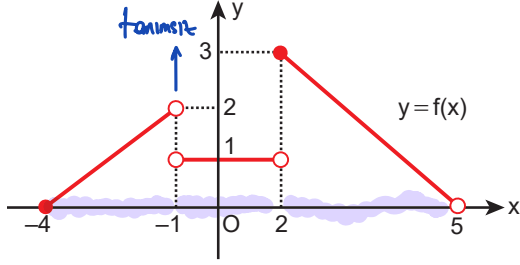


1.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

DDD

- A) $[-4, 5)$ B) $[-4, 5]$ C) $(-4, 5)$
D) $[-4, 5) - \{-1\}$ E) $[-4, 5) - \{-1, 2\}$

2.

$$f(x) = x^3 + 1$$

olduğuna göre, -26 'nın f altındaki ters görüntüsü kaçtır?

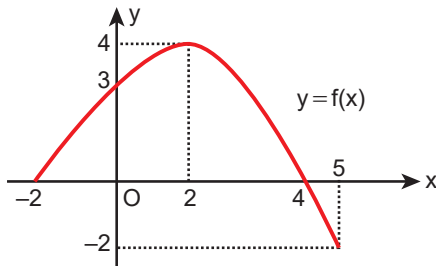
CCC

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

$$\begin{aligned} x^3 + 1 &= -26 \\ x^3 &= -27 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

3.

A kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği aşağıda verilmiştir



Buna göre, $A \cap f(A)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

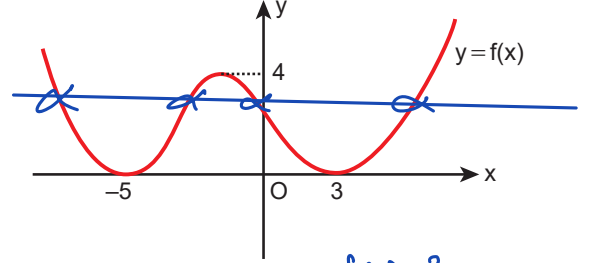
CCC

- A) $(-2, 4]$ B) $(-2, 4)$ C) $[-2, 4]$
D) $(-2, 5]$ E) $[-2, 4)$

$$\begin{aligned} A &= [-2, 5] \\ f(A) &= [-2, 4] \\ A \cap f(A) &= [-2, 4] \end{aligned}$$

1. D 2. C 3. C

4. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir



Buna göre, $f(x) - 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesinin eleman sayısı kaçtır?

EEE

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$f(x) = 3$$

5.

$$f(x) = ax^3 + bx + 1$$

olmak üzere, 7'nin f altındaki görüntüsü 7'dir.

Buna göre, -7 'nin f altındaki görüntüsü kaçtır?

BBB

- A) -7 B) -5 C) -2 D) 5 E) 7

$$\begin{aligned} f(7) &= 7 \\ f(-7) &=? \end{aligned}$$

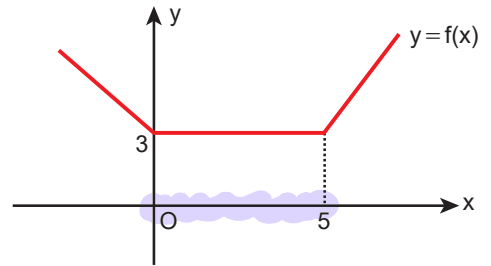
$$f(7) = 7^3 \cdot a + 7b + 1 = 7$$

$$f(-7) = -(\underbrace{7^3 \cdot a + 7b}_6) + 1 = -5$$

$$f(-7) = -5$$

6.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir



Buna göre, 3'ün f altındaki ters görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

DDD

- A) \emptyset B) $\{0, 5\}$ C) $(0, 5)$
D) $[0, 5]$ E) $[1, 4]$

4. E 5. B 6. D

7.

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0 \\ 2-x, & x \geq 0 \end{cases}$$

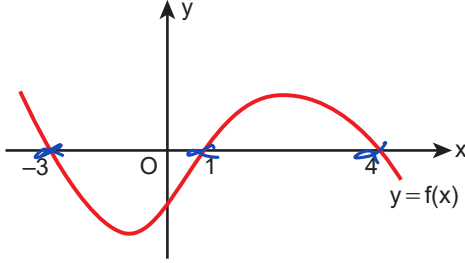
olduğuna göre, -3 'ün f altındaki ters görüntülerinin toplamı kaçtır?

EEE

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$\begin{aligned} x-1 &= -3 & x &= -2 \\ 2-x &= -3 & x &= 5 \end{aligned}$$

8. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir



Buna göre, 0'in f altındaki ters görüntülerinin toplamı kaçtır?

BBB

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$-3 + 1 + 4 = 2$$

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, doğal sayılar kümesinin f altındaki görüntüsü için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

CCC

- A) Doğal sayılar kümesidir.
B) Pozitif tam sayılar kümesidir.
C) Pozitif tek sayılar kümesidir.
D) Pozitif çift sayılar kümesidir.
E) Pozitif reel sayılar kümesidir.

$$f: \mathbb{N} \rightarrow ?$$

10.

$$f(x) = 2x - 3a$$

$$g(x) = x + a$$

fonksiyonları veriliyor.

2'nin; f altındaki görüntüsü, g altındaki görüntüsünden 10 fazla olduğuna göre, a 'nın g altındaki görüntüsü kaçtır?

AAA

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$$f(2) = g(2) + 10$$

$$4 - 3a = 2 + a + 10$$

$$4a = -8$$

$$a = -2$$

$$\begin{aligned} g(-2) &= -2 - 2 \\ g(-2) &= -4 \end{aligned}$$

11. A kümesinde tanımlı

$$f(x) = \frac{2x+1}{3x-6} \neq 0 \quad x \neq \frac{2}{3}$$

fonksiyonu veriliyor.

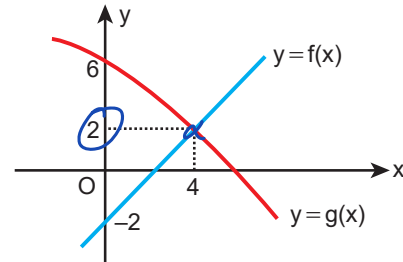
f , fonksiyonunun reel sayılar kümesindeki en geniş tanım kümesi A olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $f(A)$ kümesinin elemanı değildir?

CCC

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

$$A = \mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

12. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



a sayısının f ve g fonksiyonları altındaki ters görüntüleri aynıdır.

Buna göre, a kaçtır?

BBB

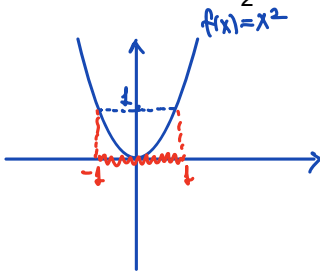
- A) -2 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $[0, 1]$ kümesinin f altındaki ters görüntü kümesinde aşağıdakilerden hangisi bulunmaz?

EEE

- A) -1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2



2. $\mathbb{R} - \{0\}$ kümesinde tanımlı

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, -1 'nin f altındaki ters görüntülerinden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

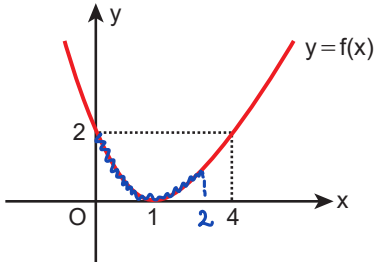
EEE

- A) 4 B) π C) 2 D) 0 E) $-\sqrt{2}$

$$\frac{|x|}{x} = -1$$

$$|x| = -x \Rightarrow x < 0$$

3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

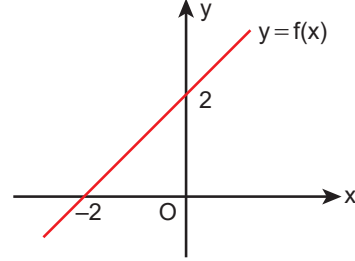


$[a, a + 2]$ kümesinde f altındaki görüntüsü $[0, 2]$ olduğuna göre, a kaçtır?

AAA

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(0) = 2$$

$$f(2) = 0$$

$$f(x) = x + 2$$

Buna göre,

- I. 2'nin f altındaki görüntüsü 4'tür.
II. 4'ün f altındaki görüntüsü 8'dir. $f(4) = 6$
III. -4'ün f altındaki görüntüsü -2'dir.

DDD

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I, II ve III

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x - 24$$

fonksiyonu veriliyor.

a sayısının f altındaki ters görüntüsü $3a$ olduğuna göre, a kaçtır?

BBB

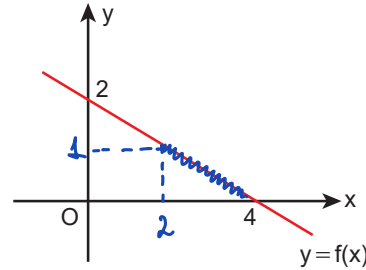
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

$$3(3a) - 24 = a$$

$$8a = 24$$

$$a = 3$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

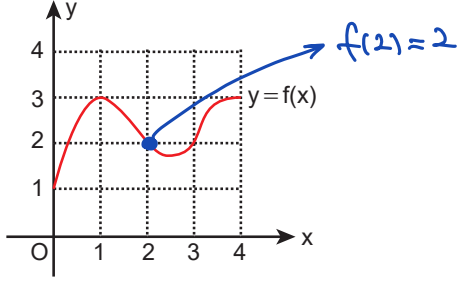


Buna göre, $[2, 4]$ kümesinin f altındaki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $[0, 1]$ B) $[1, 2]$ C) $[0, 2]$ D) $[0, 4]$ E) $[2, 4]$

7. $[0, 4]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, tanım kümesindeki hangi eleman f altındaki görüntüsü kendisine eşittir?

- CCC A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x^2 - 6x$$

Buna göre; 19'un f altındaki görüntüsü, -13'ün f altındaki görüntüsünden kaç fazladır?

- EEE A) 32 B) 19 C) 13 D) 6 E) 0

$$f(19) = 19^2 - 6 \cdot 19 = 361 - 114 = 247$$

$$f(-13) = (-13)^2 - 6 \cdot (-13) = 169 + 78 = 247$$

$$f(19) = f(-13)$$

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = |x - 2|$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, 2023'ün f altındaki ters görüntülerinin toplamı kaçtır?

- CCC A) -2021 B) 2 C) 4 D) 2023 E) 2025

$$|x - 2| = 2023$$

$$x - 2 = 2023 \quad x - 2 = -2023$$

$$x = 2025 \quad x = -2021$$

$$-2021 + 2025 = 4$$

10. $y = f(x)$ fonksiyonu

$$2x + y = xy - 1$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisinin f altındaki ters görüntüsü bulunamaz?

- CCC A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$y+1 = xy - 2x$$

$$y+1 = x(y-2)$$

$$x = \frac{y+1}{y-2} \rightarrow y \neq 2$$

11. İki basamaklı doğal sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu tanım kümesindeki her elemanı o elemanın rakamlar toplamı ile eşleşmektedir.

Buna göre, 10'un f altındaki ters görüntüsü kaç tanedir?

- BBB A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$f: ab \rightarrow a+b$$

$$? \rightarrow 10$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b=10 \\ 1 \ 9 \\ 2 \ 8 \\ \vdots \\ 9 \ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9 \text{ tane} \\ \text{iki basamaklı} \\ \text{ab sayısı vardır!} \end{array}$$

12. $[0, 60]$ aralığında tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 6 \\ f(x-6), & x \geq 6 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, 3'ün f altındaki ters görüntüsü kaç tanedir?

- EEE A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$f(x) = x+1 \quad x=2 \Rightarrow f^{-1}(3) = 2$$

$$f(2) = f(8) = f(14) = \dots = f(50) = f(56)$$

10 tane

1. a ve b reel sayılar olmak üzere, reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$g(x) = x + a$$

$$(f + g)(1) = 2$$

$$(f - g)(2) = 3$$

eşitlikleri sağlanıyor.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

CCC

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 2

$$f(1) + g(1) = 2$$

$$f(2) - g(2) = 3$$

$$(1 + a + b) + (1 + a) = 2 \Rightarrow 2a + b = 0$$

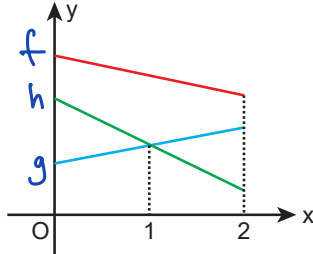
$$(4 + 2a + b) - (2 + a) = 3 \Rightarrow a + b = -3$$

$$3a = -3$$

$$a = -1 \text{ ve } b = 2$$

$$a \cdot b = -2$$

2. Dik koordinat düzleminde f, g ve h doğrusal fonksiyonlarının grafikleri aşağıda verilmiştir.



$f(2) > g(2) > h(1)$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

AAA

- A) $f(0) > h(0) > g(0)$ B) $f(0) > g(0) > h(0)$
C) $h(0) > g(0) > f(0)$ D) $h(0) > f(0) > g(0)$
E) $g(0) > f(0) > h(0)$

3. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her x reel sayısı için

$$f(x) = f(2 - x)$$

eşitliğini sağlıyorsa, bu fonksiyona ikili fonksiyon denir.

Buna göre, reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$I. f(x) = |x - 1|$$

$$II. f(x) = (x - 1)^2$$

$$III. f(x) = -1$$

fonksiyonlarından hangileri bir ikili fonksiyondur?

EEE

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

$$I. |x-1| = |1-x|$$

$$II. (x-1)^2 = (1-x)^2$$

$$III. f(x) \text{ sabit fonksiyon}$$

4. a tam sayı olmak üzere, reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu her x reel sayısı için,

$$f(x) = x - a, \quad x \in [a, a + 1)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{f(\sqrt{8})}{f(\sqrt{2})}$ oranı kaçtır?

BBB

- A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 3 E) 4

$$f(\sqrt{8}) = \sqrt{8} - a \quad \sqrt{8} \in [a, a+1)$$

$$a = 2$$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - a \quad \sqrt{2} \in [a, a+1)$$

$$a = 1$$

$$\frac{f(\sqrt{8})}{f(\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{8} - 2}{\sqrt{2} - 1} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} - 1} = 2$$

Bileşke Fonksiyonu Gösterimi

Bir a reel sayısını b reel sayısına eşleyen fonksiyon f, b reel sayısını da c reel sayısına eşleyen fonksiyon g olsun.

Bu durumu, $f(a) = b$ ve $g(b) = c$ olduğundan $g(f(a)) = c$ biçiminde gösterebiliriz.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x - 2$$

$$g(x) = x + 4$$

olduğuna göre, $g(f(2))$ kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2) &= 4 \\ g(4) &= 8 \\ g(f(2)) &= 8 \end{aligned}$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 7$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

olduğuna göre, $f(g(2023))$ kaçtır?

$$\begin{aligned} f(x) &\text{ sabit fonksiyon} \\ f(g(2023)) &= 7 \end{aligned}$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x + 1$$

olduğuna göre, $f(f(2))$ kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2) &= 7 \\ f(7) &= 22 \\ f(f(2)) &= 22 \end{aligned}$$

4. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2x + 5$$

$$g(x) = x + 4$$

olduğuna göre, $f(g(2)) - g(f(2))$ farkı kaçtır?

$$\begin{aligned} g(2) &= 6 & f(2) &= 9 \\ f(g(2)) &= f(6) = 17 & g(f(2)) &= g(9) = 13 \\ f(g(2)) - g(f(2)) &= 4 \end{aligned}$$

Bileşke Fonksiyonunun Kuralının Bulunması

Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları ile $f(g(x))$, $g(f(x))$, $f(f(x))$, $g(g(x))$, gibi gösterimler kullanılabilir.

Bu gösterimler fonksiyonların belirli bir sırada birleşimleridir.

$f(g(x))$ ifadesi $(f \circ g)(x)$ biçiminde de gösterilir ve elde edilen fonksiyona bileşke fonksiyon denir.

$(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun kuralı bulunurken $f(x)$ fonksiyonunda x yerine $g(x)$ fonksiyonunun kuralı yazılır.

Bileşke alma işleminde değişme özelliği yoktur.

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

1. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

olduğuna göre,

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

c) $(f \circ f)(x)$

fonksiyonlarını bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(g(x)) &= f(x^2 + 1) = 2(x^2 + 1) + 3 = 2x^2 + 5 \\ \text{b) } g(f(x)) &= g(2x + 3) = (2x + 3)^2 + 1 = 4x^2 + 12x + 10 \\ \text{c) } f(f(x)) &= f(2x + 3) = 2(2x + 3) + 3 = 4x + 9 \end{aligned}$$

2. $(f \circ g)(x) = g^2(x) + 2g(x) - 1$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(g(x)) = g^2(x) + 2g(x) - 1$$

$$g(x) \rightarrow x$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

Bileşke Fonksiyonu Tanımlama

A, B, C, D boş kümeden ve birbirinden farklı kümeler olmak üzere,

$$f: A \rightarrow B, g: C \rightarrow D$$

fonksiyonları verilmiş olsun.

- $a \in A$ için $f(a) \in C$ oluyorsa $g \circ f$ fonksiyonu a elemanı için tanımlıdır.
- Her $a \in A$ için $f(A) \subset C$ oluyorsa $g \circ f$ fonksiyonu A kümesinde tanımlıdır.
- f fonksiyonu örten ve $B \subset C$ oluyorsa $g \circ f$ fonksiyonunun görüntü kümesi $g(B)$ kümesidir.

$$1. \quad f = \{(1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 8)\}$$

$$g = \{(6, 1), (7, 0), (9, 5), (10, 3)\}$$

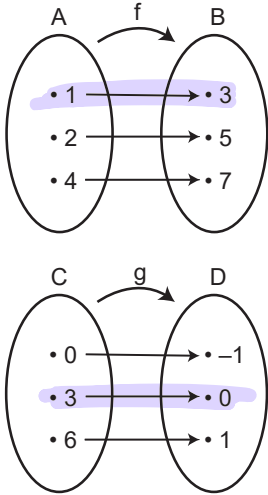
olduğuna göre, $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunu yazınız.

$$g \circ f(x) = \{(2, 1), (3, 0)\}$$

$$f(2) = 6 \quad f(3) = 7$$

$$g(6) = 1 \quad g(7) = 0$$

2.



olduğuna göre, K kümesinde tanımlı $g \circ f$ fonksiyonu için K ve $(g \circ f)(K)$ kümelerini yazınız.

$$K = \{1\}$$

$$g \circ f(1) = g(f(1)) = g(3) = 0$$

 $f(ax + b)$ Biçimindeki Bileşke Fonksiyonlar

$g(x) = 2x + 1$ ve $h(x) = x^2$ olmak üzere, bir fonksiyonu için

$$(f \circ g)(x) = f(2x + 1)$$

$$(g \circ f)(x) = 2f(x) + 1$$

$$(f \circ h)(x) = f(x^2)$$

$$(h \circ f)(x) = f^2(x)$$

$$(h \circ f \circ g)(x) = f^2(2x + 1)$$

gibi ifadeler de birer bileşke fonksiyondur.

1. Reel sayılarda tanımlı

$$(f \circ g)(x) = 4x + 5$$

$$f(x) = 2x + 1$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(g(x)) = 4x + 5$$

$$x \rightarrow g(x)$$

$$2 \cdot g(x) + 1 = 4x + 5 \Rightarrow g(x) = \frac{4x + 4}{2} = 2x + 2$$

2.

$$f(x^2) = x^4 + 2x^2 - 1$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x^2 \rightarrow x$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

3.

$$f(2x) = 6x - 3 = 3(2x) - 3$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$2x \rightarrow x$$

$$f(x) = 3x - 3$$

4.

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{2x+2}{3x}$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$\frac{x+1}{x} \rightarrow x$$

$$f(x) = \frac{2x}{3}$$

1. $f(x) = 2x + 1$
 $g(x) = 3x + 2$
olduğuna göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(g(x)) = f(3x+2) = 2 \cdot (3x+2) + 1$$

$$f \circ g(x) = 6x + 5$$

2. $f(x) = 2x$
 $g(x) = x^2 - 1$
 $h(x) = 4 - x$
olduğuna göre, $(f \circ g \circ h)(1)$ kaçtır?

$$f(g(h(1)))$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} h(1) = 3 \\ g(3) = 8 \\ f(8) = 16 \end{array}$$

3. $f(x) = 2x^2 - 5$
olduğuna göre, $(f \circ f)(2)$ kaçtır?
- $$f(f(2)) = f(3) = 13$$

4. $(f \circ g)(x) = 3x + 2$
 $g(x) = 2x - 1$
olduğuna göre, $f(13)$ kaçtır?

$$f(g(x)) = 3x + 2$$

$$2x - 1 = 13$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$f(13) = 3 \cdot 7 + 2 = 23$$

- 5.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 7, & x > 2 \\ 2x + 1, & x \leq 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x > 1 \\ 3 - x, & x \leq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(0) + (g \circ f)(1)$ toplamı kaçtır?

$$f(g(0)) + g(f(1))$$

$$f(3) + g(3) = 2 - 8 = -6$$

- 6.

$$f(x) = 8 - x$$

olduğuna göre $(f \circ f)(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(f(x)) = f(8 - x)$$

$$x \rightarrow 8 - x$$

$$f(8 - x) = 8 - (8 - x)$$

$$(f \circ f)(x) = x$$

- 7.

m ile n birer reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = mx + 1$$

$$g(x) = 2x + n$$

fonksiyonları veriliyor.

$(g \circ f)(x)$ fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, m ve n sayılarını bulunuz.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$g(mx + 1) = 2 \cdot (mx + 1) + n$$

$$g \circ f(x) = 2mx + 2 + n$$

$$g \circ f(x) \rightarrow \text{birim fonksiyon ise } (g \circ f)(x) = x$$

$$\begin{array}{l} 2mx + 2 + n = x \\ \underline{2} \quad \underline{2+n} \end{array} = x \quad \begin{array}{l} 2m = 4 \\ 2+n = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} m = \frac{4}{2} \\ n = -2 \end{array}$$

- 8.

$$f(x + 2) = x^2 - 1$$

$$g(2x) = x - 2$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(-1)$ kaçtır?

$$g(f(-1))$$

$$\begin{array}{l} x = -3 \\ \text{için} \end{array} \quad f(-1) = 8$$

$$\begin{array}{l} x = 4 \\ \text{için} \end{array} \quad g(8) = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 8 \\ g(8) = 2 \end{array} \right\} (g \circ f)(-1) = 8$$

9. a bir reel sayıdır.

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$g(x) = 2x + a$$

fonksiyonları için $(g \circ f)(-2) = 1$ eşitliği sağlandığına göre, a kaçtır?

$$g(f(-2)) = 1$$

$$g(5) = 1$$

$$10 + a = 1$$

$$a = -9$$

10. f birim fonksiyon ve g sabit fonksiyon olmak üzere

$$2 \cdot g(x) + g(2x) = 2025$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)(2024)$ kaçtır?

$$\rightarrow g(x) = k \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$2k + k = 2025$$

$$3k = 2025$$

$$k = 675$$

$$g(f(2024)) = g(2024) = 675$$

- 11.
- $f(x^2 + x + 1) = 3x^2 + 3x$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunu bulunuz.

$$f(x^2 + x + 1) = 3(x^2 + x)$$

$$x^2 + x \rightarrow x$$

$$f(x+1) = 3x$$

$$x \rightarrow x-1$$

$$f(x) = 3x - 3$$

- 12.
- $f = \{(2, 4), (4, 1), (5, 3)\}$

$$g = \{(3, 4), (4, 1), (5, -1)\}$$

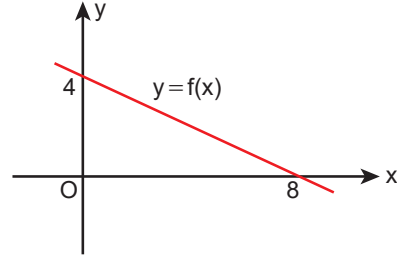
olduğuna göre, $g \circ f$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerindeki elemanların toplamı kaçtır?

$$\text{Tanım kümesi} : \{3, 4\}$$

$$3 + 4 + 4 + 1 = 12$$

$$\text{Görüntü kümesi} : \{1, 4\}$$

13. Aşağıda
- $y = f(x)$
- doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f)(100)$ kaçtır?

$$f(x) = mx + n \text{ olmak üzere}$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow f(x) = -\frac{x}{2} + 4$$

$$f(8) = 0$$

$$f(f(100)) = f(-46)$$

$$f(-46) = 27$$

- 14.
- $f(x) = 4x + 2$

$$(f \circ g)(4) = 26$$

olduğuna göre, $g(4)$ kaçtır?

$$f(g(4)) = 26$$

$$x \rightarrow g(4)$$

$$4 \cdot g(4) + 2 = 26$$

$$g(4) = 6$$

- 15.
- $f(x+1) = g(4-x)$

$$f(x) = 2x + 1$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(7)$ kaçtır?

$$g(f(7)) = g(15)$$

$$x = -11 \quad f(-10) = g(15)$$

icin

$$g(15) = -19$$

16. f, g ve h fonksiyonları için

$$(f \circ h)(x) = (h \circ g)(x) = h(x)$$

eşitlikleri geçerlidir.

Buna göre, $(f \circ g)(1) + (g \circ f)(3)$ toplamı kaçtır?

$$f(h(x)) = h(g(x)) = h(x)$$

$$h(g(x)) = h(x) \text{ olduğuna göre } g(x) = x \text{ 'tir.}$$

$$f(h(x)) = h(x) \text{ olduğuna göre } f(x) = x \text{ 'tir.}$$

$$\left. \begin{aligned} (f \circ g)(1) &= f(g(1)) = f(1) = 1 \\ (g \circ f)(3) &= g(f(3)) = g(3) = 3 \end{aligned} \right\} 1 + 3 = 4$$

1. $f = \{(0, -1), (1, 0), (2, 1), (4, 2)\}$
olduğuna göre, $(f \circ f)(4) + (f \circ f \circ f)(2)$ toplamı kaçtır?

$$f(f(4)) + f(f(f(2))) = 0$$

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{-1} = 0$$

2. $f(2x+1) = x^2 - 1$ $x=2$ için $f(5)=3$
 $g(x-3) = x^2 + 1$ $x=4$ için $g(4)=17$
olduğuna göre, $(f \circ g)(1) - (g \circ f)(5)$ farkı kaçtır?

$$f(g(1)) - g(f(5)) = f(17) - g(3)$$

$$x=8 \text{ için } f(17) = 63$$

$$x=6 \text{ için } -g(3) = 37$$

$$f(17) - g(3) = 26$$

3. $(f \circ g)(x) = 3x + 4$
 $f(3) = 1$
olduğuna göre, $g(-1)$ kaçtır?

$$f(g(x)) = 3x + 4$$

$$f(g(-1)) = 1$$

$$\rightarrow g(-1) = 3$$

4. $(f \circ g)(x) = 2 \cdot g(x-1) + 3$
olduğuna göre, $f(3-x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(g(x)) = 2 \cdot g(x-1) + 3$$

$$g(x) \rightarrow 3-x$$

$$f(3-x) = 2 \cdot (4-x) + 3$$

$$f(3-x) = 11-2x$$

- 5.

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 0 \\ 3-(x+1)^2, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ f \circ f \circ f)(1)$ kaçtır?

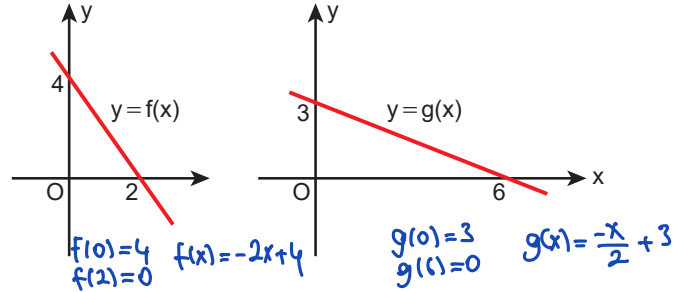
$$f(1) = 0$$

$$f(0) = -1$$

$$f(-1) = 3$$

$$f(3) = 2$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ g)(-6) + (g \circ f)(-6)$ toplamı kaçtır?

$$f(g(-6)) + g(f(-6))$$

$$f(6) + g(16) = -8 + (-5) = -13$$

7. $f(x) = x + 2$

olduğuna göre, $(\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{7 \text{ tane } f})(2)$ kaçtır?

$$f(2) = 4$$

$$f(4) = 6$$

$$f(6) = 8$$

$$\vdots$$

$$f(16) = 18$$

8. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = 3x + a$$

fonksiyonları veriliyor.

Her x reel sayısı için

$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ olduğuna göre, a kaçtır?

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$f(3x+a) = g(2x-1)$$

$$2(3x+a) - 1 = 3(2x-1) + a$$

$$2a - 1 = a - 3$$

$$a = -2$$

9. $f(x) = 2x + 1$
 $g(x) = 3x - 1$

fonksiyonları veriliyor.

A kümesinin $f \circ g$ fonksiyonu altındaki görüntü kümesi $\{1, 2, 3\}$ olduğuna göre, A kümesini bulunuz.

$$f(g(x)) = f(3x-1) = 2(3x-1) + 1$$

$$f \circ g(x) = 6x - 1$$

$$6x - 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$6x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$6x - 1 = 3 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$A = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right\}$$

10. $f(g(x)) = 3g(x) + 1$
 $g(f(x)) = f^2(x) - 1$

olduğuna göre, $(f + g)(2)$ kaçtır? $f(2) + g(2) = ?$

$$g(x) \rightarrow x \quad f(x) \rightarrow x$$

$$f(x) = 3x + 1 \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$f(2) = 7 \quad g(2) = 3$$

$$f(2) + g(2) = 10$$

11. n bir reel sayıdır.

$$f(x) = 2x + n$$

$$g(x) = 6 - x$$

fonksiyonları için $(f \circ g)(n) = (g \circ f)(n)$ olduğuna göre, n kaçtır?

$$f(g(n)) = g(f(n))$$

$$f(6-n) = g(2n)$$

$$2(6-n) + n = 6 - 2n$$

$$12 - n = 6 - 2n$$

$$6 = -2n$$

$$n = -3$$

12.

$$f = \begin{cases} x+6, & x < 3 \\ 2x+5, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$(f \circ f)(a) = 15$ olduğuna göre, a kaçtır?

$$\begin{array}{l} \underline{x < 3 \text{ için}} \\ f(a+6) = 15 \\ (a+6)+6 = 15 \\ 2a = 3 \\ a = \frac{3}{2} \\ 2(a+6)+5 = 15 \\ a = -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \underline{x \geq 3 \text{ için}} \\ f(2a+5) = 15 \\ (2a+5)+6 = 15 \\ 2a = 4 \\ a = 2 \\ 2(a+5)+5 = 15 \\ 2a = 0 \\ a = 0 \end{array}$$

$x \geq 3$ aralığında değil

13. $f(x) = 7 - x$

2023 tane f

olduğuna göre, $(f \circ f \circ \dots \circ f)(2024)$ kaçtır?

$$f^{-1}(x) = 7 - x$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ olduğuna göre}$$

$$f(2024) = 7 - 2024 = -2017$$

14.

$$f(x) = \frac{8}{x}$$

101 tane f

olduğuna göre, $(f \circ f \circ \dots \circ f)(2)$ kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 4 \\ f(4) = 2 \\ f(2) = 4 \\ \vdots \end{array} \right\} \text{periyot 2}$$

$$\frac{101}{2} = 50 \text{ tam bölünmez}$$

$$(f \circ f \circ \dots \circ f)(2) = 4$$

ACİL MATEMATİK

15. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 3x - 12$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ f)(a) > 0$ eşitsizliğini sağlayan en küçük a tam sayısı kaçtır?

$$f(f(a)) > 0$$

$$f(3a-12) > 0$$

$$3(3a-12) - 12 > 0$$

$$9a - 48 > 0$$

$$a > \frac{48}{9}$$

$$a = 6$$

16. $f(x) = 2x + m$

$$(f \circ f)(x) = 4x + 9$$

olduğuna göre, f(m) kaçtır?

$$f(f(x)) = f(2x+m) = 2(2x+m) + m$$

$$4x + 3m = 4x + 9$$

$$m = 3$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 3$$

$$f(3) = 9$$

1.

$$f(x) = \frac{x+1}{3}$$

$$(f \circ f)(a) = a$$

olduğuna göre, a kaçtır?

BBB

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

$$f(f(a)) = a$$

$$f\left(\frac{a+1}{3}\right) = a$$

$$\frac{\frac{a+1}{3} + 1}{3} = a \Rightarrow \frac{a+1}{3} + 1 = 3a$$

$$a+1+3=9a$$

$$4=8a \quad \boxed{a=\frac{1}{2}}$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu için

$$4 \cdot y = 2x - x^2 \cdot y$$

eşitliği geçerlidir.

Buna göre, $(f \circ f)(2)$ kaçtır?

CCC

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{17}$ C) $\frac{4}{17}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

$$4y + x^2y = 2x$$

$$y \cdot (4 + x^2) = 2x$$

$$\boxed{y = \frac{2x}{4+x^2}} \rightarrow f(x)$$

$$f(f(2)) = f\left(\frac{4}{17}\right) = \frac{4}{17}$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1, & x \text{ rasyonel ise} \rightarrow f(3) \\ x^2 - 4, & x \text{ rasyonel değilse} \rightarrow f(\sqrt{3}-1) \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ f)(3)$ kaçtır?

AAA

- A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $4\sqrt{3}$

$$f(f(3)) = f(\sqrt{3}-1)$$

$$f(\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3}-1)^2 - 4$$

$$f(\sqrt{3}-1) = 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 4$$

$$f(\sqrt{3}-1) = -2\sqrt{3}$$

4.

$$f(x) = 4x$$

$$(f \circ g)(x) = 6 \cdot f(x+1)$$

olduğuna göre, $g(2)$ kaçtır?

DDD

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

$$f(g(x)) = 6 \cdot 4 \cdot (x+1)$$

$$4 \cdot g(x) = 6 \cdot 4 \cdot (x+1)$$

$$g(2) = 6 \cdot 3$$

$$g(2) = 18$$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x + 2$$

$$g(x) = 3x$$

$$h(x) = 2x - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$[(f \circ g) \circ h](x) - [f \circ (g \circ h)](x)$$

farkı aşağıdakilerden hangisidir?

CCC

- A) $-6x$ B) $-2x$ C) 0 D) $3x$ E) $6x$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x) = 3x + 2$$

$$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(2x-1) = 6x-3$$

$$(f \circ g)(h(x)) = (f \circ g)(2x-1) = 3 \cdot (2x-1) + 2 = 6x-1$$

$$f(g \circ h)(x) = f(6x-3) = 6x-3+2 = 6x-1$$

6. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları

$$(g \circ f)(x) = f(x+2) \cdot f(x-2) + 3$$

eşitliğini sağlanmaktadır.

Buna göre, $g(x+1)$ fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

BBB

- A) $x^2 + x$ B) $x^2 + 2x$ C) $x^2 - x$

D) $x^2 - 2x$ E) $x^2 + 2$

$$g(f(x)) = f(x+2) \cdot f(x-2) + 3$$

$$f(x) \rightarrow x+1$$

$$g(x+1) = \underbrace{(x+1) \cdot (x-1)}_{x^2+2x-1} + 3 = x^2+2x$$

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$(f \circ g)(x) = x^2 + 2x + 3$$

$$(g \circ f)(x) = x^2 - 2x - 1$$

eşitliklerinde sağlamaktadır.

g(0) = 1 olduğuna göre, g(3) kaçtır?

EEE

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

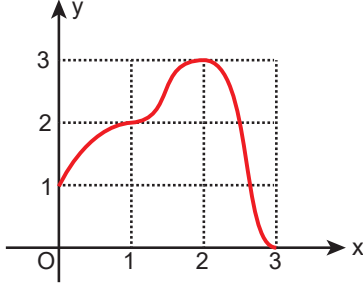
$$f(g(0)) = 3$$

$$f(1) = 3$$

$$g(f(1)) = -2$$

$$g(3) = -2$$

2. Dik koordinat düzleminde $[0,3]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

$$\frac{18 \text{ tane } f}{(f \circ f \dots \circ f)(2)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

AAA

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Hiçbiri

$$\begin{aligned} f(2) &= 3 \\ f(3) &= 0 \\ f(0) &= 1 \\ f(1) &= 2 \\ f(2) &= 3 \end{aligned}$$

periyot 4

$$\frac{18}{2} = 9$$

3. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \text{ çift ise} \\ -2x, & x \text{ tek ise} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 5 - x, & f(x) < 0 \\ -x, & f(x) \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(2) + (g \circ f)(1)$ toplamı kaçtır?

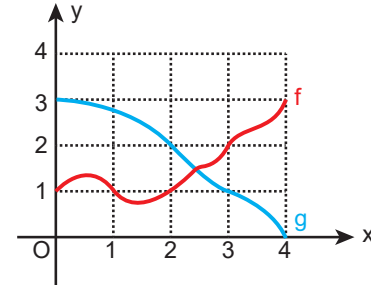
AAA

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

$$f(g(2)) + g(f(1))$$

$$f(-2) + g(-2) = -8 + 7 = -1$$

4. Dik koordinat düzleminde $[0,4]$ aralığında tanımlı f ile g fonksiyonlarının grafikleri aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

$$(f \circ g)(a) = (g \circ f)(a)$$

eşitliğini sağlayan a kaçtır?

EEE

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\begin{aligned} a=4 & \text{ için } : f(g(4)) = g(f(4)) \\ f(0) &= g(3) \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = |x - 1|$$

$$g(x) = |3x - 2|$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(n) = 2$ eşitliğini sağlayan n değerlerinin toplamı kaçtır?

EEE

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

$$f(g(n)) = f(|3n-2|) = |3n-2|-1$$

$$|3n-2|-1 = 2$$

$$3n-2-1 = 2 \quad \text{veya} \quad 3n-2-1 = -2$$

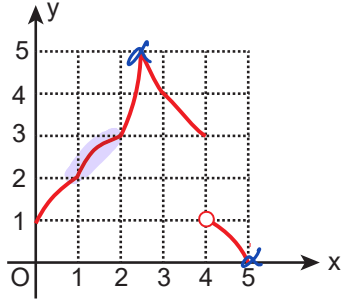
$$3n-2 = 3 \quad \text{veya} \quad 3n-2 = -1$$

$$3n = 5 \quad \text{veya} \quad 3n = 1$$

$$n = \frac{5}{3} \quad \text{veya} \quad n = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

6. Dik koordinat düzleminde $[0, 5]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$(f \circ f \circ f)(a) = 0$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

BBB

- A) $0 < a < 1$ B) $1 < a < 2$ C) $2 < a < 3$
D) $3 < a < 4$ E) $4 < a < 5$

$$f(f(f(a))) = 0$$

$$f(f(a)) = 5$$

$$2 < f(a) < 3 \Rightarrow 1 < a < 2$$

7. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{çift ise} \\ x+1, & \text{tek ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\underbrace{(\text{fofo...of})}_{n \text{ tane}}(17) = 1$$

CCC

olduğuna göre, n en az kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$f(17) = 18$$

$$f(18) = 9$$

$$f(9) = 10$$

$$f(10) = 5$$

$$f(5) = 6$$

$$f(6) = 3$$

$$f(3) = 4$$

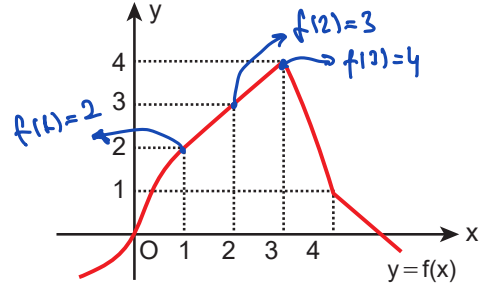
$$f(4) = 2$$

$$f(2) = 1$$

$n = 9$

ACIL MATEMATİK

8. Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$g(x) = 2 \cdot f(x - 1)$$

olduğuna göre, $g(3) + (g \circ g)(2)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

EEE

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$$g(3) = 2 \cdot f(2) = 6$$

$$g(2) = 2 \cdot f(1) = 4$$

$$(g \circ g)(2) = g(g(2)) = g(4)$$

$$g(4) = 2 \cdot f(3) = 8$$

$$g(3) + (g \circ g)(2) = 6 + 8 = 14$$

Bire Bir ve Örten Fonksiyonlar

A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu hem bire bir hem de örten olduğunda;

"Her $b \in B$ için b 'nin f altındaki ters görüntüsü vardır ve bir tanedir."

ifadesi geçerlidir.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ olmak üzere, A 'dan A 'ya f fonksiyonu $f = \{(1, 2), (b, 3), (3, 4), (4, a)\}$ veriliyor.

f bire bir ve örten olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$b=2 \quad a+b=3 \\ a=1$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

I. $f(x) = 2x + 1$

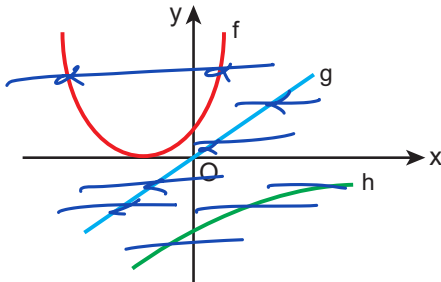
II. $g(x) = x^2 + 1$

III. $h(x) = |x| - 1$

fonksiyonlarının hangilerinde 5'in ters görüntüsü bir tanedir?

$$f \rightarrow 1-1 \text{ ve örten}$$

- 3.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangileri \mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye bire bir ve örten dir?

$$f: 1-1 \text{ ve örten değil} \\ g: 1-1 \text{ ve örten} \\ h: 1-1 \text{ örten değil}$$

Bir Fonksiyonun Tersi

$y = f(x)$ fonksiyonunun her (x, y) elemanı için (y, x) elemanını bulunduran bağıntıya f fonksiyonun tersi denir ve $x = f^{-1}(y)$ ile gösterilir.

$$f: A \rightarrow B, f = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

olmak üzere,

$$f^{-1}: B \rightarrow A, f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$$

olur.

Bir fonksiyonun tersi bulunurken x yerine y , y yerine x yazılır. Bu yüzden; "Her fonksiyonun tersi vardır." denilir.

1. Aşağıdaki fonksiyonların terslerini yazınız.

a) $y = 2x - 1$ $x = \frac{y+1}{2}$

b) $y = x^2 + 1$ $x = \sqrt{y-1}$

c) $y = \sqrt{x-1}$ $x = (y+1)^2$

2. $f = \{(1, 5), (2, 4), (3, 5)\}$

fonksiyonunun tersini yazınız.

$$f^{-1} = \{(5, 1), (4, 2), (5, 3)\}$$

3. $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinde tanımlı

$$f(x) = 5$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(5)$ 'in alabileceği değerleri yazınız.

$$f(1) = f(2) = f(3) = 5 \\ \{1, 2, 3\}$$

Fonksiyonun Tersinin Fonksiyon Olması

- Her fonksiyonun tersi vardır. Fakat tersi fonksiyon olmayabilir.
- Bir f fonksiyonunun tersinin de fonksiyon olması için f'nin bire bir ve örten olması gerekir.

1.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ *1-1 değil*
 $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = x + 1$ *örten değil*
 $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = 2x$ *örten değil*

fonksiyonlarının hangilerinin tersi de fonksiyondur?

Hiçbiri

2.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$ *1-1 ve örten*
 $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, g(x) = x^2$ *1-1 ve örten*
 $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, h(x) = \sqrt{x}$ *1-1 ve örten*

fonksiyonlarının hangilerinin tersi de fonksiyondur?

Hepsi

3. n bir reel sayı olmak üzere, A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonu için

$s(A) = n - 6$

$s(B) = 18 - n$

olduğu veriliyor.

f fonksiyonunun tersi de fonksiyon olduğuna göre, n kaçtır?

$s(B) \geq s(A)$
 $s(A) \geq s(B)$
1-1 ve örten
 $s(A) = s(B)$
 $n - 6 = 18 - n$
 $2n = 24$
 $n = 12$

Ters Fonksiyon -1

a, b, c, d birer reel sayı olmak üzere,

f(x)	f ⁻¹ (x)
x + a	x - a
ax	$\frac{x}{a}$
ax + b	$\frac{x - b}{a}$
$\frac{ax + b}{c}$	$\frac{cx - b}{a}$
$\frac{ax + b}{cx + d}$	$\frac{-dx + b}{cx - a}$

1.

f(x)	f ⁻¹ (x)
<input checked="" type="checkbox"/> I. 2x + 3	2x - 3 $\rightarrow \frac{x-3}{2}$
<input checked="" type="checkbox"/> II. 3x	$\frac{1}{3x}$ $\rightarrow \frac{x}{3}$
<input checked="" type="checkbox"/> III. 3x + 1	-3x - 1 $\rightarrow \frac{x-1}{3}$
<input checked="" type="checkbox"/> IV. 4x + 2	$\frac{x-2}{4}$

ifadelerinden hangilerinde f(x) için f⁻¹(x) doğru olarak verilmiştir?

2. f(x) = 2x + a fonksiyonu için

$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{b}$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

$f^{-1}(x) = \frac{x-a}{2} = \frac{x-3}{2} \Rightarrow \begin{matrix} a=3 \\ b=2 \end{matrix} \Rightarrow a+b=5$

3.

$f(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

fonksiyonunun tersini yazınız.

$f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

Ters Fonksiyon-4

Bileşke işlemlerinde kullanılabilir.

$$(f^{-1} \circ g)(a) = f^{-1}(g(a))$$

$$(f \circ g^{-1})(a) = f(g^{-1}(a))$$

1. $f(x) = 2x - 3$
 $g(x) = 3x + 1 \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$
 olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})(4)$ kaçtır?
 $f(g^{-1}(4)) = f(1) = -1$

2. $f(x) = x + 7$ $f^{-1}(x) = x - 7$
 $g(x) = x^2 + 1$ $g(-2) = 5$
 olduğuna göre, $(f^{-1} \circ g)(-2)$ kaçtır?
 $f^{-1}(g(-2)) = f^{-1}(5) = -2$

3. $f(2x - 1) = x^2$ $x=2$ için $f(3) = 4$
 $g(x + 2) = 4x$ $g^{-1}(4x) = x + 2$
 olduğuna göre, $(g^{-1} \circ f)(3)$ kaçtır? $x=2$ için $g^{-1}(4) = 3$
 $g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(4) = 3$

4. $(f^{-1} \circ g)(x) = 3x - 1$
 $g^{-1}(5) = 3$ $g(3) = 5$
 olduğuna göre, $f(8)$ kaçtır?
 $f^{-1}(g(x)) = 3x - 1$
 $f(3x - 1) = g(x)$
 $x=3$ için $f(8) = g(3)$
 $f(8) = 5$

Ters Fonksiyon-5

Bazı fonksiyonların tersi kendisine eşittir. a reel sayı olmak üzere,

1. $f(x) = a - x$

2. $f(x) = \frac{ax + b}{cx - a}$

fonksiyonları tanım kümelerindeki her x reel sayı değeri için

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$(f \circ f)(x) = x$$

eşitliklerini sağlar.

1. Uygun şartlarda tanımlı

$$f(x) = \frac{ax - 1}{3x + 2}$$

fonksiyonları veriliyor.

$f(x) = f^{-1}(x)$ olduğuna göre, a kaçtır?

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x - 1}{3x - a} \quad \boxed{a = -2}$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = 7 - x$$

olduğuna göre, $(f \circ f \circ f)(3)$ kaçtır?

$$f(f(f(3))) = f(f(4)) = f(3) = 4$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x - 4$$

fonksiyonu, $f^{-1}(m) = f(m)$ eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, m kaçtır?

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 4}{3}$$

$$\frac{m + 4}{3} = 3m - 4 \Rightarrow 3m - 12 = m + 4 \quad \boxed{m = 2}$$

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 2x - 4$ $f^{-1}(2x-4) = x$
olduğuna göre, $f(6) + f^{-1}(6)$ toplamı kaçtır?
 $f(6) = 8$
 $x=5$ için: $f^{-1}(6) = 5$ } $8+5=13$
2. Reel sayılarda tanımlı
 $f(x) = 5$ $\downarrow \downarrow$ ve \uparrow den değil
 $g(x) = x^2$ $\downarrow \downarrow$ ve \uparrow den değil
 \checkmark $h(x) = x^3$
fonksiyonlarından hangilerinin tersi de bir fonksiyondur?
3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 2 - x$
olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu yazınız.
 $f^{-1}(x) = 2 - x$
4. m bir reel sayı olmak üzere,
 $f(x - 1) = mx + 3$
 $f^{-1}(2) = 1 \Rightarrow f(1) = 2$
eşitlikleri veriliyor. $x=2$ için $f(2) = 2m+3$
Buna göre, m kaçtır? $2m+3=2$
 $m = -\frac{1}{2}$
5. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu,
 $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$
olduğuna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?
 $f^{-1}(x) = \frac{-x-2}{x-3}$
 $f^{-1}(2) = \frac{-4}{-1} = 4$
6. Reel sayılarda tanımlı f fonksiyonu,
 $f(x) = 2^{x-1} - 3$
olduğuna göre, $f^{-1}(5) + f(5)$ toplamı kaçtır?
 $f(5) = 2^4 - 3 = 13$
 $f^{-1}(2^{x-1} - 3) = x$ } $f^{-1}(5) + f(5)$
 $x=4$ için $f^{-1}(5) = 4$ } $4 + 13 = 17$
7. Uygun şartlarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu
 $2x + xy = 3$
eşitliği sağlamaktadır.
Buna göre, $f(2)$ kaçtır?
 $x(2+y) = 3$
 $2+y = \frac{3}{x}$
 $y = \frac{3}{x} - 2$
 $f(x) = \frac{3}{x} - 2$ $f(2) = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$
8. Uygun şartlarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu
 $2x + xy = 3$
eşitliğini sağlamaktadır.
Buna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?
 $x(2+y) = 3$
 $x = \frac{3}{2+y}$
 $f^{-1}(x) = \frac{3}{2+y}$ $f^{-1}(2) = \frac{3}{4}$

9. Uygun şartlarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunu

$$x = \frac{f(x) - 2}{3f(x) + 2}$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu yazınız.

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3x+2}$$

10. $f(2x+1) = x^3$

$$g(x-1) = 4x$$

$$f^{-1}(x^3) = 2x+1 \quad \begin{matrix} x=0 \\ \text{icin} \end{matrix} \quad f^{-1}(0)=1$$

$$g^{-1}(4x) = x-1 \quad \begin{matrix} x=1 \\ \text{icin} \end{matrix} \quad g^{-1}(4)=0$$

olduğuna göre, $(f^{-1} \circ g^{-1})(4)$ kaçtır?

$$f^{-1}(g^{-1}(4)) = f^{-1}(0) = 1$$

11. $f(2x+a) = 4x+1$

$$f^{-1}(7) = 1-a$$

$$\Rightarrow f^{-1}(4x+1) = 2x+a$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ için } f^{-1}(7) = 3+a$$

olduğuna göre, a reel sayısı kaçtır?

$$2+a = 1-a$$

$$\boxed{a = -1}$$

12. $f(x+2) = 2x+5$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x+2 \rightarrow x$$

$$x \rightarrow x-2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x-2) + 5$$

$$f(x) = 2x+1$$

13. $f(x-3) = \frac{x+2}{3}$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x \rightarrow x+3$$

$$f(x) = \frac{x+5}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3x-5$$

14. $g(x) = 2x + f(x)$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 1 \quad f^{-1}(x) = \frac{x+3}{3} \Rightarrow f(x) = 3x-3$$

olduğuna göre, $g^{-1}(7)$ kaçtır?

$$g(x) = 2x + (3x-3)$$

$$g(x) = 5x-3$$

$$5x-3 = 7 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$g^{-1}(7) = 2$$

15. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(0)$ kaçtır?

$$f^{-1}(0) = \frac{-b}{a}$$

16. $f(2x-1) = x+1$

$$g(x-3) = x+2$$

$$x=0 \text{ için } f(-1)=1$$

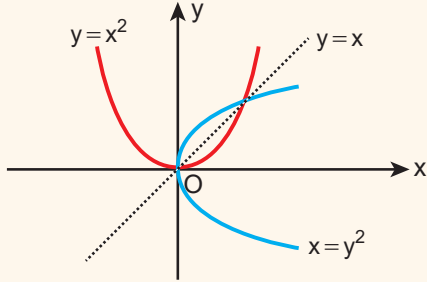
$$g^{-1}(x+2) = x-3 \quad \begin{matrix} x=2 \\ \text{icin} \end{matrix} \quad g^{-1}(4)=-1$$

olduğuna göre, $(f \circ g^{-1})(4)$ kaçtır?

$$f(g^{-1}(4)) = f(-1) = 1$$

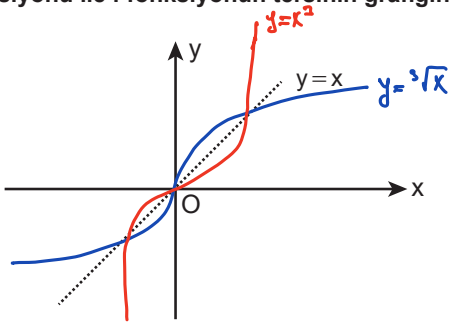
Fonksiyonun Tersinin Grafiği

$y = f(x)$ fonksiyonunun dik koordinat düzleminde $y = x$ doğrusuna göre simetriği alındığında tersinin grafiği elde edilir.

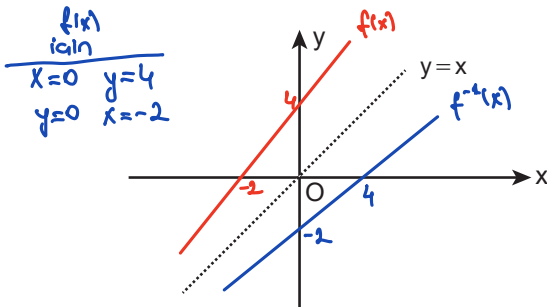


Yukarıda verilen grafiğe göre, $f(x) = y = x^2$ fonksiyonunun tersi var iken tersi bir fonksiyon değildir.

1. Aşağıda verilen dik koordinat düzleminde $f(x) = x^3$ fonksiyonu ile f fonksiyonun tersinin grafiğini çiziniz.



2. Aşağıda verilen dik koordinat düzleminde $f(x) = 2x + 4$ fonksiyonu ile f fonksiyonun tersinin grafiğini çiziniz.



Ters İşlemi İle Bileşke İşlemi

Uygun koşullarda tanımı f , g ve h fonksiyonları için aşağıdaki eşitlikler geçerlidir.

- $(f^{-1})^{-1} = f$
- $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
- $(f^{-1} \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f$
- $f \circ g = h \Rightarrow f = h \circ g^{-1}$
- $f \circ g = h \Rightarrow g = f^{-1} \circ h$
- $f \circ g^{-1} = h \Rightarrow f = h \circ g$
- $(f \circ f^{-1})(x) = x$
- $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

1. $(f \circ g^{-1})(x) = 2x + 1$ olduğuna göre, $(g \circ f^{-1})(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$(f \circ g^{-1})^{-1} = g \circ f^{-1} = \frac{x-1}{2}$$

2.

$$f(x) = \frac{x-1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3x+1$$

$$f^{-1} \circ (f \circ g)(x) = x$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f^{-1} \circ (f \circ g)(x) = f^{-1}(x) = g(x)$$

$$g(x) = 3x+1$$

3.

$$f(x) = 4x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$$

$$f^{-1} \circ (f \circ g)(x) = 8x + 2$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f^{-1} \circ (f \circ g)(x) = f^{-1}(8x+2) = g(x)$$

$$g(x) = \frac{8x+2+1}{4} \Rightarrow g(x) = \frac{8x+3}{4}$$

4.

$$f(x) = 4x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$$

$$(g \circ f)(x) = 8x + 2$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$(g \circ f) \circ f^{-1}(x) = (g \circ f)\left(\frac{x+1}{4}\right) = g(x)$$

$$\frac{8\left(\frac{x+1}{4}\right) + 2}{4} = g(x)$$

$$2x+4 = g(x)$$

Ters Fonksiyonu Bulma

Tanım kümesinde bire bir ve örten olmayan bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olması için tanım kümesi küçültülerek, fonksiyonun bire bir ve örten olması sağlanır.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = y = x^2$ fonksiyonunun tersi, $x = y^2$ olup $x < 0$ iken y değeri bulunamaz ve $x > 0$ iken iki farklı y değeri bulunur.

$f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, $f(x) = y = x^2$ fonksiyonun tersi, $x = y^2$ olup $y = \sqrt{x}$ ile ifade edilir.

1.

$f: [0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$, $f(x) = x^2 + 1$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz.

$$x = y^2 + 1$$

$$x - 1 = y^2$$

$$\sqrt{x-1} = y$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$$

2.

f^{-1} için: $y \leq 2$, $x \geq 0$

$f: (-\infty, 2] \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2 - 4x + 4$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz.

$$x = y^2 - 4y + 4$$

$$x = (y-2)^2$$

$$\sqrt{x} = |y-2|$$

$$\sqrt{x} = 2 - y$$

$$y = 2 - \sqrt{x}$$

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x}$$

3.

$f: [-1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x+1}$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz.

$$x = \sqrt{y+1}$$

$$x^2 = y+1$$

$$x^2 - 1 = y$$

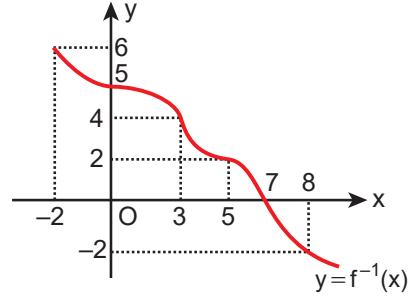
$$f^{-1}(x) = x^2 - 1$$

1. $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$ 2. $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x}$ 3. $f^{-1}(x) = x^2 - 1$

Grafik Okuma

Dik koordinat düzleminde $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonun üzerindeki (a, b) sayı ikilisi için $f^{-1}(a) = b$ yazılır.

1. Aşağıda $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

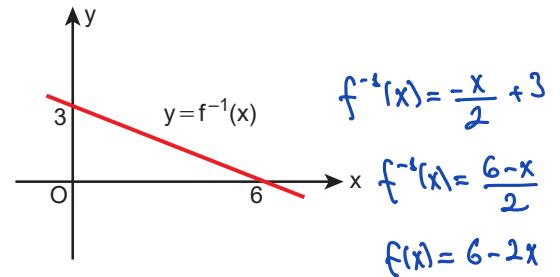


Buna göre, $\frac{f(-2) + f(2) + f(5)}{f(0) + f(4) + f(6)}$ kaçtır?

$f^{-1}(8) = -2$	$f^{-1}(5) = 2$	$f^{-1}(0) = 5$
$f(-2) = 8$	$f(2) = 5$	$f(5) = 0$
$f^{-1}(7) = 0$	$f^{-1}(3) = 4$	$f^{-1}(-2) = 6$
$f(0) = 7$	$f(4) = 3$	$f(6) = -2$

$$\frac{8 + 5 + 0}{7 + 3 + (-2)} = \frac{13}{8}$$

2. Aşağıda $y = f^{-1}(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir



Buna göre, $(f + f^{-1})(4)$ kaçtır?

$$f(4) + f^{-1}(4) = f(2) + 1 = -1$$

1. $\frac{13}{8}$

2. -1

1. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^2 + 5x + k$$

$$f^{-1}(3) = 1 \Rightarrow f(1) = 3$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, k kaçtır?

$$f(1) = 6 + k$$

$$6 + k = 3$$

$$k = -3$$

2. Bire bir ve örten f fonksiyonu için

$$(f \circ f^{-1})(7) = 2m + 1$$

olduğuna göre, m kaçtır?

$$7 = 2m + 1$$

$$6 = 2m$$

$$m = 3$$

3. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu $f(3^x) = 2^{x+1}$ eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ kaçtır?

$$f^{-1}(2^{x+1}) = 3^x$$

$$x = -2 \quad f^{-1}(2^{-1}) = 3^{-2}$$

$$\text{için} \quad f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{9}$$

4. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları için

$$(f^{-1} \circ g)^{-1}(x) = 8 - 3x$$

olduğuna göre, $(g^{-1} \circ f)(3)$ kaçtır?

$$(g^{-1} \circ f)(x) = 8 - 3x$$

$$(g^{-1} \circ f)(3) = 8 - 9 = -1$$

5. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu yazınız.

$$x = \sqrt[3]{y}$$

$$x^3 = y$$

$$f^{-1}(x) = x^3$$

6. A kümesinde tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonun tersi de fonksiyon olduğuna göre,

$$\checkmark \text{I. } A = [2, \infty)$$

$$\checkmark \text{II. } A = (-\infty, -1)$$

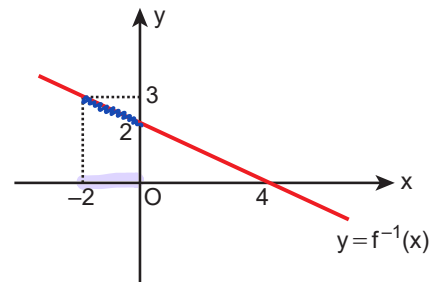
$$\times \text{III. } A = [-2, \infty) \quad f(-2) = f(2) \quad -2 \neq 2$$

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

I ve II ve örten olduğu aralıklarda f 'in tersi de fonksiyondur!

I ve II

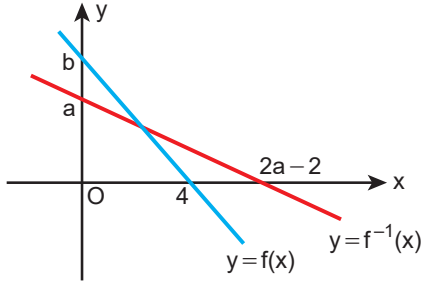
7. Aşağıda $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(-2, 0]$ aralığının f^{-1} altındaki görüntü kümesini yazınız.

$[2, 3)$

8. Uygun şartlarda tanımlı $y = f(x)$ ile $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} f(4) &= 0 & f^{-1}(2a-2) &= 0 \\ f(0) &= b & f^{-1}(0) &= a \\ f(4) &= 0 \text{ ise } f^{-1}(0) &= 4 & \boxed{a=4} \\ f(0) &= b \text{ ise } f^{-1}(b) &= 0 & \boxed{b=6} \end{aligned} \Rightarrow a+b=10$$

- 9.

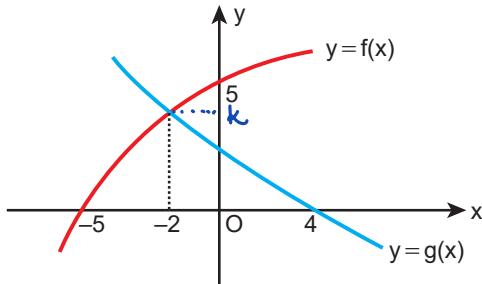
$$f: [3, \infty) \rightarrow [1, \infty)$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

fonksiyonunun ters fonksiyonunu bulunuz.

$$\begin{aligned} x &= y^2 - 6y + 10 \\ x &= y^2 - 6y + 9 + 1 \\ x &= (y-3)^2 + 1 \\ x-1 &= (y-3)^2 \\ \sqrt{x-1} &= y-3 \\ \sqrt{x-1} + 3 &= y \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 3 \end{aligned}$$

10. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(g^{-1} \circ f)(-2)$ kaçtır?

$$g^{-1}(f(-2)) = g^{-1}(5) = -2$$

11. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = \sqrt{x+2} + x$$

olduğuna göre, $f^{-1}(10) + f(7)$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} x=7 & \text{ için } f(7) = 10 \Rightarrow f^{-1}(10) = 7 \\ f^{-1}(10) + f(7) &= 7 + 10 = 17 \end{aligned}$$

12. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları

$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x + 3$$

$$(g \circ f^{-1})(x) = ax + b$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} [(f \circ g^{-1}) \circ (g \circ f^{-1})](x) &= x \\ 2(ax+b) + 3 &= x \\ 2a &= 1 & 2b + 3 &= 0 \\ a &= \frac{1}{2} & b &= -\frac{3}{2} \\ a+b &= -1 \end{aligned}$$

13. Bire bir ve örten f fonksiyonu

$$f: [-2, 4] \rightarrow K$$

$$f^{-1}(x+2) = 2x+6$$

olduğuna göre, K kümesini bulunuz

$$\begin{aligned} f^{-1}: K &\rightarrow [-2, 4] \\ -2 &\leq 2x+6 \leq 4 \\ -8 &\leq 2x \leq -2 \\ -4 &\leq x \leq -1 \\ -2 &\leq x+2 \leq 4 & K &= [-2, 1] \end{aligned}$$

- 14.

$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ $\rightarrow f^{-1}$ 'i tanımlatıyorsa a değer!
biçiminde tanımlanan f fonksiyonun tersi de fonksiyondur.

$$f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-3} \neq 0 \rightarrow f^{-1}$$
'i tanımlatıyorsa b değer!

olduğuna göre, a ve b sayılarını bulunuz.

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3x-1}{x-2} \neq 0 \\ x-2 &\neq 0 \Rightarrow x \neq 2 & \boxed{a=2} \\ x-3 &\neq 0 \Rightarrow x \neq 3 & \boxed{b=3} \end{aligned}$$

1. $s(A) = 4$ olmak üzere, A kümesinden A kümesine tanımlı fonksiyonlar yazılıyor.

Buna göre, yazılan fonksiyonlardan kaç tanesinin tersi de fonksiyondur?

EEE

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

$\rightarrow 1-1$ ve örten
 $4! = 24$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu
 $f(2x + 1) = 3x - 1$
eşitliğini sağlamaktadır.

BBB

Buna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3x-3}{2}$ B) $\frac{3x-5}{2}$ C) $\frac{3x+3}{2}$
D) $\frac{3x+5}{2}$ E) $\frac{3x-1}{2}$

$2x+1 \rightarrow x$

$x \rightarrow \frac{x-1}{2}$

$f(x) = 3 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right) - 1$

$f(x) = \frac{3x-3}{2} - 1 = \frac{3x-5}{2}$

3. f, bire bir ve örten olmak üzere

$f(x-2) = \frac{x-1}{3}$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $3x - 1$ B) $3x - 3$ C) $3x - 5$
D) $3x - 7$ E) $3x + 1$

$x \rightarrow x+2$

$f(x) = \frac{x+1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = 3x-1$

4. f, bire bir ve örten fonksiyonu

$f\left(\frac{1}{x+a}\right) = \frac{2x}{a} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{2x}{a}\right) = \frac{1}{x+a}$

$f^{-1}(1) = -1$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, a reel sayısı kaçtır?

DDD

- A) -1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) 1

$x = \frac{a}{2}$ için $f^{-1}(1) = \frac{1}{\frac{a}{2}+a}$

$f^{-1}(1) = \frac{2}{3a}$

$\frac{2}{3a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı f çift fonksiyonu ile g tek fonksiyonu veriliyor.

$f(-3) = 4$

$g^{-1}(2) = -4 \Rightarrow g(-4) = 2$

olduğuna göre, $(g \circ f)(3)$ kaçtır?

BBB

- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

$g(f(3)) = g(4) = -2$

f çift: $f(-3) = f(3)$
g tek: $g(-4) = -g(4)$

6. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$f(x) = 2x - 9 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+9}{2}$

$g(x) = 7 - x$

$(f^{-1} \circ g)(a) = \frac{a}{2}$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

CCC

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$(f^{-1} \circ g)(a) = f^{-1}(g(a)) = f^{-1}(7-a)$

$f^{-1}(7-a) = \frac{16-a}{2}$

$\frac{16-a}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow 16-a = a$
 $16 = 2a$
 $a = 8$

Uygulama Testi

7. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x+1) = 2x \quad x=5 \text{ için } f(6)=10$$

$$g(x-2) = \frac{x}{2} \Rightarrow g^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) = x-2$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

$$x=8 \text{ için } g^{-1}(4)=6$$

Buna göre, $(f \circ g^{-1})(4)$ kaçtır?

- DDD A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$f(g^{-1}(4)) = f(6) = 10$$

8. Bire bir ve örten f fonksiyonu

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3} \neq 0$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- BBB A) $\mathbb{R} - \{2\}$ B) $\mathbb{R} - \{3\}$ C) \mathbb{R}^-
D) \mathbb{R}^+ E) \mathbb{R}

9. $A = \{2, 3, 4\}$ olmak üzere A'dan A'ya tanımlı bire bir ve örten f fonksiyonu için

$$f^{-1}(2) - f^{-1}(3) = 2$$

eşitliği sağlanmaktadır.

$$f^{-1}(2) = a \quad f(a) = 2$$

$$f^{-1}(3) = b \quad f(b) = 3$$

$$a - b = 2$$

Buna göre, f(3) kaçtır?

- EEE A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$f: A \rightarrow A$$

$$3 \rightarrow 4$$

10. Tam sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \text{ çift ise} \\ x+3, & x \text{ tek ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f^{-1} \circ f^{-1})(7)$ kaçtır?

- CCC A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$f^{-1}(f^{-1}(7)) = f^{-1}(8) =$$

$$x=8 \text{ için } f(8)=7 \quad x=5 \text{ için } f(5)=8$$

$$f^{-1}(7)=8 \quad f^{-1}(8)=5$$

11. a ve b birer reel sayı olmak üzere

$$f^{-1}(a) = f(b)$$

$$f^{-1}(b) = f(a) \Rightarrow f(f(a)) = b$$

eşitliklerini sağlayan f fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ f \circ f)(a)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- CCC A) a B) b C) $f^{-1}(a)$ D) $f^{-1}(b)$ E) Hiçbiri

$$(f \circ f \circ f)(a) = f(f(f(a))) = f(b)$$

$$f(b) = f^{-1}(a)$$

12. Reel sayılarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x > 1 \\ 2x, & x \leq 1 \end{cases}$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(6) + f^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)$ toplamı kaçtır?

- AAA A) $\frac{25}{12}$ B) $\frac{25}{6}$ C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{25}{2}$ E) 25

$$x=2 \text{ için } f(2)=6 \text{ ve } x=\frac{1}{12} \text{ için } f\left(\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{6}$$

$$f^{-1}(6)=2 \quad f^{-1}\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{12}$$

$$f^{-1}(6) + f^{-1}\left(\frac{1}{6}\right) = 2 + \frac{1}{12} = \frac{25}{12}$$

1. Uygun koşullarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu için

$$x = \frac{f(x)+2}{f(x)-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

eşitliği veriliyor.

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

Buna göre, $f(2) + f^{-1}(2)$ kaçtır?

DDD

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$f(2) + f^{-1}(2) = 4 + 4 = 8$$

2. f, g ve h bire bir örten fonksiyonlar ve I birim fonksiyondur.

$$f^{-1} \circ g \circ h^{-1} = I$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi g fonksiyonuna eşittir?

AAA

- A) $f \circ h$ B) $h \circ f$ C) $f^{-1} \circ h$
D) $f \circ h^{-1}$ E) $f^{-1} \circ h^{-1}$

3. f , doğrusal fonksiyonun olmak üzere

$$f^{-1}(3) = 1$$

$$f(3) = 2$$

$$f^{-1}(m) = -2$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, m kaçtır?

BBB

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{11}{2}$ D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{15}{2}$

4. f , bire bir ve örten fonksiyonu

$$f(2x+3) = \frac{2x-1}{mx+1}$$

$$f^{-1}(5) = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, m reel sayısı kaçtır?

BBB

- A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$$x = -2 \text{ için } f(-1) = \frac{-5}{-2m+1}$$

$$\frac{-5}{-2m+1} = 5$$

$$-1 = -2m+1$$

$$2m = 2$$

$$m = 1$$

- 5.

$$f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f(x) = \frac{mx+1}{x+n} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-nx+1}{x-m}$$

fonksiyonunun bire bir ve örten olduğuna göre, $m+n$ toplamı kaçtır?

EEE

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

$$x = -2 \text{ için}$$

$$x+n=0$$

$$-2+n=0$$

$$n=2$$

$$\text{ve } x=1 \text{ için}$$

$$x-m=0$$

$$1-m=0$$

$$m=1$$

$$m+n=3$$

6. $(f \circ g)(x) = x^2 - x$

$$g(x) = x - 1$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $x^2 + x$ B) x^2 C) $x^2 - 2x$
D) $x^2 - x$ E) $x^2 + 1$

$$f(g(x)) = f(x-1)$$

$$f(x-1) = x^2 - x, \text{ } x \text{ yerine } x+1 \text{ yazalım.}$$

$$f(x) = (x+1)^2 - (x+1) = x^2 + x$$

7. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x + 1$$

$$(g \circ f)(x) = x + 2$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- DDD A) $2x + 2$ B) $2x + 3$ C) $2x + 4$
D) $2x + 5$ E) $2x + 6$

$$[(f \circ g^{-1}) \circ (g \circ f)](x) = (f \circ f)(x)$$

$$2 \cdot (x+2) + 1 = (f \circ f)(x)$$

$$(f \circ f)(x) = 2x + 5$$

8. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları için

$$(f \circ g^{-1})(x) = 2x - 1$$

$$f(2) = 1$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?

- AAA A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

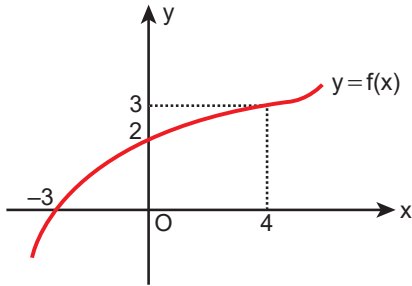
$$f(x) \cdot g^{-1}(x) = 2x - 1$$

$$f(2) \cdot g^{-1}(2) = 3$$

$$g^{-1}(2) = 3 \Rightarrow g(3) = 2$$

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(2) = 1$$

9. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f^{-1}(0) + f(4) + f^{-1}(2)$ toplamı kaçtır?

- BBB A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$-3 + 3 + 0 = 0$$

10. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları için

$$f^{-1}(2x + 1) = g(x - 1)$$

eşitliği geçerlidir.

Buna göre, $(f \circ g)(1)$ kaçtır?

- CCC A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$f(g(x-1)) = 2x + 1$$

$$x=2 \text{ için } f(g(1)) = 5$$

11. Bire bir ve örten f fonksiyonu için

$$f(x - 1) = \sqrt[3]{x}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- BBB A) $x^3 - x$ B) $x^3 - 1$ C) x^3
D) $x^3 + 1$ E) $x^3 + x$

$$x \rightarrow x + 1$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

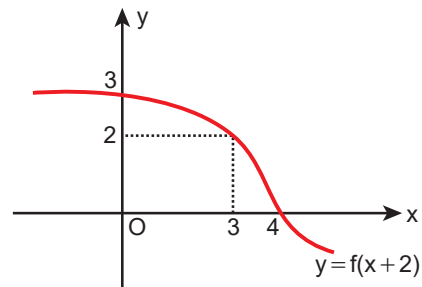
$$x = \sqrt[3]{y+1}$$

$$x^3 = y + 1$$

$$x^3 - 1 = y$$

$$f^{-1}(x) = x^3 - 1$$

12. Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f^{-1}(2)$ kaçtır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f^{-1}(2) = a$$

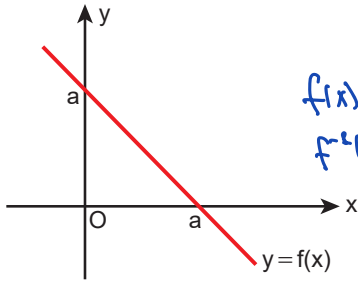
$$f(a) = 2$$

$$x=3 \text{ için } f(5) = 2 \Rightarrow a = 5$$

1. $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$
 $g(-1) = 5 \Rightarrow g^{-1}(5) = -1$
 olduğuna göre, $(g^{-1} \circ f)(2)$ kaçtır?
 AAA A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

$$(g^{-1} \circ f)(2) = g^{-1}(f(2)) = g^{-1}(5) = -1$$

2. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(x) = -x + a$$

$$f^{-1}(x) = a - x$$

- EEE $(f + f^{-1})(0) = 4$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?
 A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) -1

$$f(0) + f^{-1}(0) = 4$$

$$a + a = 4$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -x + 2$$

$$f(3) = -1$$

3. Reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları her a ve b reel sayı değerleri için

$$(f \circ g)(a) = f(b) \quad f(g(a)) = f(b) \Rightarrow f(b) = f(b)$$

$$g(a) = b$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre,

- I. f , bire birdir.
 II. g , bire birdir. ?
 III. f , örtendir. ?

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- AAA A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

4. Bire bir ve örten f fonksiyonu için

$$x \cdot f(x) + x - f(x) = -1$$

eşitliği veriliyor

Buna göre, $f^{-1}(3)$ kaçtır?

- AAA A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$$x \cdot f(x) - f(x) = -1 - x$$

$$f(x)(x-1) = -1-x$$

$$f(x) = \frac{-1-x}{x-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f^{-1}(3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

5. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \frac{ax+1}{x+a+2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-(a+2)x+1}{x-a}$$

fonksiyonunun tersi kendine eşit olduğuna göre, a kaçtır?

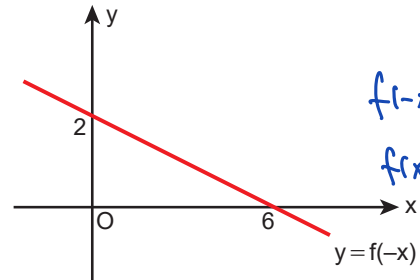
- BBB A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$a+2 = -a$$

$$2a = -2$$

$$a = -1$$

6. Aşağıda $y = f(-x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(-x) = -\frac{x}{3} + 2$$

$$f(x) = \frac{x}{3} + 2$$

Buna göre, $f^{-1}(3)$ kaçtır?

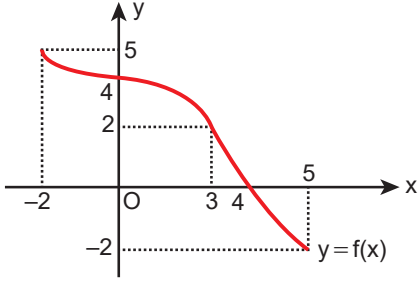
- CCC A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\frac{x}{3} + 2 = 3$$

$$\boxed{x=3}$$

$$f^{-1}(3) = 3$$

7. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f^{-1}(1) + f^{-1}(-1)$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

EEE

- A) $\frac{22}{3}$ B) $\frac{23}{3}$ C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{26}{3}$ E) $\frac{28}{3}$

$f^{-1}(1) = a \Rightarrow f(a) = 1 \quad 3 < a < 4$
 $f^{-1}(-1) = b \Rightarrow f(b) = -1 \quad 4 < b < 5$
 $2 < a + b < 9$
 $\frac{28}{3}$ olamaz

8. Bire bir ve örten bir f fonksiyonu için

$f^{-1}(x - 1) = x + 2$

$f(3 \cdot f^{-1}(a)) = 6 \Rightarrow f^{-1}(6) = 3 \cdot f^{-1}(a)$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

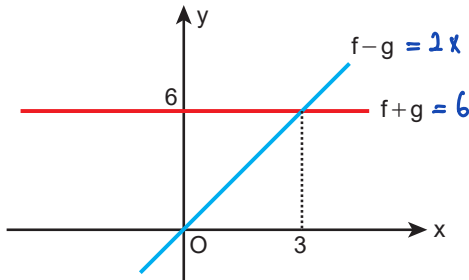
Buna göre, a kaçtır?

AAA

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

$x = 7$ için $f^{-1}(6) = 9$
 $3 \cdot f^{-1}(a) = 9$
 $f^{-1}(a) = 3$
 $x = 1$ için $f^{-1}(0) = 3$ $a = 0$

9. Aşağıda $f + g$ ve $f - g$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



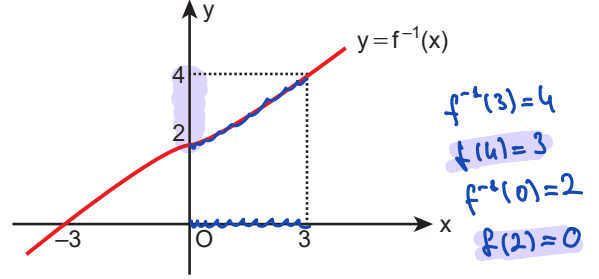
Buna göre, $(f^{-1} \circ g)(2)$ kaçtır?

CCC

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$(f - g)(x) = 2x$
 $(f + g)(x) = 6$
 $f(x) - g(x) = 2x$
 $+ f(x) + g(x) = 6$
 $2f(x) = 2x + 6$
 $f(x) = x + 3$
 $g(x) = 3 - x$
 $f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(1) = -2$

10. Aşağıda $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[2, 4]$ aralığının f altındaki görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $[0, 3)$ B) $[0, 3]$ C) $(-3, 0]$ D) $[-3, 0]$ E) $(0, 3)$

11. $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonu

$f^{-1}(x) = 4 \cdot f(x)$

$f(0) = 0$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(6)$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

DDD

- A) -6 B) $-\frac{3}{2}$ C) 0 D) 3 E) 12

$f(x) = ax + b$
 $f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$
 $f(0) = a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$
 $\frac{x}{a} = 4 \cdot ax \Rightarrow x = 4a^2x$
 $4a^2 = 1$
 $a^2 = \frac{1}{4}$
 $a = \frac{1}{2}$ veya $a = -\frac{1}{2}$
 $f(x) = \frac{x}{2}$ için $f(6) = 3$
 $f(x) = -\frac{x}{2}$ için $f(6) = -3$

12. Reel sayılarda tanımlı $f(x) = 2^x$ fonksiyonu, a ve b reel sayılar için,

$f^{-1}(a) + f^{-1}(b) = 2$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

BBB

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

$f^{-1}(a) = c \Rightarrow f(c) = a$
 $f^{-1}(b) = d \Rightarrow f(d) = b$
 $a \cdot b = f(c) \cdot f(d) = 2^c \cdot 2^d = 2^{c+d} = 2^2 = 4$

1. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x) = \frac{2x+3}{3}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{2}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(g \circ f)(m) = g(f(m)) = n$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

EEE

- A) -12 B) -8 C) -4 D) 3 E) 6

$$g(f(m)) = g(m) = n$$

$$f(m) = m$$

$$\frac{2m+3}{3} = m$$

$$m = 3$$

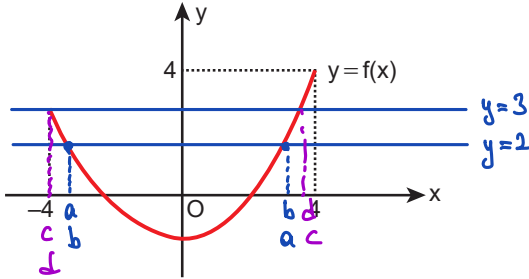
$$g(2) = n$$

$$g(2) = 2$$

$$n = 2$$

$$m \cdot n = 6$$

2. Dik koordinat düzleminde $[-4, 4]$ kapalı aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Bu fonksiyonun tanım kümesinde yer alan birbirinden farklı a, b, c ve d sayıları için

$$f(a) = f(b) = 2$$

$$f(c) = f(d) = 3$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğru olabilir?

BBB

- A) $a < b < c < d$ B) $d < b < a < c$
C) $a < b < c < d$ D) $b < d < a < c$

$$E) d < b < c < a$$

3. m ve n sıfırdan farklı birer tam sayı olmak üzere, reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu

$$f(x) = mx + n$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f \circ f)(x) = 2 \cdot f(x + 1)$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

AAA

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$f(f(x)) = 2 \cdot f(x+1)$$

$$f(mx+n) = 2f(x+1)$$

$$m(mx+n)+n = 2[m(x+1)+n]$$

$$m^2x + mn + n = 2mx + 2m + 2n$$

$$m^2 = 2m$$

$$m = 2$$

$$mn + n = 2m + 2n$$

$$2n = 4 + 2n$$

$$n = 4$$

$$f(x) = 2x + 4$$

$$f(1) = 6$$

4. a pozitif bir reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x) = x^2 + a$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = 3$$

$$(f \cdot g)(1) = 12$$

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = 3 \\ g(1) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{12}{g^2(1)} = 3$$

$$f(1) \cdot g(1) = 12$$

$$\Rightarrow \frac{12}{g^2(1)} = 3$$

$$g(1) = 2$$

$$f(1) = 6$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, $(f \circ g)(1)$ kaçtır?

DDD

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(2) = 9$$

$$f(1) = 6 \Rightarrow 1 + a = 6$$

$$a = 5$$

$$f(x) = x^2 + 5$$

5. a, b, c ve d sıfırdan ve birbirinden farklı birer rakam olmak üzere, dört basamaklı doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(\overline{abcd}) = dabc \rightarrow \text{birler basamağı boşa yazar.}$$

$$g(\overline{abcd}) = cdab \rightarrow \text{ilk iki basamak ile son iki basamak yer değiştirir.}$$

Buna göre,

- ✓ I. $f \circ f = g$
- ✓ II. gog birim fonksiyondur.
- ✓ III. $f \circ g = g \circ f$

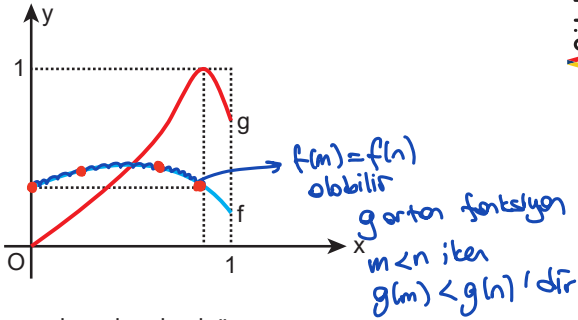
ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

EEE

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

$$\begin{aligned} \text{I. } f(f(\overline{abcd})) &= f(\overline{dabc}) = cdab \\ \text{II. } g(g(\overline{abcd})) &= g(\overline{cdab}) = abcd \\ \text{III. } f \circ g(\overline{abcd}) &= f(\overline{cdab}) = bcda \\ g \circ f(\overline{abcd}) &= g(\overline{dabc}) = bcda \end{aligned}$$

6. Dik koordinat düzleminde $[0, 1]$ kapalı aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri aşağıda verilmiştir.



m ve n reel sayılar olmak üzere,

$$0 < m < n < 1$$

eşitsizliği veriliyor.

$f(m) = f(n)$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

AAA

- A) $g(m) < g(n)$ B) $g(m) > g(n)$ C) $g(m) = g(n)$
D) $g(m) = 0$ E) $g(n) = 1$

7. a, b ve c sıfırdan farklı birer rakam olmak üzere, üç basamaklı doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(abc) = |abc - cba|$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(abc) = 693$ eşitliğini sağlayan kaç farklı abc sayısı yazılabilir?

DDD

- A) 4 B) 8 C) 16 D) 36 E) 40

$$f(abc) = |(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)|$$

$$f(abc) = |99a - 99c| = 693$$

$$99|a - c| = 693$$

$$|a - c| = 7$$

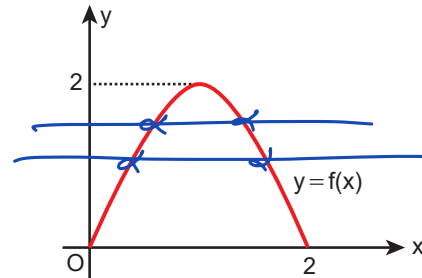
$$a - c = 7 \quad c - a = 7$$

$$\begin{matrix} 9 & 2 \\ 8 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 9 & 2 \\ 8 & 1 \end{matrix}$$

farklı b değerleri için: $962 \rightarrow 926$ $269 \rightarrow 926$ } 36 sayı
 $861 \rightarrow 926$ $168 \rightarrow 926$ }
↓
{ 1, 2, ..., 9 }

ACIL MATEMATİK

8. Dik koordinat düzleminde $[0, 2]$ aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f)(x) = 2$ denklemini sağlayan kaç farklı x değeri vardır?

CCC

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$f(f(x)) = 2$$

$$0 < f(x) < 2$$

$$\rightarrow 2 \text{ tane}$$

1. A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu bire bir ve örtendir.

$$s(A) = 2n - 1$$

$$s(B) = 14 - n$$

olduğuna göre, n kaçtır?

BBB

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

$$s(A) = s(B) \text{ 'dir}$$

$$2n - 1 = 14 - n$$

$$3n = 15$$

$$n = 5$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^3 - x$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)(\sqrt{2})$ kaçtır?

CCC

- A) $-\sqrt{2}$ B) 0 C) $\sqrt{2}$ D) 2 E) $2\sqrt{2}$

$$f(f(\sqrt{2})) = ?$$

$$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^3 - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$(f \circ f)(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = |x - 3| + |x + 2|$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$ toplamı kaçtır?

EEE

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 5 \\ f(0) = 5 \\ f(1) = 5 \\ f(2) = 5 \end{array} \right\} \text{Toplam: } 20$$

4. f bire bir ve örten fonksiyondur

$$f(x + 2) = 2x + 7$$

$$f^{-1}(2a + 3) = 5 \Rightarrow f(5) = 2a + 3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

DDD

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\begin{array}{l} x = 5 \\ \text{iqm} \end{array} \quad \begin{array}{l} f(5) = 13 \\ 2a + 3 = 13 \\ \boxed{a = 5} \end{array}$$

5. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu

$$f\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = x^2 + x$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(0) + f(-2)$ toplamı kaçtır?

CCC

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\begin{array}{l} x = 1 \text{ iqm} \\ x = -1 \text{ iqm} \end{array} \quad \begin{array}{l} f(0) = 2 \\ f(-2) = 0 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}} \right\} f(0) + f(-2) = 2$$

6. $f(x) = x^2 + x$

olduğuna göre, $f(x + 1) - f(x - 1)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

BBB

- A) $2x + 1$ B) $4x + 2$ C) $4x + 4$
D) $2x + 4$ E) $2x + 2$

$$\begin{array}{l} x \rightarrow x+1 \\ f(x+1) = (x+1)^2 + (x+1) \\ f(x+1) = x^2 + 3x + 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x \rightarrow x-1 \\ f(x-1) = (x-1)^2 + (x-1) \\ f(x-1) = x^2 - x \end{array}$$

$$f(x+1) - f(x-1) = 4x + 2$$

7. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x-2) = 3x - 5$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun dik koordinat düzleminde Ox eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

- DDD A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

$$x-2 \rightarrow X \\ x \rightarrow x+2$$

$$f(x) = 3 \cdot (x+2) - 5$$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3} \quad \frac{x-1}{3} = 0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

8. Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisinin tersi de bir fonksiyondur?

AAA A) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = x+2$

B) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x$ *örten değil $f(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^+$*

C) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x$ *örten değil $f(\mathbb{R}^+) = \mathbb{R}^+$*

D) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = |x|$ *1-1 değil $f(2) = f(-2)$*

E) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$ *örten değil $f(\mathbb{R}^+) = \{1, 4, 9, \dots\}$*

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$f(x) = 3x + 2$$

$$(g \circ f)(x) = 6x - 3$$

olduğuna göre, g(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

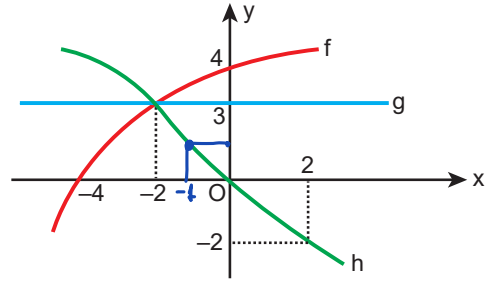
- CCC A) $2x - 3$ B) $2x - 5$ C) $2x - 7$
D) $2x - 1$ E) $2x + 1$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$g(3x+2) = 6x - 3$$

$$g(\underbrace{3x+2}_x) = 2(\underbrace{3x+2}_x) - 7$$

10. Aşağıda f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(g \circ f^{-1} \circ h)(-1)$ kaçtır?

- DDD A) -2 B) -1 C) 0 D) 3 E) 4

$$g(f^{-1}(h(-1))) = g(a) = ?$$

$$g \text{ sabit fonksiyon : } g(a) = 3$$

$$f(-a) = f(a)$$

11. a bir reel sayı olmak üzere, f çift fonksiyonu ile g tek fonksiyonu

$$f(-a) + f(a) = 6 \Rightarrow 2f(a) = 6 \Rightarrow \boxed{f(a) = 3}$$

$$(g \circ f)(a) = 5 \Rightarrow g(f(a)) = 5 \Rightarrow \boxed{g(3) = 5}$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, $g(-3)$ kaçtır?

- BBB A) -6 B) -5 C) -3 D) 3 E) 5

$$g \text{ tek fonksiyon : } g(-3) = -g(3) \\ g(-3) = -5$$

12.

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 3 \\ 2x-1, & x < 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(7) + f^{-1}(-7)$ toplamı kaçtır?

- AAA A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$x=6 \text{ için } f(6) = 7$$

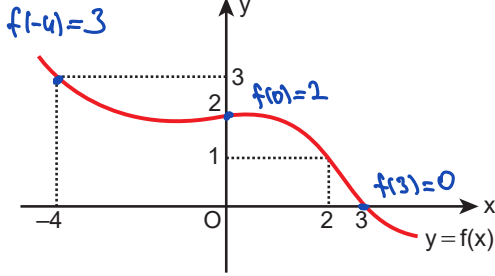
$$x=-3 \text{ için } f(-3) = -7$$

$$f^{-1}(7) = 6$$

$$f^{-1}(-7) = -3$$

$$f^{-1}(7) + f^{-1}(-7) = 3$$

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f \circ f)(-4)$ kaçtır?

- DDD A) -4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$f(f(f(-4))) = f(f(3)) = f(0) = 2$$

2. $f^{-1}(2) = f(3) \Rightarrow f(f(3)) = 2$
 $f^{-1}(3) = f(2) \Rightarrow f(f(2)) = 3$

olduğuna göre, $(f \circ f \circ f \circ f)(3)$ kaçtır?

- CCC A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$(f \circ f)(f \circ f(3)) = (f \circ f)(2) = 3$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

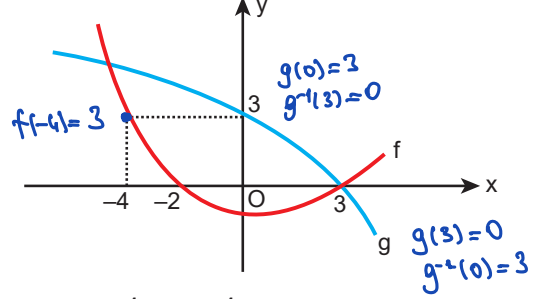
biçimdeki f fonksiyonu için,

- ✓ I. f bire birdir. $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad x_1 \neq x_2 \text{ iken } f(x_1) \neq f(x_2)$
 ✓ II. f tek fonksiyondür. $f(-x) = -f(x)$
 III. $(f \circ f)(2) = -16$ $f(f(2)) = f(4) = 16$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- CCC A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

4. Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



Buna göre, $g^{-1}(0) + g^{-1}(3) - f(-4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- BBB A) -1 B) 0 C) 2 D) 3 E) 6

$$3 + 0 - 3 = 0$$

5. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 2x + k$$

$$g(x) = px + 4$$

fonksiyonları veriliyor.

$(f \circ g)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre, $g(p \cdot k)$ kaçtır?

- AAA A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

$$(f \circ g)(x) = x$$

$$f(g(x)) = f(px+4)$$

$$2 \cdot (px+4) + k = x$$

$$2p = 1 \quad 8 + k = 0$$

$$p = 1/2 \quad k = -8$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

$$g(-4) = ?$$

$$g(-4) = 2$$

6. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2^{x+1} - 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f \circ f$ fonksiyonu altındaki ters görüntüsü kaçtır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

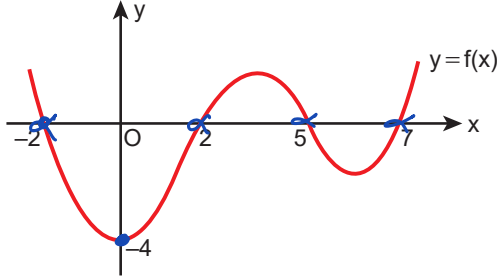
$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 2^{(2^{x+1}-3)+1} - 3$$

$$2^{(2^{x+1}-3)+1} - 3 = 6 \Rightarrow 2^{2^{x+1}-3+1} = 9$$

$$2^{2^{x+1}-2} = 9 \Rightarrow 2^{2^{x+1}-2} = 2^{\log_2 9}$$

$$2^{x+1} = 8 \Rightarrow x = 2$$

7. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$(f \circ f)(m) = -4$ olduğuna göre, m 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- CCC A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$$f(f(m)) = -4$$

$$f(m) = 0 \Rightarrow m \in \{-2, 2, 5, 7\}$$

$$-2 + 2 + 5 + 7 = 12$$

8. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x + 2$$

fonsiyonu, 6 tane f
 $(f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f)(m) = m^2$
 eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, m 'nin pozitif değeri kaçtır?

- DDD A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f(m) = m + 2$$

$$f(m+2) = m + 4$$

$$\vdots$$

$$f(m+10) = m + 12 \rightarrow 6. \text{ adım}$$

$$m + 12 = m^2 \text{ ise } m = 4$$

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$f(x) = 2x + 1$$

$$(f \circ g)(x) = 6x - 3$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- AAA A) $3x - 2$ B) $3x - 3$ C) $3x - 4$
 D) $3x - 1$ E) $3x + 2$

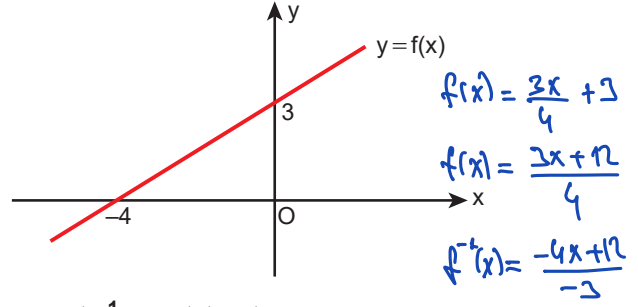
$$f(g(x)) = 6x - 3$$

$$2 \cdot g(x) + 1 = 6x - 3$$

$$2g(x) = 6x - 4$$

$$g(x) = 3x - 2$$

10. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



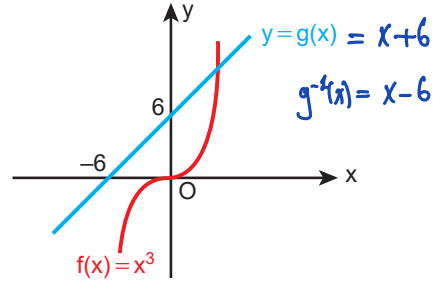
Buna göre, $(f^{-1} + 2 \cdot f)(-12)$ kaçtır?

- EEE A) -12 B) -20 C) -24 D) -30 E) -32

$$f^{-1}(-12) + 2 \cdot f(-12)$$

$$-20 + 2 \cdot (-6) = -32$$

11. Aşağıda $f(x) = x^3$ fonksiyonu ile $g(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

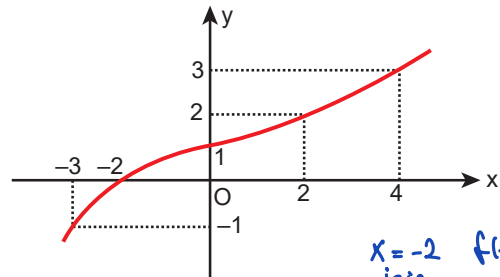


Buna göre, $(f \circ g^{-1})(8)$ kaçtır?

- CCC A) 1 B) $\frac{27}{8}$ C) 8 D) 16 E) 27

$$f(g^{-1}(8)) = f(2) = 8$$

12. Aşağıda $y = f(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f \circ f)(-4)$ kaçtır?

- EEE A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$f(f(f(-4))) = f(f(0))$$

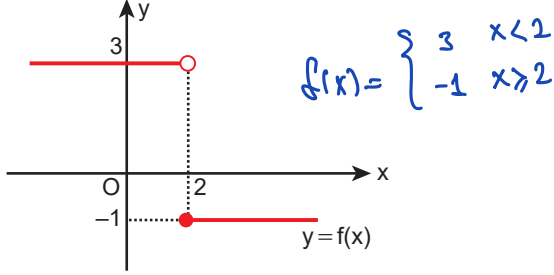
$$= f(2) = 3$$

$$x = -2 \text{ için } f(-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ için } f(0) = 2$$

$$x = 4 \text{ için } f(2) = 3$$

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

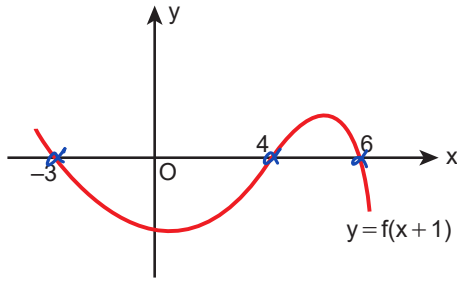


Buna göre, $(f \circ f \circ f)(2023)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f(f(f(2023))) = f(f(3)) = f(-1) = -1$

2. Aşağıda $y = f(x + 1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

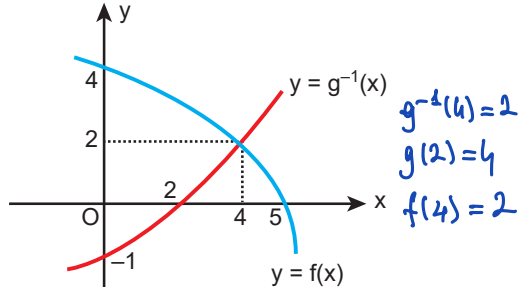


Buna göre, $f(m - 2) = 0$ eşitliğini sağlayan m değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 10 C) 13 D) 16 E) 19

$x = -3 \Rightarrow m = 0$
 $x = 4 \Rightarrow m = 7$
 $x = 6 \Rightarrow m = 9$
 Toplam = 16

3. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(g^{-1} \circ f \circ g)(2)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 2 D) 0 E) -1

$g^{-1}(f(g(2))) = g^{-1}(2) = 0$

4. Reel sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$g(x) = 2x - 1$

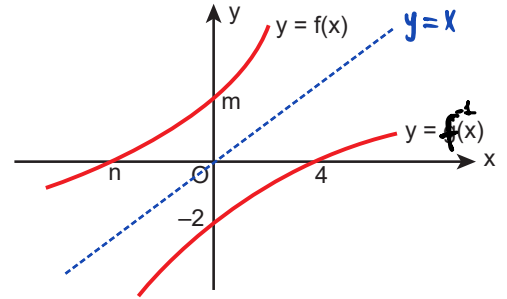
$f(3x - 1) = g(x - 2)$

olduğuna göre, $(f \circ g)(3)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f(g(3)) = f(5)$
 $x = 2 \Rightarrow f(5) = g(0)$
 $f(5) = -1$

5. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $m - n$ farkı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6

$n = -2$ ve $m = 4$
 $m - n = 6$

6. $s(A) = 4$
 $s(B) = 3$

olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlı fonksiyonlarından kaç tanesi örten fonksiyondur?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 45

$\frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{2}{2}$

$\frac{3!}{2!} \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} \binom{2}{2} = 3 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 1 = 36$

7.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x \geq 2 \\ g(x+1), & x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = x + 3$$

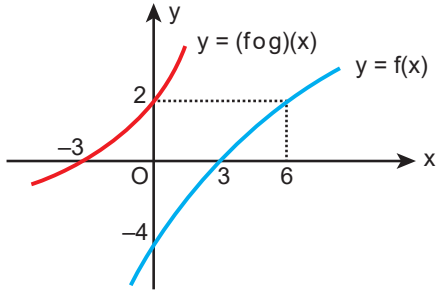
olduğuna göre, $(g \circ f)(2) + (f \circ g)(-4)$ toplamı kaçtır?

EEE

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$\begin{aligned} g(f(2)) + f(g(-4)) \\ g(4) + f(-4) \\ g(4) + g(0) = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

8. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = (f \circ g)(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $g(0)$ kaçtır?

EEE

- A) -4 B) -3 C) 2 D) 3 E) 6

$$\begin{aligned} (f \circ g)(0) = 2 \text{ ve } f(6) = 2 \\ f(g(0)) = 2 \end{aligned}$$

9. Tam sayılardan tam sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x < 0 \quad \{-3, -4, \dots\} \\ 2x - 2, & x \geq 0 \quad \{-2, 0, \dots\} \end{cases}$$

fonksiyonu için,

I. Bire birdir. ✓

II. Örtendir.

III. $f^{-1}(3) = 5$ 'tir. $f(5) = 8$

ifadelerinden hangileri doğrudur.

AAA

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

10. Bire bir ve örten f ve g fonksiyonları

$$(f \circ g)(x) = \frac{x}{2} + 1$$

$$(g^{-1} \circ f)(x) = 2x - 4$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

$(f \circ f)(a) = -a$ olduğuna göre, a kaçtır?

EEE

- A) 3 B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$$[(f \circ g) \circ (g^{-1} \circ f)](x) = (f \circ f)(x)$$

$$(f \circ g)(2x-4) = (f \circ f)(x)$$

$$\frac{2x-4}{2} + 1 = (f \circ f)(x)$$

$$f \circ f(x) = x - 4 \Rightarrow a - 4 = a \quad \left[a = \frac{1}{2} \right] \text{ dir}$$

11. A kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonunun tersi de fonksiyon olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

AAA

- A) $[0, 4]$ B) $(4, \infty)$ C) $(-\infty, 0)$
D) $[2, \infty)$ E) $(-4, 2)$

$$f(x) = (x-1)(x-3)$$

$$f(0) = 3 \text{ ve } f(4) = 3 \text{ ise}$$

$$f^{-1}(3) = ?$$

A kümesinde 0 ve 4 aynı anda bulunamaz!

12. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = \frac{x}{2} - 6$$

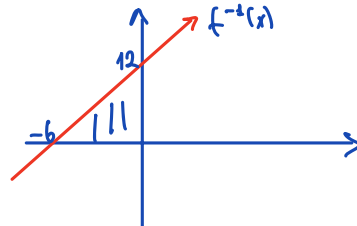
$$f(x) = \frac{x-12}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+12$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun dik koordinat düzlemindeki grafiğinin eksenler ile arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

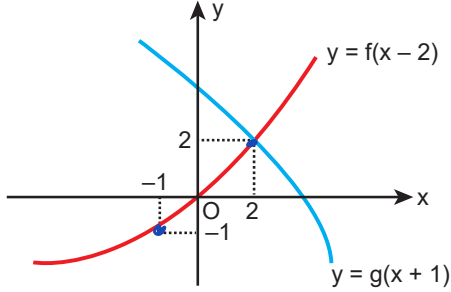
EEE

- A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 36



$$\frac{12 \cdot 6}{2} = 36$$

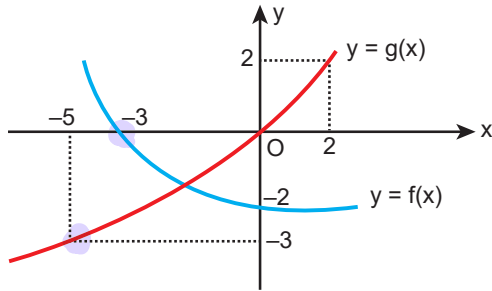
1. Aşağıda $y = f(x - 2)$ ve $y = g(x + 1)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



- Buna göre, $(f + g)(0)$ kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Handwritten solution for question 1:
 $f(0) + g(0)$
 $x=2$ için $f(0)=2$ $x=-1$ için $g(0)=-1$
 $f(0) + g(0) = 1$

2. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



- (f o g)(m + 1) = 0 olduğuna göre, m kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) 1

Handwritten solution for question 2:
 $f(g(m+1)) = 0 \Rightarrow g(m+1) = -3$
 $m+1 = -5$
 $m = -6$

3. Reel sayılarda tanımlı doğrusal bir f fonksiyonu $(f \circ f \circ f)(x) = 8x - 7$ eşitliklerini sağlamaktadır.

- Buna göre, $f(2) - f(1)$ kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Handwritten solution for question 3:
 $f(x) = ax + b$ dır. İfade
 $(f \circ f \circ f)(x) = a^3 x + \dots$
 $a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$
 $f(x) = 2x + b$
 $f(2) - f(1) = (4+b) - (2+b) = 2$

4. Uygun koşullarda tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x^2 - x) = 2x^2 - 2x + 7$$

$$g(x^2 + 2x) = 3x^2 + 6x + 1$$

- olduğuna göre, $(g \circ f)(3)$ kaçtır?

- A) 37 B) 38 C) 39 D) 40 E) 41

Handwritten solution for question 4:
 $x^2 - x \rightarrow x$ $x^2 + 2x \rightarrow x$
 $f(x) = 2x + 7$ $g(x) = 3x + 1$
 $g(f(3)) = g(13)$
 $g(13) = 40$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu her x reel sayısı için

$$f(x) > f(x + 1) \rightarrow \text{azalan fonksiyon}$$

eşitsizliğini sağlamaktadır.

Buna göre,

I. $f(2) > f(4)$

II. $f(2) > |f(4)|$

III. $f(2) > f(3) + f(4)$

değer bilmeden yorum yapılmaz

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

6. Uygun koşullarda tanımlı birebir ve örten $y = f(x)$ fonksiyonu için

$$2 + x \cdot y = y^2 + 2x$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 - 2}{x - 2}$ B) $\frac{x^2 + 2}{x + 2}$ C) $\frac{x^2 - 2}{x + 2}$
D) $\frac{x^2 + 2}{x - 2}$ E) $\frac{x - 2}{x^2 - 2}$

$$xy - 2x = y^2 - 2$$

$$x(y - 2) = y^2 - 2$$

$$x = \frac{y^2 - 2}{y - 2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 2}$$

