x})^2$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A A) 0 B) 1 C) 5 D) 16 E) 25

$$\begin{aligned} (x - \frac{1}{x})^2 &= x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \\ (x - \frac{1}{x})^2 &= 2 - 2 = 0 \end{aligned}$$

4. Aşağıdaki şekilde verilen ABCD karesi 9 eş kareye bölünmüştür.



Her bir küçük karenin alanı $x^2 + 6x + 9$ birimkare olduğuna göre, ABCD karesinin çevresi kaç birimdir?

- D
 A) $2x + 6$ B) $4x + 12$ C) $8x + 18$
 D) $12x + 36$ E) $24x + 72$

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

$$\begin{aligned} \text{Çevre (ABCD)} &= 4 \cdot (3x+9) \\ &= 12x + 36 \end{aligned}$$

5. Bir kitaptaki tüm soruları çözmek için 4 günlük çalışma kampına giren bir öğrenci ilk gün x^2 tane soru çözmüş, sonraki her gün ise ilk gün çözdüğü soru sayısının 3 eksiği kadar soru çözüp kampı tamamlamıştır.

Buna göre, kitaptaki soru sayısının çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- E
 A) $x - 3$ B) $x + 3$ C) $3x - 2$

$$\begin{array}{cccc} & \text{D) } x + 2 & & \text{E) } 2x + 3 \\ \text{1.gün} & \text{2.gün} & \text{3.gün} & \text{4.gün} \\ \hline x^2 & x^2 - 3 & x^2 - 3 & x^2 - 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9 &= (2x)^2 - 3^2 \\ &= (2x-3) \cdot (2x+3) \end{aligned}$$

6.

$$\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

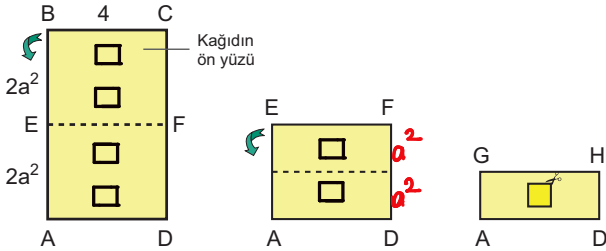
C toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $3\sqrt{2}$ E) 4

$$\sqrt{\frac{11-2\sqrt{18}}{2+9}} + \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$$

7. ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir kağıt ortadan ikiye katlanarak AEFD dikdörtgeni oluşturuluyor. AEFD dikdörtgeni ortadan ikiye katlanarak AGHD dikdörtgeni oluşturuluyor.



Bu dikdörtgenin ortasından bir kenarı 1 birim olan kare kesilip atılıyor.

Kağıt tekrar geriye doğru açıldığında kağıdın ön yüzünün geriye kalan alanının cebirsel ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- C A) $(2a-1) \cdot (2a+1)$
 B) $2 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)$
 C) $4 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)$
 D) $2 \cdot (2a-1) \cdot (2a-3)$
 E) $4 \cdot (2a-1) \cdot (2a-3)$

$$4 \cdot 4a^2 - 4$$

$$4 \cdot (4a^2 - 1)$$

$$4 \cdot ((2a)^2 - 1^2)$$

$$4 \cdot (2a-1) \cdot (2a+1)$$

8. $x^2 + 10x + 25 \neq 0$ ve $\Rightarrow (x+5)^2 \neq 0$
 $x^2 - 25 = 0$ $x \neq -5$

D olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

$$x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x^2 = 25$$

$$x = 5 \quad x = -5$$

$x = 5$ olur.

9. $(2^2 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^8 + 1) = A$

A olduğuna göre, 2^{16} ifadesinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3A+1$ B) $3A-1$ C) $4A+1$
 D) $4A-2$ E) $16A+1$

$$(2^2-1) \cdot (2^2+1) \cdot (2^4+1) \cdot (2^8+1) = A \cdot (2^2-1)$$

$$2^4-1$$

$$2^8-1$$

$$2^{16}-1$$

$$2^{16}-1 = 3 \cdot A \Rightarrow 2^{16} = 3 \cdot A + 1$$

Performans Değerlendirme

1.

$$\left[(r+s)^2 - (r-s)^2 \right]^2 - 16r^2s^2$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A

- A) 0 B) $4r^2$ C) $4s^2$ D) $4rs$ E) $-4rs$

$$\begin{aligned} & \left[(r+s-r+s) \cdot (r+s+r-s) \right]^2 - (4rs)^2 \\ & (2s \cdot 2r)^2 - (4rs)^2 \\ & (4rs)^2 - (4rs)^2 = 0 \end{aligned}$$

2.

$$(x+8) \cdot (x-8) - (x-5) \cdot (x+5) + 40$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A

- A) 1 B) 8 C) 10 D) 15 E) 64

$$\begin{aligned} & (x^2 - 64) - (x^2 - 25) + 40 \\ & \cancel{x^2} - 64 - \cancel{x^2} + 25 + 40 \\ & -64 + 65 = 1 \end{aligned}$$

3. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 29 = 0$$

olduğuna göre, $2x + y$ toplamı kaçtır?

C

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 7 E) 5

$$\begin{aligned} & x^2 - 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 0 \\ & (x-2)^2 + (y-5)^2 = 0 \\ & x-2=0 \wedge y-5=0 \\ & x=2 \quad y=5 \\ & 2x+y = 2 \cdot 2 + 5 = 9 \end{aligned}$$

4.

$$\sqrt{2019 \cdot 2025 + 9}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

D

- A) 2019 B) 2020 C) 2021 D) 2022 E) 2023

2019 = x olsun.

$$\begin{aligned} & \sqrt{x \cdot (x+6) + 9} = \sqrt{x^2 + 6x + 9} \\ & = \sqrt{(x+3)^2} \\ & = x+3 \\ & = 2019+3 \\ & = 2022 \end{aligned}$$

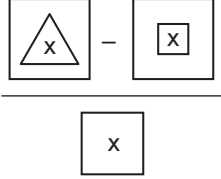
Performans Değerlendirme

5. Aşağıda, içine x yazılmış olan n kenarlı bir çokgen,

$$\text{Çokgen} = \begin{cases} x^n, & n \text{ tek ise} \\ n \cdot x, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,



E işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x-1) \cdot (x-2)$ B) $(x-2) \cdot (x+3)$
C) $(x+2) \cdot (x-4)$ D) $(x-3) \cdot (x+2)$

E) $(x-2) \cdot (x+2)$

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \triangle \\ \hline x \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline x \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline x \\ \hline \end{array}} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline x^3 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline 4x \\ \hline \end{array}}{4x}$$

$$\frac{4 \cdot x^3 - 4 \cdot 4x}{4x} = \frac{4x(x^2 - 4)}{4x}$$

$$x^2 - 4 = (x-2) \cdot (x+2)$$

6.

$$\frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}} \cdot 3 \cdot 2} - \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdot 3 \cdot 2}$$

B işleminin sonucu kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $-2\sqrt{2}$ D) $-2\sqrt{3}$ E) -4

$$\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{3+\sqrt{2}})} - \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{3-\sqrt{2}})}$$

$$\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{3+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

7. $x+y=4$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2+4x-y^2-4y}{x^2+8x+16-y^2}$$

C ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

$$\frac{(x+2)^2 - (y-2)^2}{(x+4)^2 - y^2} = \frac{(x+y) \cdot (x-y+4)}{(x+y+4) \cdot (x-y+4)}$$

$$= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

8. $x^2+y^2=47$

$$x \cdot y = \frac{19}{2} \Rightarrow 2xy = 19$$

olduğuna göre, $2 \cdot (x+y)^2 + (x-y)^2$ toplamının sonucu kaçtır?

- D A) 76 B) 80 C) 152 D) 160 E) 164

$$2 \cdot (x^2+2xy+y^2) + (x^2-2xy+y^2)$$

$$3x^2+2xy+3y^2 = 3 \cdot (x^2+y^2) + 2xy$$

$$= 3 \cdot 47 + 19 = 141 + 19 = 160$$

ACIL MATEMATİK

Tartışma Sorusu

a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

- 1) $a = b$
- 2) $a^2 = a \cdot b$
- 3) $a^2 - b^2 = a \cdot b - b^2$
- 4) $(a-b) \cdot (a+b) = b \cdot (a-b)$
- 5) $a + b = b$ ($b = a$)
- 6) $a + a = a$
- 7) $2a = a$
- 8) $2 = 1$

Yukarıda verilen işlem basamaklarının hangisinde ilk kez hata yapılmıştır? Nedenini açıklayınız.

İlk kez 4. adımdan 5. adıma geçerken hata yapılmıştır.

4. adımda $a-b$ ile sadeleştirmiş fakat $a=b$ olduğu için $a-b=0$ ile sadeleştirmesi hatalıdır.