

Polinom Kavramı

Değişkene bağlı bir ifadenin terimlerdeki değişkenlerin kuvvetleri doğal sayı ise bu ifadelere polinom denir. Polinomlar P, Q ve R gibi büyük harflerle gösterilir.

- ~~I. $x + \frac{1}{x} \Rightarrow x + x^{-1} \quad -1 \notin \mathbb{N}$~~
~~II. $x^{10x} \Rightarrow$ kuvvet doğal sayı değil~~
~~III. $\sqrt{2} \cdot x \Rightarrow \sqrt{2} \cdot x^{1/2} \quad 1/2 \notin \mathbb{N}$~~
~~IV. $x^3 - 1$~~

ifadelerinden hangileri polinomdur?

yalnız IV

2. ~~I. $\frac{1}{2}$~~

~~II. $-x^2 + x$~~

~~III. $\sqrt{2} \cdot x$~~

~~IV. $(x^2 + 1)^{-1} \quad \frac{1}{x^2 + 1}$~~

ifadelerinden hangileri polinom değildir?

yalnız V

3. $P(x) = 3x^{m-4} + 2x^{7-m} + 1$

ifadesi bir polinom olduğuna göre, m'nin alabileceği değerleri bulunuz.

$$\begin{aligned} m-4 &\geq 0 & 7-m &\geq 0 \\ m &\geq 4 & 7 &\geq m \\ 7 &\geq m & \geq 4 & m \in \{4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

4. $P(x) = x^{\frac{16}{n+2}} - x^{n-7} + 1$

ifadesi polinom olduğuna göre, n kaçtır?

$$\frac{16}{n+2} \geq 0 \quad n-7 \geq 0$$

$$n \geq 7 \Rightarrow n = 14 \text{ için } \frac{16}{n+2} \in \mathbb{N}$$

Derece ve Başkatsayı

Polinomu oluşturan terimlerin derecelerinin en büyüğüne polinom derecesi denir ve $\deg[P(x)]$ ile gösterilir.

Polinom derecesini belirleyen terimin kat sayısına başkatsayı denir.

Polinomda derecesi 0 olan terim varsa o terime sabit terim denir.

1. $P(x) = 2x^3 + x^2 - x + 5$

polinomun derecesi, başkatsayısı ve sabit teriminin toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} \deg[P(x)] &= 3 \\ \text{başkatsayı} &: 2 \\ \text{sabit terim} &: 5 \end{aligned}$$

2. $P(x) = x^2 + mx^2 - 2x - m + 1$

polinomun sabit terimi 3 olduğuna göre, başkatsayısı kaçtır?

$$\begin{aligned} -m+1 &= 3 \\ m &= -2 \\ x^2 - 2x^2 &= -x^2 \Rightarrow \text{başkatsayı} : -1 \end{aligned}$$

3. $P(x) = x^{n+1} + (m+2)x^5 + x - 1$

polinomun derecesi 4 olduğuna göre, m + n toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} m+2 &= 0 & m &= -2 \\ n+1 &= 4 & n &= 3 \end{aligned} \quad m+n = 1$$

4. $P(x) = x^{\frac{8}{n-1}} + 3x^{n-2} + n$

polinomunun derecesi en çok kaçtır?

$$\frac{8}{n-1} \geq 0 \quad n-2 \geq 0 \quad \text{ise } n=2 \text{ için } \deg[P(x)] = 8$$

$$n \geq 2$$

Polinomda Değer Bulma

a bir reel sayı olmak üzere, P(x) polinomunda x değişkeni yerine a yazıldığında P(x) polinomunun x = a'daki değeri bulunur ve P(a) ile gösterilir.

1. $P(x) = x^2 + 1$
olduğuna göre, $P(-1) + P(\sqrt{3})$ toplamı kaçtır?

$$P(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$P(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4$$

$$P(-1) + P(\sqrt{3}) = 2 + 4 = 6$$

2. $P(x - 3) = 2x + 1$
olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

$$x - 3 = 2 \quad x = 5 \text{ için } P(2) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

3. $P(x - 1) = 3x + 1$
olduğuna göre, $P(2x)$ polinomunu bulunuz.

$$x - 1 \rightarrow 2x$$

$$x \rightarrow 2x + 1$$

$$P(2x + 1 - 1) = 3 \cdot (2x + 1) + 1$$

$$P(2x) = 6x + 4$$

4. $P(x) = (a - 2)x^2 + (4 - a)x + a$
polinomunun başkatsayısı 2 olduğuna göre, $P(1)$ 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$a - 2 = 2$$

$$a = 4 \text{ için } P(x) = 2x^2 + 4$$

$$P(1) = 2 + 4 = 6$$

$$a = 2 \text{ için } P(x) = 2x + 2$$

$$P(1) = 2 + 2 = 4$$

Polinomlarda Toplama İşlemi

Polinomların toplamları veya farkları ile elde edilen ifadeler birer polinomdur.

Toplama veya çıkarma işlemleri yapılırken aynı dereceli terimlerin katsayıları toplanıp çıkartılır.

1. $P(x) = x^3 + x^2 + x + 2$
 $+ Q(x) = -x^3 - x^2 + x - 3$

olduğuna göre, $P(x) + Q(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

$$P(x) + Q(x) = 2x - 1$$

$$\text{Der } [P(x) + Q(x)] = 1$$

2. $P(x) + Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$
 $+ P(x) - Q(x) = x^2 + 4x - 3$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz.

$$2P(x) = 4x^2 + 2x - 2$$

$$P(x) = 2x^2 + x - 1$$

3. $P(x) = x^3 + x - 1$
olduğuna göre, $P(x) + P(2x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

$$P(2x) = (2x)^3 + 2x - 1$$

$$P(x) = x^3 + x - 1$$

$$+ P(2x) = 8x^3 + 2x - 1$$

$$P(x) + P(2x) = 9x^3 + 2x - 2 \quad \text{başkatsayısı: } 9$$

4. $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 4$
olduğuna göre, $P(x) + P(-x)$ polinomunu bulunuz.

$$+ P(-x) = -2x^3 + x^2 + 3x + 4$$

$$P(x) + P(-x) = 2x^2 + 8$$

Polinomlarda Çarpma İşlemi

Çarpma işlemi yapılırken önce dağılma özelliği kullanılıp sonrada toplama veya çıkarma işlemi yapılır.

1. $P(x) = (x+2) \cdot (x+5)$
olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun derecesi 1 olan terimin katsayısı kaçtır?

$$5x + 2x = 7x$$

2. $P(x) = (2x+1)^2 - (x+2)^2$
polinomunun başkatsayısı kaçtır?

$$(4x^2 + \dots) - (x^2 + \dots) = 3x^2 + \dots$$

3. Dördüncü dereceden
 $(mx^3 + n) \cdot (nx - m)$
polinomunun başkatsayısı ile sabit teriminin toplamı kaçtır?

$$mnx^4 - m^2x^2 + n^2x - mn$$

↓ başkatsayı
↓ sabit terim

$$mn + (-mn) = 0$$

4. $P(x) = (x^4 + 2)^2 \cdot x^3 - x^{11}$
polinomunun başkatsayısı ile derecesinin toplamı kaçtır?

$$P(x) = (x^8 + 4x^4 + 4) \cdot x^3 - x^{11}$$

$$P(x) = x^{11} + 4x^7 + 4x^3 - x^{11}$$

$$P(x) = 4x^7 + 4x^3$$

4+7=11

Sabit Polinom

Derecesi 0 olan polinoma sabit polinom denir.

1. $P(x) = (2+n) \cdot x^{n-3}$
polinomu sabit polinom olduğuna göre, $P(2024)$ kaçtır?

$$n=3 \text{ için } P(x) = 5$$

$$P(2024) = 5$$

2. $P(x) = (a+2)x^2 - (b-1)x + b^a$
polinomu sabit polinom olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

$$a+2=0 \quad -(b-1)=0$$

$$a=-2 \quad b=1$$

$$a \cdot b = -2$$

3. $P(x) = ax^2 + (b-1)x^2 + ax - bx + 1$
polinomu sabit polinom olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

$$a-b=0 \quad \wedge \quad a+b-1=0$$

$$a+b=1$$

$$a=b \Rightarrow 2a=1$$

$$a=\frac{1}{2} \quad a \cdot b = \frac{1}{4}$$

$$b=\frac{1}{2}$$

4. m bir reel sayı olmak üzere,
 $(mx-9) \cdot P(x) = m-4x$
eşitliğini sağlayan $P(x)$ sabit bir polinomdur.
Buna göre, m 'nin pozitif değeri kaçtır?

$$P(x) = \frac{m-4x}{mx-9}$$

$$\frac{-4}{m} = \frac{m}{-9}$$

$$m^2 = 36 \Rightarrow m=6 \text{ veya } m=-6$$

1. a bir reel sayı olmak üzere,

$$P(x-1) = x^4 + 2x^3 + a$$

polinomu veriliyor.

P(1) = 25 olduğuna göre, P(0) kaçtır?

$$\begin{aligned} x=2 \text{ için } P(1) &= 16 + 16 + a \\ 32 + a &= 25 \quad a = -7 \\ x=1 \text{ için } P(0) &= 1 + 2 - 7 \\ P(0) &= -4 \end{aligned}$$

2. m bir reel sayı olmak üzere,

$$P(x-m) = 3x - 2$$

polinomu veriliyor.

P(m) = 10 olduğuna göre, m kaçtır?

$$\begin{aligned} x=2m \text{ için } P(m) &= 6m - 2 \\ 6m - 2 &= 10 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

3. $P(x) = (2x^2 + 3) \cdot (x + 1)$

polinomu veriliyor.

Buna göre, P(x) polinomunun terimlerinin katsayılarından oluşan kümenin eleman sayısı kaçtır?

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x^3 + 2x^2 + 3x + 3 \\ \{2, 3\} \end{aligned}$$

4. $P(x) = 4x^3 - x^2 + 3x$

$$+ Q(x) = 3x^2 - x + 2$$

polinomları veriliyor.

Buna göre,

$$2R(x) = P(x) + Q(x)$$

eşitliğini sağlayan R(x) polinomunun sabit olmayan terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} 2R(x) &= 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \\ R(x) &= 2x^3 + x^2 + x + 1 \\ 2 + 1 + 1 &= 4 \end{aligned}$$

5. $P(x) = 2x^3 + x - 3$

$$Q(x) = 4x^2 - x$$

olduğuna göre,

$$P(x) \cdot Q(x) \cdot (3x + 1)$$

$$-12x^2 + 3x$$

polinomunun x^6 lı teriminin katsayısı kaçtır?

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= 8x^5 - 2x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 3x \\ 8x^5 \cdot 3x &= 24x^6 \end{aligned}$$

6. a ile b birer reel sayı olmak üzere,

$$x^2 \cdot P(x) = x^4 - x^3 + ax + b + 1$$

eşitliğini sağlayan P(x) ifadesi bir polinomdur

Buna göre, P(a+b) değeri kaçtır?

$$P(x) = \frac{x^4}{x^2} - \frac{x^3}{x^2} + \frac{ax}{x^2} + \frac{b}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

$$P(x) = x^2 - x$$

$$P(-1) = 1 - (-1) = 2$$

7. a bir reel sayı olmak üzere,

$$P(x) = a \cdot x^{\frac{4}{a}} + (4-a) \cdot x^{\frac{a}{2}}$$

ifadesi bir polinomdur.

Buna göre, $P(-1)$ değeri en fazla kaçtır?

$$a = 2 \text{ için}$$

$$P(x) = 2x^2 + 2x$$

$$P(-1) = 2 - 2 = 0$$

8. Birinci dereceden başkatsayısı 4 olan $P(x)$ polinomunun sabit terimi -3 'tür.

Buna göre, $P(2)$ kaçtır?

$$P(x) = 4x - 3$$

$$P(2) = 8 - 3 = 5$$

9. $P(x-1) = x^2 - x$ olduğuna göre, $P(x+1)$ polinomunu bulunuz.

$$x-1 \rightarrow x+1$$

$$x \rightarrow x+2$$

$$P(x+2-1) = (x+2)^2 - (x+2)$$

$$P(x) = x^2 + 3x + 2$$

10. $P(x) = (x^2 + 2x + 3)^2$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun x^2 li teriminin katsayısı kaçtır?

$$P(x) = x^4 + 4x^2 + 9 + 2 \cdot (x^2 \cdot 2x + 3 \cdot x^2 + 3 \cdot 2x)$$

$$4x^2 + 6x^2 = 10x^2$$

11. $P(x)$ birinci dereceden bir polinom olduğuna göre, $P(x) = ax + b$

$$\frac{P(8) - P(5)}{P(1) - P(-1)} = \frac{8a + b - (5a + b)}{a + b - (-a + b)} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

12. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$(x-1) \cdot P(x) = 2x^2 - 2x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(1)$ kaçtır?

$$P(x) = \frac{2x(x-1)}{x-1}$$

$$P(x) = 2x$$

$$P(1) = 2$$

1. n bir tam sayı olmak üzere,

$$P(x) = x^{4n-14} + 2 \cdot x^{9-2n} + 1$$

ifadesi bir polinomdur.

- DDD Buna göre, $P(99)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 10^2 D) 10^4 E) 10^6

$$4n-14 \geq 0 \quad 9-2n \geq 0$$

$$n \geq \frac{14}{4} \quad \frac{9}{2} \geq n$$

$$4,5 \geq n \geq 3,5$$

$$\boxed{n=4}$$

$$P(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

$$P(99) = 100^2 = 10^4$$

2. $P(x)$ sabit polinom olmak üzere,

$$P(x-1) \cdot P(x+1) + 1 = 2 \cdot P(x)$$

eşitliği geçerlidir.

- BBB Buna göre, $P(3)$ kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$P(x) = k \quad (k \in \mathbb{R}) \text{ olmak üzere}$$

$$k \cdot k + 1 = 2k$$

$$k^2 - 2k + 1 = 0$$

$$(k-1)^2 = 0$$

$$k=1 \text{ ise } P(3)=1$$

3. İkinci dereceden tam sayı katsayılı bir $P(x)$ polinomunun tüm terimlerinin katsayıları eşittir.

$P(-2) = -6$ olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

- AAA A) -14 B) -12 C) -6 D) 0 E) 6

$$a \in \mathbb{Z} \quad P(x) = ax^2 + ax + a \text{ olmak üzere}$$

$$P(-2) = 4a - 2a + a$$

$$3a = -6$$

$$\boxed{a=-2}$$

$$P(2) = -2 \cdot (2)^2 - 2 \cdot 2 - 2 = -14$$

4. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x+2) + P(2x) = x+1 - P(3x-2)$$

eşitliği veriyor.

CCC Buna göre, $P(4)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

$$x=2 \text{ için}$$

$$P(4) + P(4) = 3 - P(4)$$

$$3P(4) = 3$$

$$P(4) = 1$$

5. Bir $P(x)$ polinomu için

$$P(x-1) = 1 + 2 + 3 + \dots + x$$

eşitliği veriliyor.

EEE Buna göre, $P(10) - P(9)$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 9 D) 10 E) 11

$$x=11 \text{ için } P(10) = 1+2+3+\dots+10+11$$

$$x=10 \text{ için } -P(9) = -1-2-3-\dots-10$$

$$P(10) - P(9) = 11$$

6. $P(x)$ bir polinom olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi

$$P(x) + P(-x) \rightarrow \text{tek dereceli terim olmaz}$$

EEE polinomu olabilir?

- A) $x^3 + x$ B) $x^3 - x^2$ C) $x^4 + x$

- D) $x^4 - x$ E) $x^4 - x^2$

7. Başkatsayıları aynı olan birinci dereceden $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için,

$$P(x) + Q(x) = 6x \quad \begin{array}{l} 2ax=6 \\ a=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} ax+m \\ ax-m \end{array}$$

eşitliği geçerlidir.

$P(1) \cdot Q(1) = 8$ olduğuna göre, $P(0) \cdot Q(0)$ çarpımı kaçtır?

- BBB A) 0 B) -1 C) -4 D) -9 E) -16

$$\begin{array}{l} x=1 \text{ için} \\ (a+m)(a-m) = 8 \\ a^2 - m^2 = 8 \\ m^2 = 1 \\ P(0) \cdot Q(0) = -m^2 = -1 \end{array}$$

8. $P(x) - x = x^2 \cdot Q(x)$

eşitliğindeki $P(x)$ ve $Q(x)$ ifadeleri için,

- I. $P(x)$ polinom ise $Q(x)$ polinomdur. $P(x) = x^3$ için sağlanmaz
 II. $Q(x)$ polinom ise $P(x)$ polinomdur. $P(x) = x^2 \cdot Q(x) + x$
 III. $Q(0) = 0$ 'dir. $P(x) = x^2 + x$ için $Q(0) = 1$ 'dir

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- BBB A) Yanlız I B) Yanlız II C) Yanlız III
 D) I ve II E) II ve III

9. m ile n birer reel sayı olmak üzere, $P(x)$ polinomu için,

$$P(x-2) = x^2 + mx + n$$

$$P(4-x) = x^2 + nx + m$$

eşitlikleri geçerlidir.

Buna göre, $P(5) + P(-3)$ toplamı kaçtır?

- DDD A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

$$\begin{array}{l} x=-1 \text{ için} \\ P(-3) = 1 - m + n \\ + P(5) = 1 - n + m \\ \hline P(5) + P(-3) = 2 \end{array}$$

10. n sıfırdan farklı bir doğal sayı olmak üzere,

$$P_n(x) = nx - n^2$$

polinomları tanımlanıyor.

Buna göre, $P_{2023}(2024)$ kaçtır?

- AAA A) 2023 B) 2024 C) 4046
 D) 4047 E) 4048

$$\begin{array}{l} P_{2023}(x) = 2023x - 2023^2 \\ x=2024 \text{ için} \\ P_{2023}(2024) = 2023 \cdot 2024 - 2023^2 \\ P_{2023}(2024) = 2023(2024 - 2023) = 2023 \end{array}$$

11. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$P(x+1) = (x-1)^3 \cdot x + 1$$

$$P(x+2) = (x-1) \cdot Q(x) + k$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, k reel sayısı kaçtır?

- EEE A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$\begin{array}{l} x=2 \text{ için} \\ P(3) = (2-1)^3 \cdot 2 + 1 \\ P(3) = 3 \\ x=1 \text{ için} \\ P(3) = (1-1) \cdot Q(x) + k \\ P(3) = k \\ \boxed{k=3} \end{array}$$

12. $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

polinomunun kaysayıları $\{-1, 1\}$ kümesinin birer elemanıdır.

$P(2) = 13$ olduğuna göre, $P(-1)$ kaçtır?

- BBB A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$$\begin{array}{l} x=2 \text{ için} \\ P(2) = 8a + 4b + 2c + d \\ 8a + 4b + 2c + d = 13 \text{ ise} \\ \begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \\ d=-1 \end{array} \\ P(x) = x^3 + x^2 + x - 1 \\ P(-1) = -1 + 1 - 1 - 1 = -2 \end{array}$$

1. İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayıları, kare biçimindeki boş kutular olacak biçimde aşağıda gösterilmiştir

$$P(x) = \square \cdot x^2 + \square \cdot x + \square$$

Boş kutuların her birine -1 ile 1 sayılarından sadece bir tanesi eş olasılık ile yazılıyor.

Buna göre, katsayıları bu biçimde oluşturulan bir $P(x)$ polinomu için $P(1) = 1$ olma olasılığı kaçtır?

ccc

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

Tüm Durum : $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$$P(x) = \square \cdot x^2 + \square \cdot x + \square$$

$P(1) = 1$ ise

$\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$	} 3 Durum

$\frac{3}{8}$

2. Aşağıda polinomların yer aldığı bir çarpım tablosu gösterilmiştir.

	$x+4$	$x+5$	$x+6$
$x+1$			$\dots 7x \dots$
$x+2$		$\dots 7x \dots$	
$x+3$	$\dots 7x$		

Buna göre, tablodaki boş hücreler doğru biçimde doldurulduğunda kaç tane hücrede yazılan polinomun x 'li teriminin katsayısı 7 olur?

ddd

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $P(x)$ bir polinom olmak üzere, her x reel sayı değeri için

$$(x - P(x)) \cdot (x + P(x)) = -3x^2 + 4x - 1$$

eşitliği sağlanmaktadır.

$P(0) = 1$ olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

bbb

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$P(x) = ax + b$ olmak üzere

$$x^2 - P^2(x) = -3x^2 + 4x - 1$$

$$P^2(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

$$a^2x^2 + 2abx + b^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

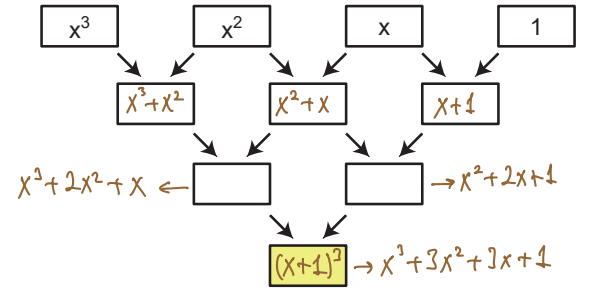
$$a^2 = 4 \quad 2ab = -4$$

$P(0) = 1$ olduğuna göre $a = -2$ ve $b = 1$ 'dir

$$P(x) = -2x + 1$$

$$P(1) = -2 + 1 = -1$$

4. Aşağıda 10 hücreden oluşan bir yapı gösterilmiştir.



Aynı satırda bulunan yan yana iki hücredeki polinomların toplamı alt satırda oklar ile gösterilen boş hücreye yazılacaktır.

Boyalı hücreye yazılacak polinom $P(x)$ olduğuna göre $P(9)$ kaçtır?

ccc

- A) 10 B) 100 C) 1000 D) 10000 E) 100000

$$P(x) = (x+1)^2$$

$$P(9) = 10^2$$

5. a ile b birer reel sayı olmak üzere,

$$P(x) = (x - a) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$$

$$+ Q(x) = (x - b) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$$

polinomları veriliyor.

P(1) + Q(1) = 18 olduğuna göre, P(0) + Q(0) toplamı kaçtır?

AAA

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 36

$$P(x) + Q(x) = (x-3)(x-4)[(x-a) + (x-b)]$$

$$P(x) + Q(x) = (x-3)(x-4)(2x-a-b)$$

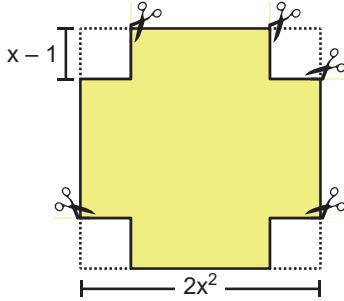
$$P(1) + Q(1) = (-2)(-3)(2-a-b) = 18$$

$$2-a-b=3$$

$$\boxed{a+b=-1}$$

$$P(0) + Q(0) = (-3)(-4) \frac{(-a-b)}{1} = 12$$

6. Bir kenar uzunluğu $2x^2$ olan bir karenin köşelerinden bir kenarı $x - 1$ olan kareler kesilerek atılmıştır.



Oluşan kesik kartonun yüzey alanı ile $P(x)$ polinomu oluşturuluyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun x^3 lü teriminin katsayısı kaçtır?

CCC

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

$$P(x) = 2x^2 \cdot 2x^2 - 4(x-1)^2$$

$$P(x) = 4x^4 - 4x^2 + 8x - 4$$

x^3 lü terim yok!

7. Katsayıları rakamlardan oluşan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı, sabit teriminden 7 fazladır.

EEE

Buna göre, kaç farklı $P(x)$ polinomu yazılabilir?

- A) 6 B) 7 C) 54 D) 60 E) 70

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Katsayılar Toplamı : $a+b+c$

Sabit Terim : c

$$a+b+c = c+7$$

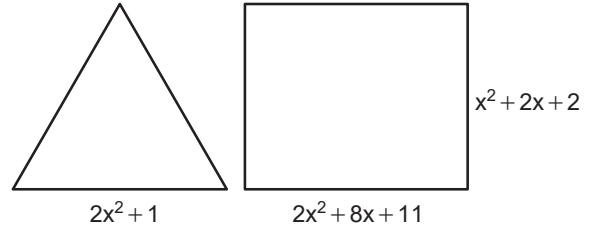
$$a+b=7$$

$$7 \text{ durum} \left\{ \begin{array}{l} 1+6 \\ 2+4 \\ \vdots \\ 7+0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{c} c \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \right\} 10 \text{ durum}$$

$7 \cdot 10 = 70$ tane $P(x)$ polinomu yazılabilir.

8. Kenar uzunlukları birer polinom olarak verilen bir eşkenar üçgen ile bir dikdörtgen aşağıda gösterilmiştir.



Dikdörtgenin çevre uzunluğu $P(x)$, eşkenar üçgenin çevre uzunluğu $Q(x)$ polinomu ile gösterildiğine göre,

$$P(a) = Q(a) + 53$$

eşitliğini sağlayan a reel sayısı kaçtır?

BBB

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$P(x) = 2(x^2 + 2x + 2) + 2(2x^2 + 8x + 11)$$

$$P(x) = 6x^2 + 20x + 26$$

$$Q(x) = 3(2x^2 + 1)$$

$$Q(x) = 6x^2 + 3$$

$$6a^2 + 20a + 26 = 6a^2 + 56$$

$$20a = 30$$

$$a = \frac{3}{2}$$

Polinomun Katsayılar Toplamı

Bir polinomun katsayılar toplamını bulmak için x değişkeni yerine 1 yazılır. Örneğin;

- $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(1)$,
- $P(2x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(3)$,
- $P(x - 1)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(0)$

ile hesaplanır.

$P(x)$ polinomunun;

- çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı,

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2},$$

- tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı,

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2}$$

ile hesaplanır.

1. $P(x) = (3x^2 - 1)^3 \cdot (x^2 - 4)$
polinomun katsayılar toplamı kaçtır?

$$P(1) = 2^3 \cdot (-3)$$

$$P(1) = -24$$

2. $P(x + 2)$ polinomunun katsayılar toplamı 4'tür. $P(3) = 4$

$$P(x - 1) = x^2 - 5x + a$$

olduğuna göre, a kaçtır?

$x = 4$ için

$$P(3) = 16 - 20 + a = 4$$

$$a = 8$$

3. $P(x) = (x^2 + x + 1)^4$
polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

$$P(1) = 3^4 \quad P(-1) = 1$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{3^4 + 1}{2} = 41$$

Polinomda Sabit Terim

Bir polinomun sabit terimini bulmak için x değişkeni yerine 0 yazılır.

Örneğin;

- $P(x)$ polinomunun sabit terimi $P(0)$,
- $P(3x - 1)$ polinomunun sabit terimi $P(-1)$,
- $P(2 - x)$ polinomunun sabit terimi $P(2)$

ile hesaplanır.

1. $P(x) = (x^2 + x + 1)^3 + (x^2 - x - 1)^2$

polinomunun sabit terimi kaçtır?

$$P(0) = 1 + 1 = 2$$

2. $P(x) = 4x^3 - x + 5$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 1)$ polinomunun sabit terimi ile $P(x)$ polinomunun sabit teriminin toplamı kaçtır?

$$P(-1) + P(0) = 2 + 5 = 7$$

3. $P(x - 1) = 2x^4 + x^3 + a$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi 3 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

$$P(0) = 3 \quad P(1) = ?$$

$$x = 1 \text{ için } P(0) = 2 + 1 + a = 3 \quad a = 0$$

$$x = 2 \text{ için } P(1) = 32 + 8 = 40$$

4. $P(x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı 2'dir. $P(2) = 2$

$$Q(x) = P(x + 2) + x^2 - 1$$

olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

$$Q(0) = ?$$

$$Q(0) = P(2) - 1$$

$$Q(0) = 2 - 1 = 1$$

Başkatsayı Derece İlişkisi

n. dereceden $P(x)$ polinomunun başkatsayısı k olmak üzere, $P(ax + b)$ polinomunun başkatsayısı $k \cdot a^n$ olur.

1. $P(x) = x^2 - 5x - 1$ baş katsayı : 1
 polinomu veriliyor.
Buna göre, $P(2x+1)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?
 $\rightarrow 1 \cdot (2)^2 = 4$

2. Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu için
 $P(x) + P(2x)$
 polinomunun başkatsayısı 18 olduğuna göre,
 $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?
 $P(x)$ 'in başkatsayısı k olmak üzere
 $k + k \cdot 2^3 = 18$
 $9k = 18$
 $k = 2$

3. $\text{der}[P(x)] = 5$
 olduğuna göre, $P(x) + P(-x)$ polinomunun derecesi en fazla kaçtır?
 $\rightarrow Ax^5 + Bx^4 + \dots = P(x)$ tir.
 $P(x) + P(-x) = \cancel{Ax^5} - \cancel{Ax^5} + Bx^4 + B(-x)^4 + \dots$
 $2Bx^4 + \dots$
 derece en fazla 4 olur

4. Başkatsayısı k olan $P(x)$ polinomu,
 $P(x-1) + P(x) + P(x+1) = 9x + 3$
 eşitliğini sağlamaktadır.
Buna göre k kaçtır?
 $kx + kx + kx = 9x$
 $3kx = 9x$
 $k = 3$

Polinomu Tahmin Etme

Verilen eşitliğe bakılarak polinomun hem derecesi hem de başkatsayısı tahmin edilebilir.

1. $P(x)$ polinomu için
 $P(x) + P(x-1) = 6x - 15$
 eşitliği veriliyor.
Buna göre, $P(0)$ kaçtır?
 $P(x) = ax + b$
 $ax + b + a(x-1) + b = 6x - 15$
 $2ax = 6x \quad 2b - a = 15$
 $a = 3 \quad b = 9 \quad P(x) = 3x + 9$
 $P(0) = 9$

2. $P(x) \cdot (x + P(x)) = 20x^2$
 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısının alabileceği değerleri bulunuz.
 $P(x) = ax + b$
 $(ax + b)(x + ax + b) = 20x^2$
 $ax^2 + a^2x^2 + abx + bx + b^2 = 20x^2$
 $a + a^2 = 20 \quad a^2 + a - 20 = 0$
 $(a+5)(a-4) = 0$
 $a = -5$
 $a = 4$

3. $P(x^2 + 2x) = 3x^2 + 6x + 1$
 eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomunu bulunuz.
 $P(x^2 + 2x) = 3(x^2 + 2x) + 1$
 $P(x) = 3x + 1$

4. $P(x) =$ polinomu için
 $P(x+1) - P(x) = 2$
 $P(3) = 1$
 eşitlikleri veriliyor
Buna göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz.
 $P(x) = ax + b$
 $a(x+1) + b - (ax + b) = 2$
 $a = 2$
 $P(3) = 1$ ise $3a + b = 1 \quad b = -5$
 $P(x) = 2x - 5$

Polinomu Tahmin Etme

Verilen eşitliğe bakılarak katsayısı sıfır olan terimler fark edilebilir.

1. $P(x^2) = 2x^6 + ax^3 - (a+1)x^2 + 1$
polinomu veriliyor.

Buna göre $a + P(2)$ toplamı kaçtır?

$P(x^2)$ polinomunda tek dereceli terimlerin katsayısı 0'dir.

$a = 0$ ise

$P(x^2) = 2x^6 - x^2 + 1$
 $x^2 = 2$ için $P(2) = 2 \cdot (2)^3 - 2 + 1 = 15$

2. $x^2 \cdot P(x) = x^5 - x^3 + ax + b$
eşitliği veriliyor.

$P(x)$ polinom olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

$x^2 P(x) = x^5 - x^3 + ax + b$

$P(x) = x^3 - x + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$ → polinom olma şartını bozar!
 $a = 0$ ve $b = 0$ $P(x) = x^3 - x$
 $P(2) = 6$

3. $P(x)$ polinomu için

$P(x) + P(-x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 8$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, $P(1) + P(-1)$ toplamı kaçtır

$a = 0$ $P(1) + P(-1) = a + a + 2 + 8 = 10$

4. $P(x)$ polinomu

$(x-1) \cdot P(x) = (x-1)^6 + a$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $P(a)$ kaçtır?

$x = 1$ için $(1-1) \cdot P(1) = (1-1)^6 + a$
 $a = 0$

$(x-1) \cdot P(x) = (x-1)^6 + a$
 $P(x) = (x-1)^5$
 $P(0) = -1$

Polinom Oluşturma

$P(x) = 0$

eşitliğini sağlayan a reel sayısına $P(x)$ polinomunun sıfırını denir. a reel sayısı $P(x)$ polinomunun sıfırını ise $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $x - a$ ifadesi olur.

1. Başkatsayısı 1 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun sıfırları 1, 2 ve 3'tür.

Buna göre, $P(4)$ kaçtır?

$P(x) = 1 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$

$P(4) = 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

2. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere

$P(2) = P(-3) = 0$ → polinomun sıfırları

$P(0) = 12$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $P(1)$ kaçtır?

$P(x) = a \cdot (x-2) \cdot (x+3)$

$P(0) = a \cdot (-2) \cdot 3 = 12$ $a = -2$

$P(x) = -2 \cdot (x-2) \cdot (x+3)$

$P(1) = -2 \cdot (-1) \cdot 4 = 8$

3. $P(x) = x^2 + mx + 6$

polinomunun sıfırlarından biri 2 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun diğer sıfırını kaçtır?

$P(x) = (x-2) \cdot (x+k)$

$x^2 + mx + 6$
 $x \quad -3$
 $x \quad -2$ } $x^2 - 5x + 6$
 $m = -5$

4. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere

$P(-2) = P(2) = 3$

eşitliği veriliyor.

$P(0) = -5$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

$P(x) = a \cdot (x+2) \cdot (x-2) + 3$

$P(0) = 5$ ise $P(0) = a \cdot 2 \cdot (-2) + 3$

$-4a + 3 = 5$

$4a = 8$

$a = 2$

1. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere,
 $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 8$

$$\text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = 2$$

olduğuna göre, $\text{der}[P(2x) + Q(3x+1)]$ kaçtır?

$$\begin{aligned} \text{der}[P(x)] &= m & n+m &= 8 \\ \text{der}[Q(x)] &= n & + n-m &= 2 \\ & & \hline & & 2n &= 10 \\ & & n &= 5 & m &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{der}[P(2x) + Q(3x+1)] = 5$$

2. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,
 $P(x) = (x+a) \cdot (x+b)$

polinomunun katsayılar toplamı 15 olduğuna göre,
 $P(a+b)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} P(1) &= 15 \\ P(1) &= (1+a)(1+b) = 15 \\ \underbrace{(1+a)}_3 \cdot \underbrace{(1+b)}_5 &= 15 \\ a &= 2 \text{ ve } b = 4 \text{ 'dır.} \\ a+b &= 6 \\ P(6) &= (6+2) \cdot (6+4) = 80 \end{aligned}$$

3. m bir reel sayı olmak üzere,

$$P(x) = x^2 + mx + 8$$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun sıfırlarından biri 2 olduğuna göre,
 $P(m)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-2) \cdot (x+b) \\ &= x^2 + mx + 8 \\ x &\begin{matrix} \nearrow -2 \\ \searrow -4 \end{matrix} & \boxed{b = -4} \\ P(x) &= x^2 - 6x + 8 & \boxed{m = -6} \\ P(-6) &= 80 \end{aligned}$$

4. $P(x+1) = x^3 + x^2 + m$
polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı 5 olduğuna
göre, $P(x-1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

$$\begin{aligned} P(1) &= 5 & P(-1) &= ? \\ x=0 & \text{ için } P(1) = m & \boxed{m=5} \\ x=-2 & \text{ için } P(-1) = (-2)^3 + (-2)^2 + 5 \\ & & P(-1) &= 1 \end{aligned}$$

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$$P(x-1) = (x^2+1) \cdot Q(x+1) + x$$

eşitliği sağlanmaktadır.

$P(2-x)$ polinomunun katsayılar toplamı -3 olduğuna
göre, $Q(x+3)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

$$\begin{aligned} P(1) &= -3 & Q(3) &= ? \\ x=2 & \text{ için } P(1) = 5 \cdot Q(3) + 2 \\ -3 &= 5 \cdot Q(3) + 2 \\ Q(3) &= -1 \end{aligned}$$

6. $P(x) = x^{98} - 16 \cdot x^{94} + x^3 - x^2 + 1$
polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x+1)$ polinomunun katsayılar toplamı
kaçtır?

$$\begin{aligned} P(2) &= ? \\ P(2) &= \cancel{2^{98}} - 16 \cdot \cancel{2^{94}} + 2^3 - 2^2 + 1 \\ &= \frac{2^{98}}{2^{98}} \\ P(2) &= 5 \end{aligned}$$

7. İkinci dereceden $P(x)$ polinomunun başkatsayısı 2'dir.

Buna göre, $P(x^2)$ polinomunun başkatsayısı $P(2x)$ polinomunun başkatsayısının kaç katıdır?

$$P(x) = 2x^2 + bx + c$$

$$P(x^2) = 2x^4 + bx^2 + c$$

$$P(2x) = 2 \cdot (2x)^2 + b(2x) + c$$

$$8x^2 + \dots \quad \xrightarrow{\frac{1}{4} \text{ katı}} \quad 2x^4 + \dots$$

8. $P(x^2 + 1) = 2x^2 + 3$ $P(x^2 + 1) = 2x^2 + 2 + 1$
 $Q(-x) = x + 1$ $P(x^2 + 1) = 2(x^2 + 1) + 1$
 polinomu veriliyor. $P(x) = 2x + 1$

Buna göre, $P(x) + Q(x)$ polinomunun sıfırı kaçtır?

$$P(x) = 2x + 1 \quad Q(x) = -x + 1$$

$$P(x) + Q(x) = x + 2$$

$$x = -2 \text{ 'dir}$$

9. Başkatsayıları aynı olan ikinci dereceden $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için,

- $P(x)$ polinomunun sıfırları 2 ve 3,
- $Q(x)$ polinomunun sıfırları 3 ve 5

bilgileri veriliyor.

Buna göre, $P(x) + 2 \cdot Q(x)$ polinomunun sıfırlarını bulunuz.

$$P(x) = a \cdot (x-2)(x-3)$$

$$Q(x) = a \cdot (x-3) \cdot (x-5)$$

$$P(x) + 2Q(x) = a \cdot (x-2)(x-3) + 2 \cdot [a \cdot (x-3) \cdot (x-5)]$$

$$= a \cdot (x-3) [(x-2) + 2 \cdot (x-5)]$$

$$= a(x-3)(3x-12) \quad x=3 \text{ ve } x=4$$

10. Tam sayı katsayılı $P(x)$ polinomu

$$P(P(x)) = 4x - 1$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

$$P(x) = ax + b \text{ 'dir}$$

$$P(ax+b) = a(ax+b) + b$$

$$P(ax+b) = a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = 4x - 1$$

$$a^2 = 4 \text{ ve } ab + b = -1 \text{ 'dir}$$

$$a = 2 \text{ ve } a = -2 \quad -b = -1$$

$$b = 1$$

$$P(x) = -2x + 1 \quad P(-1) = 3$$

11. $x \cdot P(x) + P(x-1) = 2x^2 + 3x - 1$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ bir polinomdur.

Buna göre, $P(2)$ kaçtır?

$$P(x) = ax + b \text{ 'dir}$$

$$x \cdot (ax+b) + a \cdot (x-1) + b = 2x^2 + 3x - 1$$

$$ax^2 + bx + ax - a + b = 2x^2 + 3x - 1$$

$$a = 2 \quad -2 + b = -1$$

$$b = 1$$

$$P(x) = 2x + 1$$

$$P(2) = 5$$

12. $P(x)$ polinomu için

$$P(x-2) = x^2 + 3x + 4$$

$$P(x+2) = x^2 + ax + b$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$14 = 4 - 2a + b$$

$$22 = 1 - a + b$$

$$2a - b = -10$$

$$+ \quad -a + b = 21$$

$$a = 11 \quad b = 32$$

$$a + b = 43$$

1. $P(x+2) = x^2 + ax + 4$
polinomu veriliyor
P(x) polinomunun sıfırlarından biri -2 olduğuna göre, a kaçtır?
- AAA A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$P(-2) = 0$$

$$x = -4 \text{ için } P(-2) = (-4)^2 - 4a + 4$$

$$20 - 4a = 0$$

$$\boxed{a = 5}$$

2. a tam sayı olmak üzere, başkatsayısı 5 olan
 $P(x) = 2ax^{7-n} + x^{n-2} + x^4 - 2$
polinomu veriliyor.
Buna göre, $P(x+1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?
- DDD A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

başkatsayısı 5 ise $a=2$ ve $n=2$ 'dir.

$$P(x) = 4x^5 + 1 + x^4 - 2$$

$$P(x) = 5x^4 - 1$$

$$P(1) = 4$$

3. P(x) ve Q(x) birer polinom olmak üzere,
 $P(Q(x)) = 6 - 2 \cdot Q^2(x)$
eşitliği veriliyor.
Buna göre, $P(x+2)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
- CCC A) -16 B) -14 C) -12 D) -10 E) -8

Q(x) = a olmak üzere

$$P(a) = 6 - 2a^2$$

$$P(3) = 6 - 18 = -12$$

4. Bir P(x) polinomu için
 $P(x-1) \cdot P(x+1) = x^2 + 6x + 8$
eşitliği veriliyor.
Buna göre, $P(x) \cdot P(x-2)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?
- BBB A) $x^2 + 3x + 4$ B) $x^2 + 4x + 3$ C) $x^2 + 2x + 3$
D) $x^2 + 3x + 2$ E) $x^2 + 3x + 3$

$$x \rightarrow x-1$$

$$P(x-2) \cdot P(x) = (x-1)^2 + 6(x-1) + 8$$

$$P(x-2) \cdot P(x) = x^2 + 4x + 3$$

5. Başkatsayısı 2 olan ikinci dereceden P(x) polinomu
 $P(3) - P(1) = 0 \Rightarrow P(3) = P(1)$ 'dir
eşitliğini sağlamaktadır.
Buna göre, $P(4) - P(2)$ farkı kaçtır?
- AAA A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

$$P(x) = 2x^2 + bx + c$$

$$P(3) = P(1)$$

$$18 + 3b + c = 2 + b + c$$

$$b = -8$$

$$P(4) - P(2) = (32 - 32 + c) - (8 - 16 + c)$$

$$P(4) - P(2) = 8$$

6. $\frac{2x+2}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3}$
olduğuna göre, A · B kaçtır?
- CCC A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$2x+2 = A(x+3) + B(x-1)$$

$$A+B=2$$

$$+3A-B=2$$

$$4A=4$$

$$\boxed{A=1} \quad \boxed{B=1}$$

7. $P(x)$ polinomu her x reel sayı için
 $P(1) + P(x) = x^2 + 2x + 5$
 eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $P(2)$ kaçtır?

- EEE A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$x=1 \text{ için } P(1)+P(1)=8$$

$$P(1)=4$$

$$x=2 \text{ için } \frac{P(1)+P(2)}{4}=13$$

$$P(2)=9$$

8. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,
 $x \cdot P(x+1) = (x+2) \cdot P(x)$
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(4)$ değeri $P(1)$ değerinin kaç katıdır?

- DDD A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 15

$$\frac{P(x+1)}{P(x)} = \frac{x+2}{x}$$

$$\frac{P(2)}{P(1)} \cdot \frac{P(3)}{P(2)} \cdot \frac{P(4)}{P(3)} = 3 \cdot 2 \cdot \frac{5}{3}$$

$$x=1 \quad x=2 \quad x=3$$

$$\frac{P(4)}{P(1)} = 10$$

9. m bir reel sayı olmak üzere
 $(x-1) \cdot P(x) = x^3 - m$
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x+m)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- DDD A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$x=-1 \text{ için } 0=1-m \quad \boxed{m=1}$$

$$x=2 \text{ için } P(2)=8-1=7$$

10. $P(x)$ polinomu için

$$P(x) = 2x - 3 \cdot P(-x) \Rightarrow P(x) + 3P(-x) = 2x$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

- DDD A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$x=1 \quad -3/P(1) + 3P(-1) = 2$$

$$x=-1 \quad + P(-1) + 3P(1) = -2$$

$$-8P(-1) = -8$$

$$P(-1) = 1$$

$$m(x^2 - 2x + 4) + n(x - 2) + mx^3 + nx^2 + kx$$

11. $P(x)$ polinomu için

$$P(x-2) + x \cdot P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + a$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(0)$ kaçtır?

- AAA A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$P(x) = mx^2 + nx + k \text{ olmak üzere } P(0) = k \quad k = ?$$

$$m(x-2)^2 + n(x-2) + k + x \cdot (mx^2 + nx + k) = x^3 + 2x^2 - 3x + a$$

$$mx^3 + (m+n)x^2 + (n+k-4m)x + 4m-2n = x^3 + 2x^2 - 3x + a$$

$$m=1$$

$$m+n=2$$

$$n=1$$

$$n+k-4m=-3$$

$$k-3=-3$$

$$k=0$$

12. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları her x reel sayı değeri için,

$$P(x) = (x^2 - x) \cdot Q(x) + ax + b$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$$P(1) = 4$$

$$P(0) = 1$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- BBB A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$$x=1 \text{ için } P(1) = 0 + b = 4$$

$$x=0 \text{ için } P(0) = b = 1$$

$$\boxed{b=1} \quad \boxed{a=3}$$

1. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$x^2 \cdot P^3(x)$$

polinomunun derecesi 14'tür.

Buna göre,

$$x^3 + P(2x^2) \cdot x$$

polinomunun derecesi kaçtır?

BBB

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

der $[P(x)] = n$
 $2 + 3n = 14$ ise $n = 4$
 der $[P(2x^2)] = 8$
 der $[x^3 + P(2x^2) \cdot x] = 9$

2. Aşağıda verilen tabloda polinomların katsayıları ve sabit terimleri doğru olarak yazılmıştır.

Polinom	$P(2x - 1)$	$P(2 - x)$	$P(x + 1)$
Katsayılar Toplamı	$P(a)$	$P(b)$	$P(c)$
Sabit Terim	$P(m)$	$P(n)$	$P(k)$

$x=1$

$x=0$

Buna göre, $a + b + c$ toplamı $m + n + k$ toplamından kaç fazladır?

CCC

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$a+b+c = 4$
 $m+n+k = 2$ } 2 fazladır

3. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları her x reel sayı değeri için

$$P(x) \cdot (x^2 - 1) = Q(x) \cdot (x^2 - 2x + 1)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre,

- I. $P(1) = 0$
 II. $P(-1) = 0$
 III. $Q(1) = 0$
 IV. $Q(-1) = 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

AAA

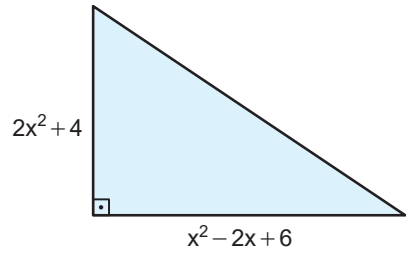
- A) I ve IV B) II ve III C) II ve IV
 D) I ve III E) Hiçbiri

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{x-1}{x+1} \text{ ise } P(1) = 0 \text{ 'dır}$$

$$Q(-1) = 0 \text{ 'dır}$$

4. Aşağıda dik kenar uzunlukları verilen bir dikdörtgen gösterilmiştir.



Bu üçgenin alanı $P(x - 1)$ polinomunu oluşturduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır? $P(1) = ?$

EEE

- A) 15 B) 20 C) 21 D) 26 E) 36

$$P(x-1) = \frac{(2x^2+4)(x^2-2x+6)}{2}$$

$x=1$ için $P(1) = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$

5. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere,

- $P(0) = 2$
- $P(1) = -1$
- $P(4) = 2$

$$P(x) = ax^2 + bx + 2$$

$$x=1 \quad -4a + b = -3$$

$$x=4 \quad 16a + 4b = 0$$

$$12a = 12$$

$$a = 1$$

$$b = -4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomu için

- I. Başkatsayısı 2'dir. 1'dir
- II. $P(3) = -1$ 'dir.
- III. $P(2) = 1$ 'dir. $P(2) = -2$

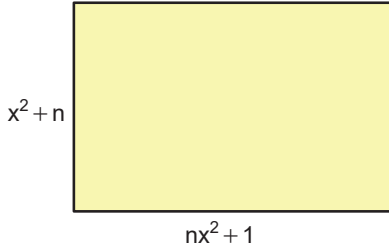
ifadelerinden hangileri doğrudur?

BBB

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

$$P(x) = x^2 - 4x + 2$$

6. n sıfırdan farklı bir doğal sayı olmak üzere, çevresi $P_n(x)$ polinomu oluşturan dikdörtgen aşağıda gösterilmiştir.



$$P_n(3) = 30n$$

olduğuna göre, n kaçtır?

AAA

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$P_n(x) = 2(x^2 + n) + 2(nx^2 + 1)$$

$$x=3 \text{ için } P_n(3) = 2(9+n) + 2(9n+1)$$

$$30n = 20n + 20$$

$$n = 2$$

7. İkinci dereceden $P(x)$ polinomunun katsayıları $\{0, 1, 2, 3\}$ kümesinin birer elemanıdır.

$P(x)$ polinomunun sıfırlarından biri $-\frac{2}{3}$ olduğuna

göre, $P(x)$ polinomunun diğer sıfırı aşağıdakilerden hangisidir?

DDD

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $\frac{3}{2}$ D) 0 E) 1

$P(x) = ax^2 + bx + c$ olmak üzere

$$P(-\frac{2}{3}) = 0 \text{ ise } \frac{4a}{9} - \frac{2b}{3} + c = 0 \text{ ifadesini}$$

seçilen a, b, c değerleri $\{0, 1, 2, 3\}$ kümesinden seçilecek

$$4a - 6b + 9c = 0$$

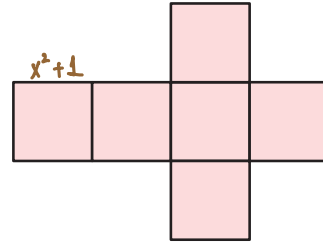
$$P(x) = 3x^2 + 2x$$

$$P(x) = x(3x+2)$$

$x=0$ polinomun sıfırındır

8. Bir ayrıntının uzunluğu a birim olan küpün yüzey alanı $6a^2$ birimkaredir.

Aşağıda bir ayrıntının uzunluğu $x^2 + 1$ olan bir küpün açılımını gösterilmiştir.



Küpün yüzey alanı ile $P(x)$ polinomu, küpün açılımının çevresi ile $Q(x)$ polinomu oluşturuluyor.

Buna göre, $P(x) + x^2 \cdot Q(x)$ polinomunun derecesi ile başkatsayısının toplamı kaçtır?

EEE

- A) 10 B) 14 C) 18 D) 20 E) 24

$$P(x) = 6 \cdot (x^2 + 1)^2 = 6(x^4 + 2x^2 + 1)$$

$$Q(x) = 14 \cdot (x^2 + 1) = 14x^2 + 14$$

$$P(x) + x^2 \cdot Q(x) = 20x^4 + 26x^2 + 6$$

↳ derece : 4
↳ başkatsayı : 20

Polinomlarda Bölme İşlemi

$\text{der}[P(x)] \geq \text{der}[Q(x)]$ olmak üzere,

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline \underline{\quad\quad\quad} \\ K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} Q(x) \\ B(x) \end{array} \right.$$

işleminde;

- bölünen polinom $P(x)$, bölen polinom $Q(x)$, bölüm polinomu $B(x)$ ve kalan polinomu $K(x)$ 'tir.
- $\text{der}[K(x)] < \text{der}[Q(x)]$ tir.

1.

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 + 2x^2 - 1 \\ \hline \underline{\quad\quad\quad} \\ K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x^2 - 1 \\ B(x) \end{array} \right.$$

bölme işleminde $K(x)$ polinomunu bulunuz.

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 + 2x^2 - 1 \\ \underline{-x^4 - x^2} \\ -x^3 + 2x^2 - 1 \\ \underline{-x^3 + x} \\ \quad 2x^2 - x - 1 \\ \underline{-2x^2 - 3} \\ \quad\quad 2 - x \end{array} \quad K(x) = 2 - x$$

2. $P(x) = 2x^7 + x^5 - 1$
polinomu $x^3 + x$ ile bölündüğünde bölüm $B(x)$ polinomu olmaktadır.

$B(x)$ polinomunun derecesi ile başkatsayısının toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 2x^7 + x^5 - 1 \\ \underline{-2x^7 + 2x^5} \\ \quad -x^5 - 1 \\ \quad \vdots \end{array} \quad B(x) = 2x^4 + \dots$$

$2 + 4 = 6$

3.

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline \underline{\quad\quad\quad} \\ K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x^3 + 1 \\ B(x) \end{array} \right.$$

bölme işlemine göre, $K(x)$ polinomunun derecesinin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$\text{der}[K(x)] < 3$$

$$\rightarrow 2 + 1 + 0 = 3$$

$(x - a)$ ile Bölümünden Kalan

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline \underline{\quad\quad\quad} \\ \text{Kalan} \end{array} \left| \begin{array}{l} x - a \\ B(x) \end{array} \right.$$

işleminin sağlanması

$$P(x) = (x - a) \cdot B(x) + \text{kalan}$$

olur. Bu eşitlikte $x = a$ yazılırsa

$$\text{kalan} = P(a) \text{ olur.}$$

1. $P(x) = x^4 - 3x^3 - x + 1$
polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(3) = ?$$

$$P(3) = 81 - 81 - 3 + 1$$

$$P(3) = -2$$

2. $P(x) = (x - 2)^7 - x^5 - 1$
polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(1) = ?$$

$$P(1) = -1 - 1 - 1$$

$$P(1) = -3$$

3. $P(x) = x^2 + x$
polinomundan hangi sayı çıkarılırsa elde edilen yeni polinom $x - 3$ ile tam bölünür?

$$P(3) = 0 \text{ olması için}$$

$$P(3) = 12 - k \quad k = 12 \text{ olmalı}$$

4. $P(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) \cdot (x - 6)$
polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(1) = ?$$

$$P(1) = -1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = -(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)$$

$$P(1) = -5!$$

(x - a) ile Tam Bölünme

P(x) polinomu x - a ile tam bölünüyorsa P(a) = 0 olmalıdır.

1. $P(x) = x^2 + 3x + k$
polinomu $x - 2$ ile tam bölünüyorsa k kaçtır?

$$\begin{aligned} P(2) &= 0 \\ P(2) &= 10 + k \\ 10 + k &= 0 \\ k &= -10 \end{aligned}$$

2. $P(x) = x^3 + ax - 3$
polinomunun çarpanlarından biri $x + 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

$$\begin{aligned} P(-1) &= 0 \\ P(-1) &= -1 - a - 3 \\ -4 - a &= 0 \\ a &= -4 \end{aligned}$$

3. $P(x) = x^3 - 2x + m$
polinomu $4 - 2x$ ile tam bölündüğüne göre, m kaçtır?

$$\begin{aligned} 4 - 2x = 0 &\Rightarrow P(2) = 0 \\ P(2) &= 8 - 4 + m \\ 4 + m &= 0 \\ m &= -4 \end{aligned}$$

4. $P(x) = x^4 - 2x^3 - x + k$
polinomu $x - 2$ ile tam bölündüğüne göre, P(x) polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{aligned} P(2) &= 0 \quad P(1) = ? \\ P(2) &= 16 - 16 - 2 + k \\ k - 2 &= 0 \quad \boxed{k=2} \\ P(1) &= 1 - 2 - 1 + 2 \\ P(1) &= 0 \end{aligned}$$

Polinomun Çarpanını Tahmin Etme

P(x) polinomunun çarpanları varsa P(x) polinomunun sabit teriminin çarpanlarına bakılarak tahmin yapılabilir. Örneğin, $P(x) = x^5 + x - 2$ polinomunda $P(1) = 0$ olduğundan P(x)'in çarpanlarından biri $x - 1$ olur.

1. $P(x) = x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5)$
polinomu aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?
A) $x - 4$ B) $x - 3$ C) $x - 2$
D) $x - 1$ E) x

2. $P(x) = x^3 - x - 6$
polinomu aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?
A) $x - 6$ B) $x - 3$ C) $x - 2$
D) $x - 1$ E) x

$$P(2) = 0 \text{ olduğundan } x-2 \text{ ile tam bölünür!}$$

3. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
polinomu aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?
A) $x + 1$ B) $x + 2$ C) $x + 4$
D) $x + 6$ E) $x + 8$

$$P(-2) = 0 \text{ olduğundan } x+2 \text{ ile tam bölünür!}$$

P(mx + n) Polinomunu x - a ile Bölme

P(mx + n) polinomunun x - a ile bölümünden kalan P(m · a + n) ile hesaplanır.

1. $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$
olduğuna göre, $P(\overset{1}{x} + 1)$ polinomunun x - 1 ile bölümünden kalan kaçtır? $P(2) = ?$

$$P(2) = 16 - 12 + 4 - 1$$

$$P(2) = 7$$

2. $P(x + 1) = x^4 + x^2 - 1$
olduğuna göre, $P(\overset{3}{x} - 2)$ polinomunun 3 - x ile bölümünden kalan kaçtır? $P(1) = ?$

$$\begin{matrix} x=0 \\ \text{icim} \end{matrix} \quad P(1) = -1$$

3. $P(x) = (x + 1) \cdot (x^2 + ax) - 6$
polinomunun çarpanlarından biri x - 1 dir. $P(1) = 0$
Buna göre, $P(ax)$ polinomunun x - a ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(1) = 2 \cdot (1 + a) - 6$$

$$2a - 4 = 0$$

$$\boxed{a=2} \text{ ise } P(a^2) = ?$$

$$P(4) = 5 \cdot (16 + 8) - 6$$

$$P(4) = 114$$

4. $P(x) + P(x + 2) = 4x + 10$
olduğuna göre, $P(\overset{-2}{x} + 3)$ polinomunun x + 2 ile bölümünden kalan kaçtır? $P(1) = ?$

$$P(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$ax + b + a(x + 2) + b = 4x + 10$$

$$2ax = 4x \quad 2b + 2a = 10$$

$$a = 2 \quad b = 3$$

$$P(x) = 2x + 3 \text{ ise } P(1) = 5$$

Bir Polinomun (x - a) · (x - b) ile Bölümünden Kalan

P(x) polinomunun (x - a) · (x - b) polinomu ile bölümünden elde edilecek olan kalan polinomu mx + n biçimindedir. Kalan polinomu ile P(a) ve P(b) değerleri arasında ilişki kurarak kalan polinomu bulunur.

1. $P(x) = x^3 + ax + b$
polinomu (x - 1) · (x + 2) ile tam bölündüğüne göre, a · b çarpımı kaçtır?

$$\frac{P(x)}{0} \Big| \frac{(x-1)(x+2)}{B(x)}$$

İse $P(x) = (x-1)(x+2) \cdot B(x)$

$$P(1) = 0 \text{ ve } P(2) = 0$$

$$1 + a + b = 0 \quad 8 + 2a + b = 0$$

$$\begin{matrix} -/a+b=-1 \\ +2a+b=-8 \\ \hline a=-7 \quad b=6 \end{matrix}$$

2. $P(x) = x^4 + x^3 + mx - n$
polinomu $x^2 - 1$ tam bölündüğüne göre, m · n çarpımı kaçtır?

$$\frac{P(x)}{0} \Big| \frac{x^2-1}{B(x)}$$

$$P(x) = (x^2-1) \cdot B(x)$$

$$P(1) = 0 \text{ ve } P(-1) = 0$$

$$P(1) = 1 + 1 + m - n = 0$$

$$P(-1) = 1 - 1 - m - n = 0$$

$$\begin{matrix} m-n=-2 \\ +m+n=0 \\ \hline 2m=-2 \quad m=-1 \text{ ve } n=1 \\ m \cdot n = -1 \end{matrix}$$

3. P(x) polinomunun x - 1 ve x - 2 bölümünden kalanları sırasıyla 4 ve 6 olmaktadır.

Buna göre, P(x) polinomunun (x - 1) · (x - 2) bölümünden kalanı bulunuz.

$$P(1) = 4 \quad P(2) = 6$$

$$\frac{P(x)}{mx+n} \Big| \frac{(x-1)(x-2)}{B(x)}$$

$$P(x) = (x-1)(x-2) \cdot B(x) + mx + n$$

$$P(1) = m + n \quad -/m+n=4$$

$$P(2) = 2m + n \quad +2m+n=6$$

$$m=2 \text{ ve } n=2 \quad \boxed{K(x) = 2x + 2}$$

4. $P(\overset{2}{x} - 1)$ polinomunun x - 2 ile bölümünden elde edilen kalan 1, $P(\overset{-1}{x} + 3)$ polinomunun x + 1 ile bölümünden elde edilen kalan 2'dir.

Buna göre, P(x) polinomunun (x - 1) · (x - 2) ile bölümünden elde edilen kalanı bulunuz.

$$P(1) = 1 \quad P(2) = 2$$

$$\frac{P(x)}{mx+n} \Big| \frac{(x-1)(x-2)}{B(x)}$$

$$P(x) = (x-1)(x-2) \cdot B(x) + mx + n$$

$$P(1) = m + n \quad -/m+n=1$$

$$P(2) = 2m + n \quad +2m+n=2$$

$$m=1 \text{ ve } n=0 \quad \boxed{K(x) = x}$$

Bölen Polinomun Çarpanlarına Bölme

$P(x)$ polinomunun $(x - a) \cdot (x - b)$ polinomuna bölümünden kalan polinomu $mx + n$ olsun. Eğer $P(x)$ polinomunun $x - a$ ya da $x - b$ polinomu ile bölümünden kalan bulunmak istenirse $P(x)$ polinomu yerine $mx + n$ polinomu kullanılabilir.

1. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 4$ ile bölümünden kalan $2x + 3$ 'tür.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{l} P(x) \mid \frac{x^2-4}{B(x)} \\ \underline{2x+3} \end{array} \quad P(2) = ?$$

$$P(x) = (x^2-4) \cdot B(x) + 2x+3$$

$$P(2) = 4+3 = 7$$

2. $P(x)$ polinomunun $(x + 3)^2$ ile bölümünden kalan $2x + 1$ 'dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{l} P(x) \mid \frac{(x+3)^2}{B(x)} \\ \underline{2x+1} \end{array} \quad P(-3) = ?$$

$$P(x) = (x+3)^2 \cdot B(x) + 2x+1$$

$$P(-3) = -6+1 = -5$$

3. $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna bölünmesinden elde edilen bölüm polinomu $x^2 - x$ ve kalan $2x + 2$ 'dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} P(x) \mid \frac{Q(x)}{x^2-x} \\ \underline{2x+2} \end{array} \quad P(1) = ?$$

$$P(x) = (x^2-x) \cdot Q(x) + 2x+2$$

$$P(1) = 4$$

Bölen Polinomu 2. Dereceden Olduğunda Kalan Bulma

$P(x)$ polinomunun $ax^2 + bx + c$ polinomuna bölümünden elde edilecek kalanı bulmak için,

- $ax^2 + bx$ yerine $-c$ yazma
- ax^2 yerine $-bx - c$ yazma

işlemlerinin herhangi birinden faydalanılır.

1. $P(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + x + 1$

polinomunun $x^2 + 1$ ile bölünmesinden elde edilen kalan polinomu bulunuz.

$$P(x) = (x^2)^2 \cdot x + 2(x^2)^2 + 3x^2 \cdot x + x + 1$$

$P(x)$ polinomunda x^2 yerine -1 yazdım

$$K(x) = (-1)^2 \cdot x + 2 \cdot (-1)^2 + 3(-1) \cdot x + x + 1$$

$$K(x) = 3 - x$$

2. $P(x) = (x^2 + x)^3 + (2x^2 + 2x)^2 + x$

polinomunun $x^2 + x + 1$ ile bölünmesinden elde edilen kalan polinomu bulunuz.

$P(x)$ polinomunda x^2+x yerine -1 yazdım

$$K(x) = (-1)^3 + (2(-1))^2 + x$$

$$K(x) = x + 1$$

3. $P(x) = x^3 + 2x^2 + mx + n$

polinomu $x^2 + 2$ ile tam bölündüğüne göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

$P(x)$ polinomunda x^2 yerine -2 yazdım

Kalan 0 olmalı!

$$P(x) = x^2 \cdot x + 2x^2 + mx + n$$

$$K(x) = -2x - 4 + mx + n = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} m=2 \\ n=4 \end{array} \right\} m \cdot n = 8$$

1. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x - 2$ ile bölümlerinden kalanlar sırasıyla 2 ve -3 'tür.

Buna göre, $P^2(x) \cdot Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(2) = 2 \text{ ve } Q(2) = -3$$

$$P^2(2) \cdot Q(2) = ?$$

$$2^2 \cdot (-3) = -12$$

2. $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan a reel sayıdır.

Buna göre, $P^3(x)$ polinomunun $6 - 2x$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(3) = a$$

3. a bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 - a = (x - 2) \cdot P(x)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P(2) = ?$$

$$x=2 \text{ için } 4 - a = 0 \quad a = 4$$

$$x^2 - 4 = (x - 2) \cdot P(x)$$

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = P(x)$$

$$P(x) = x + 2 \quad P(2) = 4$$

4. $P(x)$, $Q(x)$ ve $R(x)$ polinomları için

$$P(x) = (x + 3) \cdot Q(x) + 2$$

$$Q(x) = (x - 2) \cdot R(x) + 3$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $P(x + 1)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır? $P(2) = ?$

$$x=2 \text{ için } P(2) = 5 \cdot Q(2) + 2$$

$$Q(2) = 3$$

$$P(2) = 17$$

5. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere, $P(x)$ polinomu $x - 2$ ve $x + 4$ ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $\frac{P(5)}{P(-1)}$ oranı kaçtır?

$$P(x) = a(x-2) \cdot (x+4)$$

$$P(5) = 27a \quad \frac{P(5)}{P(-1)} = \frac{27a}{-9a} = -3$$

$$P(-1) = -9a$$

6. $P(x + 2) = x^4 + x^2 - 4$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P^2(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$P^2(1) = ?$$

$$x=-1 \text{ için } P(1) = 1 + 1 - 4$$

$$P(1) = -2$$

$$P^2(1) = 4$$

7. $P(x)$ polinomu için

$$P(x) = x^2 + 2 - P(2)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır? $P(-2) = ?$

$$\begin{array}{l} x=2 \\ \text{ için} \end{array} \quad \begin{array}{l} P(2) = 4 + 2 - P(2) \\ 2P(2) = 6 \\ \boxed{P(2) = 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=-2 \\ \text{ için} \end{array} \quad \begin{array}{l} P(-2) = 4 + 2 - \overset{3}{P(2)} \\ P(-2) = 3 \end{array}$$

8. $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden elde edilen bölüm $Q(x)$ ve kalan 3'tür.

$Q(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x + 1) \cdot (x + 2)$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

$$\begin{array}{l} P(x) \mid x+2 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} Q(x) \mid x+1 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$P(x) = (x+2) \cdot Q(x) + 3$$

$$Q(x) = (x+1) \cdot B(x) + 2$$

$$P(x) = (x+2)[(x+1) \cdot B(x) + 2] + 3$$

$$P(x) = (x+2)(x+1) \cdot B(x) + 2x + 7$$

9. $P(x)$ polinomu için

$$P(x + 1) + P(x - 2) = 6x - 15$$

eşitliği veriliyor.

$P(x - 1)$ polinomu $x - a$ ile tam bölündüğüne göre, a kaçtır? $P(a-1) = 0$

$$P(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$a(x+1) + b + a(x-2) + b = 6x - 15$$

$$2ax = 6x \quad 2b - a = -15$$

$$a = 3 \quad b = -6$$

$$P(x) = 3x - 6$$

$$P(a-1) = 3(a-1) - 6 = 0$$

$$\boxed{a = 3}$$

10. $P(x) = x^2 - 2x + 1$

polinomunun $x - 3$ ile bölümünden elde edilen bölüm polinomu $B(x)$ ve kalan a 'dır.

Buna göre, $B(x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalan kaçtır? $B(a) = ?$

$$P(3) = a$$

$$P(3) = 4 \quad a = 4$$

$$\begin{array}{l} P(x) \mid x-3 \\ \hline a \end{array} \quad \begin{array}{l} B(x) \end{array}$$

$$P(x) = (x-3) \cdot B(x) + a$$

$$P(a) = (a-3) \cdot B(a) + a$$

$$P(4) = B(4) + 4$$

$$9 = B(4) + 4$$

$$\boxed{B(4) = 5}$$

11. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 3x + 2$ ile bölümünden kalan $3x + 1$ 'dir

Buna göre, $P^2(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{l} P(x) \mid x^2-3x+2 \\ \hline 3x+1 \end{array} \quad \begin{array}{l} B(x) \end{array}$$

$$P^2(1) = ?$$

$$P(x) = (x^2 - 3x + 2) \cdot B(x) + 3x + 1$$

$$P(1) = 4$$

$$P^2(1) = 16$$

12. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 2x$ polinomu ile bölümünden kalan $4x + 2$ 'dir.

Buna göre, $P(x + 1)$ polinomunun derecesi çift olan terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} \rightarrow \frac{P(2) + P(0)}{2} \\ \rightarrow \frac{P(1) + P(-1)}{2} \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 - 2x) \cdot B(x) + 4x + 2$$

$$P(2) = 10$$

$$P(0) = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 + 2 \\ 2 \end{array} \right\} = 6$$

1. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x - 2$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla 2 ve 3'tür.

Buna göre,

$$x^2 \cdot P(x) - (x + 1) \cdot Q(x)$$

polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- AAA A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$P(2) = 2 \quad Q(2) = 3$$

$$x=2 \text{ için } \quad 2^2 \cdot \underbrace{P(2)}_2 - 3 \cdot \underbrace{Q(2)}_3 = -1$$

2. $P(x) = x^3 + x$ $P(2) = 10$
 $Q(x) = x^2 + x - 1$ $Q(2) = 5$

polinomları veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $x - 2$ ile tam bölünür?

- DDD A) $P(x) - Q(x)$ B) $P(x) \cdot Q(x)$
C) $Q(x) - P(x)$ D) $P(x) - x \cdot Q(x)$
E) $P(x) + x \cdot Q(x)$ $P(2) - 2Q(2) = 0$

3. $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan 1'dir.

$$P(x - 2) = (x + 2) \cdot Q(x + 2) + 1$$

olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- CCC A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$P(-3) = 1 \quad Q(4) = ?$$

$$x = -1 \text{ için } \quad P(-3) = Q(4) + 1$$

$$1 = Q(4) + 1$$

$$Q(4) = 0$$

4. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$P(x) = (x + a) \cdot (x + b)$$

polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan 20'dir.

Buna göre, $a \cdot b$ kaçtır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$P(3) = 20$$

$$(3+a)(3+b) = 20$$

$$a = 1 \text{ ve } b = 2$$

$$a \cdot b = 2$$

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x^2 - 4x$ polinomuna bölümlerinden elde edilen kalanlar sırasıyla $x + 1$ ve $x - 2$ 'dir.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- DDD A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 15

$$\begin{array}{l} P(x) \mid x^2 - 4x \\ \hline x+4 \\ B(x) \end{array} \quad \begin{array}{l} Q(x) \mid x^2 - 4x \\ \hline x-2 \\ D(x) \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 - 4x) \cdot B(x) + x + 1 \quad P(4) = 5$$

$$Q(x) = (x^2 - 4x) \cdot D(x) + x - 2 \quad Q(4) = 2$$

$$P(4) \cdot Q(4) = 10$$

6. m ile n birer reel sayı olmak üzere,

$$P(x) \cdot (x - 1) = x^3 + mx + n$$

eşitliği veriliyor

Buna göre, $P(x)$ polinomu m 'nin hangi değeri için $x + 1$ ile tam bölünür?

- EEE A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

$$P(-1) = 0 \text{ olması}$$

$$x = -1 \text{ için}$$

$$-2P(-1) = -1 - m + n$$

$$m - n = -1$$

$$x = 1 \text{ için}$$

$$0 = 1 + m + n$$

$$m + n = -1$$

$$\begin{array}{r} m - n = -1 \\ + m + n = -1 \\ \hline m = -1 \quad n = 0 \end{array}$$

Uygulama Testi

7. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere, P(x) ile Q(x) polinomları x - c ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre,

- ✓ I. P(x) - Q(x)
 ✓ II. P(x) · Q(x)
 ✓ III. a · P(x) + b · Q(x)

ifadelerinden hangileri x - c ile tam bölünür?

- EEE
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I, II ve III

$P(c) = 0$ ve $Q(c) = 0$
 I. $P(c) - Q(c) = 0$
 II. $P(c) \cdot Q(c) = 0$
 III. $a \cdot P(c) + b \cdot Q(c) = 0$

8. Başkatsayısı -1 olan üçüncü dereceden P(x) polinomu $x^2 - 1$ ve $(x + 1)^2$ ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, P(x) polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- CCC
 A) -x - 1 B) x + 2 C) 2x + 2
 D) -2x - 2 E) x + 1

$P(x) = -1 \cdot (x-1) \cdot (x+1)^2$ olmak üzere
 x^2 yerine -1 yatarsak kalan polinomu
 $-1(x-1) \cdot (x^2+2x+1)$
 $-1(x-1) \cdot (2x) = -2x^2+2x$
 $= 2x+2$

9. P(x) polinomunun Q(x) polinomuna bölümünden elde edilen bölüm a reel sayıdır.

Buna göre, Q(x) polinomunun P(x) polinomuna bölümünden elde edilen bölüm aşağıdakilerden hangisidir?

- BBB
 A) 1 B) $\frac{1}{a}$ C) a D) $-\frac{1}{a}$ E) -a

$P(x) \div \frac{Q(x)}{a}$ $P(x) = a \cdot Q(x)$
 $Q(x) \div \frac{P(x)}{a}$

10. $P(x) = x^3 + x^2 + mx$

polinomunun $x^2 + x + 2$ ile bölümünden kalan x'tir.

CCC Buna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$P(x)$ polinomunda x^2+x yerine -2 yotolum
 $P(x) = x(x^2+x+m)$
 $K(x) = x(-2+m) = x$
 $-2x+mx = x$ ise $m=3$

11. P(x) polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden kalan $2x - 7$ 'dir.

Buna göre, P(x) polinomunun derecesi tek olan terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

- BBB
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$P(x) \div \frac{x^2-1}{B(x)}$ $P(x) = (x^2-1) \cdot B(x) + 2x-7$
 $\frac{P(1)-P(-1)}{2} = ?$
 $P(1) = -5$ ve $P(-1) = -9$
 $\frac{-5+9}{2} = 2$

12. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$

polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünmektedir.

Buna göre, P(x) polinomunun katsayılar toplamı kaçtır? $P(1) = ?$

- AAA
 A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$P(x) = (x+c) \cdot (x+1)^2$ olmak üzere
 $P(x) = (x+c) \cdot (x^2+2x+1) \rightarrow P(x)$ polinomunun sabit termi c gelir.
 $c = -2$
 $P(x) = (x-2) \cdot (x+1)^2$
 $P(1) = -1 \cdot (2)^2 = -4$

1. $P(x)$, başkatsayısı -1 olan üçüncü dereceden reel katsayılı bir polinom olmak üzere,

- $P(1) = 2$
- $P(2) = 4$
- $P(4) = 8$

eşitlikleri geçerlidir.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

DDD

- A) 6 B) 14 C) 24 D) 28 E) 30

$$P(x) = -1 \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-4) + 2x$$

$$x=-1 \text{ için } P(-1) = -1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-5) + (-2)$$

$$P(-1) = 28$$

2. A_1, A_2, A_3 ve A_4 polinomları için aşağıdaki bölme işlemi veriliyor.

$$\begin{array}{r} A_1(x) \quad | \quad A_2(x) \\ - \quad \quad \quad | \quad A_3(x) \\ \hline A_4(x) \end{array}$$

$A_1(x)$ ile $A_2(x)$ polinomlarının dereceleri sırasıyla 13 ve 10 olduğuna göre,

$$[A_3(x)]^3 \cdot A_4(4x)$$

polinomunun derecesi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

AAA

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

$$\text{der}[A_4(x)] < \text{der}[A_1(x)]$$

$$\text{der}[A_4(x)] < 10 \text{ olmak üzere}$$

$$A_2(x) = A_2(x) \cdot A_3(x) + A_4(x) \text{ ise}$$

$$\text{der}[A_3(x)] \leq 3 \text{ 'dir.}$$

$$\text{der}[A_3(x)] = 3$$

$$\text{der}[A_4(4x)] = 9 \text{ iken } \text{der} \left[[A_3(x)]^3 \cdot A_4(4x) \right]_{\max} = 18$$

3. m ile n birer pozitif tam sayı olmak üzere, $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının dereceleri sırasıyla m ve n 'dir.

$P^2(3x-1)$ polinomu $Q^3(x^2)$ polinomuna bölüldüğünde, bölüm polinomu sabit polinom olmaktadır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

EEE

- A) $m = n$ B) $m + n = 4$ C) $2m = 3n$
D) $2m = n$ E) $m = 3n$

$$\frac{P^2(3x-1)}{Q^3(x^2)} = k \text{ (ker)}$$

$$2m - 6n = 0$$

$$2m = 6n$$

$$m = 3n$$

4. Bir kenar uzunluğu $x^2 + 1$ birim olan kare biçimindeki kartonlar yan yana ve alt alta birleştirilerek aşağıdaki dikdörtgen elde ediliyor.

$$x^4 + nx^2 + 1$$



$$x^4 + 4x^3 + mx^2 + 4x + 6$$

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

CCC

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

kenar uzunlukları $x^2 + 1$ ile kolayca bölünen x^2 yerine -1 yazarsak

$$\begin{array}{r} (x^2)^2 + nx^2 + 1 \\ \underline{-1} \quad \underline{-1} \\ 2-n=0 \end{array} \quad \begin{array}{r} (x^2)^2 + 4x \cdot x^2 + mx^2 + 4x + 6 \\ \underline{-1} \quad \underline{-1} \quad \underline{-1} \quad \underline{-1} \\ 1 - 4x - m + 4x + 6 = 0 \end{array}$$

$$2-n=0$$

$$1 - 4x - m + 4x + 6 = 0$$

$$n=2$$

$$m=7$$

$$m+n=9 \text{ olur}$$

5. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$$

$$Q(x) = x^2 - 3x + c$$

polinomları için

$$\frac{P(3)}{Q(3)} = 0 \Rightarrow P(3) = 0 \quad Q(3) \neq 0 \text{ 'dır.}$$

eşitliği geçerlidir.

P(x) polinomu Q(x) polinomuna tam bölündüğüne göre, a + b + c toplamı kaçtır?

DDD

- A) 1 B) 3 C) 5 **D) 7** E) 9

$P(x)$ $Q(x)$ 'in tam kotüdür.

$$x^3 + ax^2 + bx - 6 = (x^2 - 3x + c) \cdot \left(x - \frac{b}{c}\right)$$

$$Q(x) \neq 0$$

$$c = 2$$

$$x = 1 \quad P(1) = 1 + a + b - 6$$

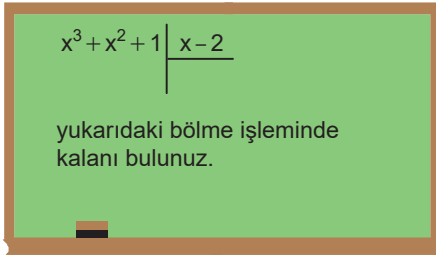
$$\text{ için } a + b - 5 = (c - 2) \cdot \left(1 - \frac{b}{c}\right)$$

$$a + b - 5 = 0$$

$$a + b = 5$$

$$a + b + c = 7$$

6. Öğretmenin tahtaya yazdığı soruyu çözmek isteyen Ahmet, yanlışlıkla bölen polinomunu $x + 2$ olarak alıp kalan sayıyı bulmuştur.



Buna göre, Ahmet'in bulduğu sayı bulması gereken sayıdan kaç eksiktir?

AAA

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 + 1 \quad | \quad x + 2 \\ - x^3 + 2x^2 \quad | \quad x^2 - x + 2 \\ \hline -x^2 + 1 \quad | \quad x^2 - 2x \\ -x^2 - 2x \quad | \quad 3x^2 + 1 \\ \hline 2x + 1 \quad | \quad 3x^2 - 6x \\ 2x + 4 \quad | \quad 6x + 1 \\ \hline -3 \quad | \quad 13 \end{array}$$

16 eksik

7. $(x - 2)^2$ ile tam bölünebilen bir $P(x)$ polinomu;

- $x - 2$ ile bölündüğünde elde edilen bölüm polinomu $B(x)$,
- $(x - 2)^2$ ile bölündüğünde elde edilen bölüm polinomu $Q(x)$ olmaktadır.

B(4) + Q(4) = 18 olduğuna göre, P(4) değeri kaçtır?

DDD

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 36

$$\begin{array}{r} P(x) \quad | \quad x-2 \\ \hline B(x) \end{array} \quad \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad (x-2)^2 \\ \hline Q(x) \end{array}$$

$$P(x) = (x-2)^2 \cdot Q(x)$$

$$P(x) = (x-2) \cdot B(x)$$

$x = 4$ için

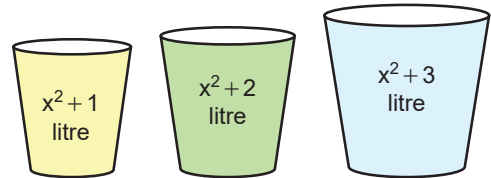
$$P(4) = 4 \cdot Q(4)$$

$$+ P(4) = 2 \cdot B(4)$$

$$2P(4) = 4Q(4) + 2B(4)$$

$$P(4) = 2Q(4) + B(4)$$

8. Tamamen dolu bir su deposu hacimleri aşağıda verilen kovalarla boşaltılıyor.



Su deposu bu kovalardan herhangi biri kullanılarak boşaltıldığında depoda 1 litre su artmakta olup depodaki suyun miktarı $P(x)$ polinomu ile gösterilmektedir.

P(0) = 13 olduğuna göre P(1) kaçtır?

EEE

- A) 24 B) 25 C) 47 D) 48 **E) 49**

$$P(x) = a(x^2 + 1) \cdot (x^2 + 2) \cdot (x^2 + 3) + 1$$

$$P(0) = 6a + 1$$

$$6a + 1 = 13 \text{ ise } a = 2$$

$$P(1) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = 49$$

7. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayılarından oluşan küme $\{1\}$ dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- EEE A) $x - 1$ B) x C) $-x$
D) $x^2 - 1$ E) $x^2 + 1$

$$P(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$P(x) = x^2(x+1) + (x+1)$$

$$P(x) = (x+1)(x^2+1)$$

8. Başkatsayısı 2 olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için

$$P(1) - P(-1) = 1$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, $P(2)$ değeri $P(-2)$ değerinden kaç fazladır?

- BBB A) 32 B) 26 C) 16 D) 15 E) 14

$$P(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$$

$$P(1) - P(-1) = (2 + b + c + d) - (-2 + b - c + d)$$

$$4 + 2c = 1 \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$P(2) - P(-2) = (16 + 4b + 2c + d) - (-16 + 4b - 2c + d)$$

$$P(2) - P(-2) = 32 + 4b = 26$$

9. $P(x)$ polinomunun $(x + 1)^3$ ile bölümünden kalan $x^2 - 1$ olmaktadır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x + 1)^2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- DDD A) -2 B) $-2x$ C) $2x - 2$
D) $-2x - 2$ E) $-2x + 2$

$$P(x) \Big| \frac{(x+1)^3}{x^2-1} \quad P(x) = (x+1)^3 \cdot B(x) + x^2 - 1$$

10. $P(x)$ polinomunun $x^2 - 1$ ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalan polinomları eşittir.

Buna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine kesinlikle tam bölünür?

- CCC A) $x^2 + 1$ B) $x^2 - 1$ C) x^2
D) x^3 E) $x - 1$

$$P(x) \Big| \frac{x^2-1}{B(x)}$$

$$P(x) = (x^2-1) \cdot B(x) + B(x)$$

$$P(x) = B(x) \cdot (x^2-1+1)$$

$$P(x) = B(x) \cdot x^2 \text{ ise } x^2 \text{ ile kesinlikle bölünür!}$$

11. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere,

$$P(0) = 1$$

$$P(1) = 2$$

$$P(2) = 1$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $P(3)$ kaçtır?

- AAA A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

$$P(x) = ax^2 + bx + 1$$

$$P(1) = a + b$$

$$P(2) = 4a + 2b$$

$$-2 / a + b = 2$$

$$+ 4a + 2b = 1$$

$$2a = -3$$

$$a = -\frac{3}{2} \text{ ve } b = \frac{7}{2}$$

$$P(x) = -\frac{3x^2}{2} + \frac{7x}{2} + 1$$

$$P(3) = -2$$

12. $P(x) = x^3 + 6x^2 + mx + n$

polinomunun sıfırları eşit olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- EEE A) 48 B) 60 C) 64 D) 72 E) 96

sıfırları eşit ise ifade küp açılımı olmalı!

$$P(x) = x^3 + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + 3 \cdot 2^2 x + 2^3$$

$$m = 12 \quad n = 8$$

$$m \cdot n = 96$$

1. Her teriminin derecesi katsayısına eşit olan

$$P(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 10x^{10}$$

polinomu veriliyor.

- AAA Buna göre, $P(x-1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$P(-1) = ?$$

$$P(-1) = \underbrace{-1}_1 + \underbrace{2}_1 - \underbrace{3}_1 + \dots + 10$$

$$P(-1) = 5$$

2. Her x reel sayı değeri için

$$2x^2 + ax + 3 = (x + 1) \cdot (bx + c)$$

eşitliği sağlanmaktadır.

- EEE Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

$$2x^2 + ax + 3 = bx^2 + (b+c)x + c$$

$$b = 2$$

$$b+c = a \quad a = 5$$

$$c = 3$$

$$a+b+c = 10$$

3. a bir reel sayı olmak üzere,

$$P(x + 1) = 2x^2 + ax - 1$$

polinomu veriliyor.

- BBB $P(x)$ polinomunun sıfırlarından biri 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$P(2) = 0$$

$$x=1 \text{ için } P(2) = 2 + a - 1$$

$$a + 1 = 0 \text{ ise } a = -1$$

4. $P(x) = x^a + (x-1)^b - 1 = x \cdot (x-1) \cdot B(x)$

polinomu $x^2 - x$ ile tam bölünmektedir.

Buna göre,

I. a çift doğal sayıdır.

II. b çift doğal sayıdır.

III. a + b çift doğal sayıdır.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- AAA A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

5. $P(x) = x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun x^2 ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- AAA A) 6x B) 3x C) 2x D) x E) 0

$$P(x) = (x^2 + 2x) \cdot (x^2 + 4x + 3)$$

x^2 yerine 0 yatarsak

$$2x \cdot (4x + 3) \xrightarrow{\text{kalan}} 8x^2 + 6x \rightarrow 6x$$

6. $P(2x - 1) + P(x + 1) = 6x - P(3x - 3)$

eşitliği veriliyor.

BBB Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$P(3) = ?$$

$$x=2 \text{ için}$$

$$P(3) + P(3) = 12 - P(3)$$

$$3P(3) = 12$$

$$P(3) = 4$$

7. a bir reel sayı olmak üzere, P(x) ve Q(x) polinomları için,
- Q(x) polinomunun x - 1 ile bölümünden kalan 2,
 - P(Q(x)) polinomunun x - 1 ile bölümünden kalan a bilgileri veriliyor.

P(x) polinomunun x - 2 ile bölümünden kalan 6 - a olduğuna göre, a kaçtır?

- BBB A) 6 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$$Q(1) = 2 \text{ ve } P(Q(1)) = a$$

$$P(2) = 6 - a \text{ ise } 6 - a = a \quad \boxed{a=3}$$

8. $P(x) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$
 $Q(x) = (x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + (x - 4) = 4x - 10$
 polinomları veriliyor.

Buna göre, P(x) polinomunun Q(x) polinomuna bölümünden kalan kaçtır?

- DDD A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{5}{8}$

$$4x - 10 = Q \quad x = \frac{5}{2} \quad P\left(\frac{5}{2}\right) = ?$$

$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{5}{2} - 2\right) \cdot \left(\frac{5}{2} - 3\right) \cdot \left(\frac{5}{2} - 4\right)$$

$$P\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-3}{2} = \frac{9}{16}$$

9. m bir tam sayı olmak üzere
 $P(x) = 2x^2 + mx + 6$
 polinomu veriliyor.

$$P(0) < P(-1) < P(1)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- AAA A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$6 < 8 - m < 8 + m$$

$$6 < 8 - m \quad 8 - m < 8 + m$$

$$m < 2 \text{ ve } 0 < 2m$$

$$0 < m < 2$$

$$\boxed{m=1}$$

10. Başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden P(x) polinomunun sıfırları -2 ve 3'tür.

Her x reel sayı değeri için

$$Q(x) = P(x) - P(0)$$

eşitliğini sağlayan Q(x) polinomu veriliyor.

I. $Q(-2) = 0$

II. $Q(3) = 0$

III. $Q(1) = 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- CCC A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

$$P(x) = 1 \cdot (x+2)(x-3) \quad P(0) = -6$$

$$Q(x) = (x^2 - x - 6) - (-6)$$

$$Q(x) = x^2 - x$$

$$Q(-2) = 6 \quad Q(3) = 6 \quad Q(1) = 0$$

11. Birinci dereceden bir P(x) polinomu için, P(2x) polinomunun P(x) polinomu ile bölümünden elde edilen bölüm ve kalanın toplamı 6'dır.

P(1) = -1 olduğuna göre, P(4) kaçtır?

- EEE A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$P(2x) \left| \begin{array}{l} P(x) \\ \hline R(x) \end{array} \right. \quad P(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$P(2x) = 2ax + b \text{ 'dir}$$

$$\begin{array}{r} 2ax + b \\ - 2ax + 2b \\ \hline -b \end{array} \quad \begin{array}{l} K(x) = -b \\ B(x) = 2 \end{array} \quad \begin{cases} -b + 2 = 6 \\ \boxed{b = -4} \end{cases}$$

$$P(1) = a + b$$

$$a - 4 = -1 \quad \boxed{a = 3}$$

$$P(x) = 3x - 4 \text{ ise } P(4) = 8$$

12. P(x) polinomu her reel sayı değeri için,

$$P(x) = (x^2 - 1) \cdot P(2) + 4$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, P(0) kaçtır?

- EEE A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$x=2 \text{ için } P(2) = 3P(2) + 4$$

$$P(2) = -2$$

$$x=0 \text{ için } P(0) = -P(2) + 4$$

$$P(0) = 6$$

Ortak Çarpan Parantezine Alma

$$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$$

$$m \cdot a + m \cdot b - m \cdot c = m \cdot (a + b - c)$$

1. $a \cdot b + a \cdot c = 15$
 $b + c = 3$
olduğuna göre, a kaçtır?

$$a(b+c) = 15$$

$$3a = 15$$

$$a = 5$$

2. $m^2 - m \cdot n = 18$
 $m - n = 6$
olduğuna göre, n kaçtır?

$$m(m-n) = 18$$

$$6m = 18$$

$$m = 3 \text{ ise } 3 - n = 6$$

$$n = -3$$

3. $a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d = 12$
 $b + c - d = 3$
olduğuna göre, $a + b + c - d$ işleminin sonucu kaçtır?

$$a(b+c-d) = 12$$

$$3a = 12$$

$$a = 4$$

$$a + b + c - d = 4 + 3 = 7$$

4. $m^2 \cdot n + m \cdot n^2 = 48$
 $m + n = 4$
olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

$$m \cdot n(m+n) = 48$$

$$4m \cdot n = 48$$

$$m \cdot n = 12$$

Gruplandırma Yöntemi

$$A \cdot C + A \cdot D + B \cdot C + B \cdot D = A \cdot (C + D) + B \cdot (C + D)$$

$$= (C + D) \cdot (A + B)$$

1. $a \cdot b + a \cdot c + x \cdot b + x \cdot c = 12$
 $b + c = 2$
olduğuna göre, $\frac{a+x}{b+c}$ oranı kaçtır?

$$a(b+c) + x(b+c) = 12$$

$$(b+c)(a+x) = 12$$

$$\frac{a+x}{b+c} = \frac{12}{2} = 6$$

2. $3 \cdot a - b \cdot c - 3 \cdot b + a \cdot c = 13$
 $a - b = 1$

olduğuna göre, c kaçtır?

$$3(a-b) + c(a-b) = 13$$

$$(a-b)(3+c) = 13$$

$$1(3+c) = 13$$

$$3+c = 13 \Rightarrow c = 10$$

3. $a + b \cdot c = 2$
 $-b + a \cdot c = -6$
 $a - b = 4$

olduğuna göre, c kaçtır?

$$a - b + b \cdot c - a \cdot c = 8$$

$$(a-b) - c(a-b) = 8$$

$$(a-b)(1-c) = 8$$

$$4(1-c) = 8 \Rightarrow 1-c = 2$$

$$c = -1$$

4. $b \cdot (a^2 + 1) + a \cdot (b^2 + 1) = 12$
 $a + b = 2$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

$$b \cdot a^2 + b + a \cdot b^2 + a = 12$$

$$ab(a+b) + (a+b) = 12$$

$$(a+b)(ab+1) = 12$$

$$2(ab+1) = 12 \Rightarrow ab+1 = 6$$

$$ab = 5$$

Tam Kare Özdeşliği

$$(A - B) \cdot (A - B) = (A - B)^2 = A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2$$

$$(A + B) \cdot (A + B) = (A + B)^2 = A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2$$

$$(A + B)^2 = (A - B)^2 + 4 \cdot A \cdot B$$

$$(A - B)^2 = (A + B)^2 - 4 \cdot A \cdot B$$

1. $a = 9876$

$b = 9865$

olduğuna göre, $a^2 - 2ab + b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(9876 - 9865)^2 = 11^2 = 121$$

2. $m = \sqrt{5} + 1$

olduğuna göre, $m^2 - 2m + 1$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2$$

$$(\sqrt{5} + 1 - 1)^2 = 5$$

3. $2023^2 + 4047$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$2023^2 + (2024 + 2023)$$

$$a = 2023 \text{ ise } a^2 + (a + 1 + a) = a^2 + 2a + 1$$

$$= (a + 1)^2$$

$$= 2024^2$$

4. $m = 3,14$

$n = 6,86$

olduğuna göre, $(m - n)^2 + 4mn$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$(m - n)^2 + 4mn = m^2 - 2mn + n^2 + 4mn$$

$$m^2 + 2mn + n^2 = (m + n)^2$$

$$(m + n)^2 = (3,14 + 6,86)^2 = 100$$

İki Kare Farkı-1

$$A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$$

$$A^2 - B = (A - \sqrt{B}) \cdot (A + \sqrt{B})$$

$$A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B}) \cdot (\sqrt{A} + \sqrt{B})$$

1. $(6,3)^2 - (3,7)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

$$(6,3 - 3,7) \cdot (6,3 + 3,7) = 2,6 \cdot 10 = 26$$

2. $1002 \cdot 998$

çarpımının sonucunun en sade biçimini yazınız.

$$1000^2 - 2^2 = (1000 + 2)(1000 - 2)$$

$$10^6 - 4$$

3. m ile n pozitif tam sayı olmak üzere,

$$m^2 - n^2 = 19$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

$$(m + n)(m - n) = 19$$

$$\begin{array}{r} m + n = 1 \\ + m - n = 19 \\ \hline 2m = 20 \\ m = 10 \\ n = 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} m + n = 1 \\ + m - n = 19 \\ \hline 2m = 20 \\ m = 10 \\ n = 9 \end{array}} \right\} m \cdot n = 90$$

4. $3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257$

çarpımının sonucunu en sade biçimini yazınız.

$$255 \cdot 257 = (256 - 1)(256 + 1)$$

$$= 256^2 - 1^2$$

$$= 2^{16} - 1$$

1. $7! \cdot 8! - 6! \cdot 7! = A \cdot (6!)^2$

olduğuna göre, A kaçtır?

$$(6! \cdot 7)(6! \cdot 7 \cdot 8) - 6!(6! \cdot 7) = A(6!)^2$$

$$(6!)^2 (7 \cdot 7 \cdot 8 - 7) = A(6!)^2$$

$$A = 55 \cdot 7$$

$$A = 385$$

2. $a - b = 7 \Rightarrow b - a = -7$

olduğuna göre,

$$7 \cdot a + b \cdot (b - a)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$7a - 7b = 7(a - b) = 49$$

3. $112 \cdot 96 - 113 \cdot 95$

işleminin sonucu kaçtır?

$$113 = a$$

$$95 = b$$

$$(a-1) \cdot (b+1) - (a \cdot b)$$

$$a \cdot b + a - b - 1 - a \cdot b$$

$$a - b - 1 = 113 - 95 - 1 = 17$$

4. $2^a + 1 + 2^a + 2^{a-1} = 28$

olduğuna göre, a kaçtır?

$$2^a \cdot 2 + 2^a + 2^a \cdot 2^{-1} = 28$$

$$2^a \left(2 + 1 + \frac{1}{2} \right) = 28$$

$$2^a \cdot \frac{7}{2} = 28$$

$$2^{a-1} = 4 \Rightarrow a = 3$$

5. $9 \cdot 11 + 13 \cdot 16 + 11 \cdot 16 + 9 \cdot 13$

işleminin sonucu kaçtır?

$$9(11+13) + 16(11+13) = 24 \cdot 25 = 600$$

6. $a + b = 3$

$$c - b = 4$$

olduğuna göre,

$$c^2 + a \cdot c - a \cdot b - b \cdot c$$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$c(c+b) - b(a+c)$$

$$(a+c)(c-b) = 3 \cdot 4 = 12$$

7. $(a - b)^2 \cdot (b - c) + (c - b)^2 \cdot (b - a)$

ifadesinin çarpanlarından ikisi $a - b$ ve $b - c$ olduğuna göre, diğer çarpanını bulunuz.

$$(a-b)^2 \cdot (b-c) - (b-c)^2 \cdot (a-b)$$

$$(a-b) \cdot (b-c) \cdot ((a-b) - (b-c))$$

$$(a-b)(b-c)(a-2b+c)$$

8. $6^x - 3^{x+1} + 2^{x+1} - 6 = A$

$$3^x + 2 = B$$

olduğuna göre, $2^x - 3$ ifadesinin A ve B türünden değerini bulunuz.

$$3^x(2^x - 3) + 2(2^x - 3) = A$$

$$(2^x - 3)(3^x + 2) = A$$

$$B$$

$$2^x - 3 = \frac{A}{B}$$

9. $a = 2025$
 $b = 2023$

olduğuna göre, $(a + b)^2 - 4ab$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^2 + 10ab + b^2 - 4ab \\ a^2 - 20ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= (2025-2023)^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

10. $2a = 3$ ve $2b = 5$

olduğuna göre,

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right)^2} = \frac{4^2}{(-1)^2} = 16$$

ifadesinin değeri kaçtır?

11. $m^2 + mn = 11 - k$
 $n^2 + mn = 14 + k$

olduğuna göre, $m + n$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} m(m+n) &= 11-k \\ + n(m+n) &= 14+k \\ \hline m(m+n) + n(m+n) &= 25 \\ (m+n)^2 &= 25 \\ m+n &= 5 \end{aligned}$$

12. $\sqrt{2023 \cdot 2025 + 1}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} a &= 2024 \\ \sqrt{(a-1)(a+1) + 1} &= \sqrt{a^2 - 1 + 1} = a = 2024 \end{aligned}$$

13. $A = 2^{15} - 2$

$$B = (2^7 + 1) \cdot (2^7 - 1) = 2^{14} - 1$$

olduğuna göre, A sayısı B sayısının kaç katıdır?

$$\frac{A}{B} = \frac{2(2^{14} - 1)}{2^{14} - 1} = 2$$

14. $a^2 - b \cdot c + a \cdot c - b^2$

ifadesinin çarpanlarından biri $a - b$ olduğuna göre, diğer çarpanını bulunuz.

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 + c(a-b) \\ (a-b)(a+b) + c(a-b) \\ (a-b)(a+b+c) \end{aligned}$$

15. a, b ve c birer rakamdır.

$$a^2 = \cancel{9} + 48$$

$$- b^2 = \cancel{9} + 8$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 40 \\ a=7 &\Rightarrow 49 = c + 48 \\ b=3 &\quad c=1 \\ a+b+c &= 11 \end{aligned}$$

16. m ile n birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$m^2 - 4n^2 = 32$$

olduğuna göre, n kaçtır?

$$\begin{aligned} (m-2n)(m+2n) &= 32 \\ m-2n &= 4 \\ + m+2n &= 8 \\ \hline 2m &= 12 \\ m &= 6 \\ n &= 1 \end{aligned}$$

Tam Kare Belirtme

$x^2 + Bx + C$ ifadesinin tam kare olabilmesi için

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = C$$

eşitliği sağlanmalıdır.

1. $x^2 - 12x + k$ ifadesi bir tam kare belirttiğine göre, k kaçtır?

$$\left(-\frac{12}{2}\right)^2 = k$$

$$k = 36$$

2. $a^2 + a$ ifadesine hangi sayı eklenirse oluşan ifade bir tam kare belirtir?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

3. $x^2 + ax + 36$ ifadesi bir tam kare belirttiğine göre, a'nın alabileceği değerleri bulunuz.

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 36 \Rightarrow a = -12 \text{ ve } a = 12$$

4. $x^2 - 12x + 40$ ifadesinden hangi sayı eksiltirse kalan ifade bir tam kare belirtir?

$$\left(-\frac{12}{2}\right)^2 = 36$$

$$x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2 \text{ ise } 4 \text{ eksilmeli!}$$

Tam Kare Kullanarak En Küçük Değer Bulma

x reel sayı olmak üzere,

$$P(x) = x^2 - 8x + 19$$

polinomun en küçük değeri istendiğinde polinom ifadesi tam kareye benzetilir.

$$P(x) = x^2 - 8x + 19$$

$$P(x) = x^2 - 8x + 16 + 3$$

$$P(x) = (x - 4)^2 + 3$$

olduğundan P(x)'in en küçük değeri x = 4 için P(4) = 3'tür.

1. $x^2 - 6x + 6$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

$$\left(-\frac{6}{2}\right)^2 = 9 \quad x^2 - 6x + 9 - 3$$

$$(x - 3)^2 - 3$$

$$x = 3 \text{ için } -3$$

2. x değişkenine bağlı $x^2 + 8x + k$ ifadesinin alabileceği en küçük değer 5 olduğuna göre, k kaçtır?

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad x^2 + 8x + 16 - 16 + k$$

$$(x + 4)^2 - 16 + k$$

$$x = -4 \text{ için } -16 + k = 5$$

$$k = 21$$

3. x ve y birer reel sayı olduğuna göre, $x^2 + y^2 + 2y + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

$$y^2 + 2y + 1 + x^2 + 2$$

$$(y + 1)^2 + x^2 + 2$$

$$y = -1 \text{ için en küçük değer } 2$$

$$x = 0$$

Tam Kare Alma-1

$$x + y, x - y, x \cdot y, x^2 + y^2, x^2 - y^2$$

İfadelerinin bazılarının değerleri verilip diğerlerinin değerleri sorulduğunda $x + y$ veya $x - y$ ifadesinin karesi alınır.

1. $a + 2b = 7$
 $a \cdot b = 2$

olduğuna göre, $a^2 + 4b^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$(a+2b)^2 = a^2 + \underbrace{4ab}_{8} + 4b^2 = 49$$

$$a^2 + 4b^2 = 41$$

2. $m - n = 5$
 $m \cdot n = 1$

olduğuna göre, $m^2 + n^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$(m-n)^2 = m^2 - \underbrace{2mn}_{-2} + n^2 = 25$$

$$m^2 + n^2 = 27$$

3. $3x + y = 8$
 $9x^2 + y^2 = 46$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

$$(3x+y)^2 = 9x^2 + \underbrace{6xy}_{46} + y^2 = 64$$

$$6xy = 18$$

$$x \cdot y = 3$$

4. $x - y = 1$
 $x \cdot y = 3$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının pozitif değeri kaçtır?

$$(x-y)^2 = x^2 - \underbrace{2xy}_{-6} + y^2 = 1$$

$$x^2 + y^2 = 7$$

$$(x+y)^2 = x^2 + \underbrace{2xy}_{6} + y^2 \Rightarrow (x+y)^2 = 13$$

$$x+y = \sqrt{13}$$

Tam Kare Alma-2

$$a + \frac{1}{a}, a - \frac{1}{a}, a^2 + \frac{1}{a^2}, a^2 - \frac{1}{a^2}$$

İfadelerinin bazılarının değerleri verilip diğerlerinin değerleri sorulduğunda $a + \frac{1}{a}$ veya $a - \frac{1}{a}$ ifadesinin karesi alınır.

1. $a + \frac{2}{a} = 5$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\left(a + \frac{2}{a}\right)^2 = a^2 + \underbrace{2a \cdot \frac{2}{a}}_{4} + \frac{4}{a^2} = 25$$

$$a^2 + \frac{4}{a^2} = 21$$

2. $x - \frac{1}{x} = 7$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - \underbrace{2x \cdot \frac{1}{x}}_{-2} + \frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 51$$

3. $x + \frac{3}{x} = 6$

olduğuna göre, $x - \frac{3}{x}$ 'in negatif değeri kaçtır?

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 = x^2 + \underbrace{2x \cdot \frac{3}{x}}_{6} + \frac{9}{x^2} = 36$$

$$x^2 + \frac{9}{x^2} = 30 \Rightarrow \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = x^2 - 2x \cdot \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} = 24$$

$$x - \frac{3}{x} = -\sqrt{24} = -2\sqrt{6}$$

4. $\frac{x^2}{x} - \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = 0$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \underbrace{2x \cdot \frac{1}{x}}_{2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$$

1. n sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + nx + n$$

bir tam kare belirtmektedir.

Buna göre, n kaçtır?

$$\left(\frac{n}{2}\right)^2 = n \Rightarrow \frac{n^2}{4} = n$$

$$n^2 = 4n$$

$$n = 4$$

2. a bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + 3x + a + 1$$

ifadesi bir tam kare belirtmektedir.

Buna göre, a kaçtır?

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = a + 1$$

$$9 = 4a + 4$$

$$4a = 5$$

$$a = \frac{5}{4}$$

3. $x^2 + 4x = 17$

olduğuna göre, $(x + 2)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\downarrow$$

$$\underline{x^2 + 4x + 4 = 21}$$

$$17$$

4. a bir reel sayı olmak üzere,

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{x}{a} + \frac{a}{a}$$

ifadesi bir tam kare belirtmektedir.

Buna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

$$x^2 + \frac{x}{a} + 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4a^2} = 1 \Rightarrow 4a^2 = 1$$

$$a^2 = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

5. $P(x) = x^2 - 7x + 13$

polinomunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

$$\left(\frac{-7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

$$x^2 - 7x + \frac{49}{4} - \frac{49}{4} + 13$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + 13$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ için } \frac{3}{4}$$

6. $P(x) = x^2 + ax + 20$

polinomunun alabileceği en küçük değer 4 olduğuna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$x^2 + ax + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + 20$$

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + 20 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 16$$

$$a^2 = 64$$

$$a = 8$$

7. $P(x) = x^2 + 4x + a$

$$Q(x) = x^2 + 8x + 2a$$

polinomları veriliyor.

İki polinomun da alabileceği en küçük değerler aynı olduğuna göre, a kaçtır?

$$P(x) = x^2 + 4x + 4 - 4 + a \Rightarrow (x+2)^2 - 4 + a$$

$$Q(x) = x^2 + 8x + 16 - 16 + 2a \Rightarrow (x+4)^2 - 16 + 2a$$

$$-4 + a = -16 + 2a$$

$$a = 12$$

8. x ile y birer reel sayı olmak üzere

$$A = x^2 + y^2 + 6x + 4y + 40$$

ifadesi veriliyor.

Buna göre, A en az kaçtır?

$$A = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 + 27$$

$$A = (x+3)^2 + (y+2)^2 + 27$$

$$x = -3 \text{ için } 27$$

$$y = -2$$

İki Kare Farkı-2

Ortak çarpan parantezine alma yöntemiyle beraber kullanılır.

1. Birbirinden farklı a ve b reel sayıları için

$$a^2 - b^2 + a - b = 0$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} (a-b)(a+b) + a-b &= 0 \\ (a-b)(a+b+1) &= 0 \\ a+b+1 &= 0 \\ a+b &= -1 \end{aligned}$$

2. $m - n = 15$

$$\sqrt{m} - \sqrt{n} = 3$$

olduğuna göre, m · n çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} (\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n}) &= m - n \\ \frac{3}{3} \cdot \frac{5}{5} & \\ (\sqrt{m} + \sqrt{n})^2 &= \cancel{m} + \cancel{n} + 2\sqrt{mn} = 25 \\ - (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 &= \cancel{m} + \cancel{n} - 2\sqrt{mn} = 9 \\ \hline 4\sqrt{mn} &= 16 \Rightarrow mn = 16 \end{aligned}$$

3. $117^2 - 17^2 = (117-17) \cdot (117+17) = 100 \cdot 134$
sayısının 200 ile bölümünden elde edilen bölüm kaçtır?

$$\frac{100 \cdot 134}{200} = 67$$

4. $a^2 + ab = 63$ $a \cdot (a+b) = 63$ 63 ve 18 in ortak çarpanı 9
 $b^2 + ab = 18$ $b \cdot (a+b) = 18$

olduğuna göre, a - b farkının pozitif değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 45 \\ (a-b)(a+b) &= 45 \Rightarrow a-b = 5 \end{aligned}$$

İki Kare Farkı-3

Gruplandırma yönetimi ile beraber kullanılır.

1. $85^2 + 16^2 - 84^2 - 20^2$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} (85+84)(85-84) + (16+20)(16-20) \\ 169 + 36 \cdot (-4) = 25 \end{aligned}$$

- 2.

$$\left(2a + \frac{1}{a}\right)^2 - \left(2a - \frac{1}{a}\right)^2$$

ifadesinin en sade biçimini bulunuz.

$$\begin{aligned} \left(2a + \frac{1}{a} + 2a - \frac{1}{a}\right) \left(2a + \frac{1}{a} - \left(2a - \frac{1}{a}\right)\right) \\ 4a \cdot \frac{2}{a} = 8 \end{aligned}$$

3. $x^2 - 1 - 2y - y^2$

ifadesinin çarpanlarından biri x - y - 1 olduğuna göre, diğer çarpanını bulunuz.

$$\begin{aligned} x^2 - (y^2 + 2y + 1) \\ x^2 - (y+1)^2 = (x+y+1)(x-y-1) \end{aligned}$$

4. $x - y = y - z = 5$

olduğuna göre, $x^2 + z^2 - 2y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + z^2 - y^2 \\ \frac{(x-y)(x+y)}{5} + \frac{(z-y)(z+y)}{-5} \\ 5x + 5y + (-5z - 5y) = 5(x-y) = 25 \end{aligned}$$

1. $2a + b = 3$
 $4a^2 + b^2 = 4$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- CCC
A) $\frac{4}{5}$ B) 1 C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 5

$$(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2 = 9 \Rightarrow 4ab = 5$$

$$ab = \frac{5}{4}$$

2. $x = \sqrt{6} - 1$ $x + y = 2\sqrt{6}$
 $y = \sqrt{6} + 1$ $x - y = -2$

olduğuna göre,

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy}{(x-y)^2 + 4xy}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- AAA
A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) 3 E) 6

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy}{x^2 - 2xy + y^2 + 4xy} = \frac{(x-y)^2 - (2\sqrt{6})^2}{(x+y)^2 - (-2)^2} = \frac{1}{6}$$

3. $ax + bx - ay - by + cx - cy$

ifadesinin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- DDD
A) $(a + b - c)(x - y)$
B) $(a + b + c)(x + y)$
C) $(a + b - c)(x + y)$
D) $(a + b + c)(x - y)$
E) $(a - b + c)(x - y)$

$$x(a+b+c) - y(a+b+c)$$

$$(a+b+c) \cdot (x-y)$$

4. $x(x+1) = 3(7-x)$

olduğuna göre, $(x+2)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- EEE
A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

$$x^2 + x = 21 - 3x$$

$$x^2 + 4x = 21 \quad +4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 25 \Rightarrow (x+2)^2 = 25$$

5. $P(x) = x^2 + 12x + 41$

polinomunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- BBB
A) 0 B) 5 C) 15 D) 36 E) 41

$$\left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36$$

$$P(x) = x^2 + 12x + 36 + 5$$

$$P(x) = (x+6)^2 + 5$$

$$x = -6 \text{ için } P(-6) = 5$$

6. $2m - n = 7$
 $m \cdot n = 2$

olduğuna göre, $2m^2 + \frac{n^2}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- DDD
A) $\frac{47}{2}$ B) $\frac{51}{2}$ C) $\frac{55}{2}$ D) $\frac{57}{2}$ E) $\frac{59}{2}$

$$(2m-n)^2 = 4m^2 - 4mn + n^2 = 49$$

$$2m^2 - 2mn + \frac{n^2}{2} = \frac{49}{2}$$

$$2m^2 + \frac{n^2}{2} = \frac{49}{2} + 4$$

$$2m^2 + \frac{n^2}{2} = \frac{57}{2}$$

7. $x + y = 4$

$$x^2 + xy - x = 12$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- AAA
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$x(x+y) - x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$y = 0$$

8. $P(x) = x^3 - x^2 + 6x - 6$

polinomu aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?

- EEE
A) $x + 1$ B) $x + 2$ C) $x + 3$
D) $x^2 + 3$ E) $x^2 + 6$

$$P(x) = x^2(x-1) + 6(x-1)$$

$$P(x) = (x-1)(x^2+6)$$

9. $x - y = 2$
 $y + z = 4$
 olduğuna göre,
 $xy + 3y + xz + 3z - yz - y^2$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 DDD A) 8 B) 10 C) 14 D) 20 E) 24

$$x(y+z) + 3(y+z) - y(y+z)$$

$$(y+z)(x-y+3) = 4 \cdot 5 = 20$$

10. $(4^4 - 4) \cdot (4^4 + 4) \cdot (4^8 + 16) + 256 = 2^x$
 olduğuna göre, x kaçtır?
 EEE A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

$$(4^8 - 4^2) \cdot (4^8 + 4^2) \cdot (4^8 + 16) + 256 = 2^x$$

$$(4^8 - 16)(4^8 + 16) = 2^x - 256$$

$$4^{16} - 256 = 2^x - 256$$

$$2^{32} = 2^x$$

$$x = 32$$

11. m ile n birbirinden farklı reel sayılar olmak üzere,
 $m^2 - 6m = n^2 - 6n$
 eşitliği veriliyor.
 Buna göre, m aşağıdakilerden hangisi olamaz?
 CCC A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$m^2 - n^2 = 6m - 6n$$

$$(m-n)(m+n) = 6(m-n)$$

$$m \neq n$$

$$m+n = 6$$

$$m \neq n \text{ ise } m = 3 \text{ olmaz}$$

12. $\frac{36^2 + 108}{18^2 + 27} = \frac{36 \cdot 36 + 36 \cdot 3}{36 \cdot 9 + 9 \cdot 3} = \frac{36 \cdot (36+3)}{9 \cdot (36+3)} = 4$
 işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
 BBB A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

13. $x + y = 45$
 olduğuna göre, $x^2 + xy + 45y - 2$ ifadesinin değeri kaçtır?
 CCC A) 45 B) 225 C) 2023 D) 2025 E) 4050

$$x(x+y) + 45y - 2$$

$$45x + 45y - 2 = 45(x+y) - 2$$

$$= 45 \cdot 45 - 2 = 2023$$

14. $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 5$
 $\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b} = 1$
 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?
 AAA A) 97 B) 96 C) 95 D) 94 E) 93

$$(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b} = 1$$

$$\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b} = 5$$

$$2\sqrt[4]{a} = 6 \Rightarrow a = 81$$

$$b = 16$$

15. $x + \frac{1}{x-1} = 4$
 olduğuna göre,
 $(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2}$
 ifadesinin değeri kaçtır?
 DDD A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$x - 1 + \frac{1}{x-1} = 4 - 1$$

$$(x-1)^2 + 2 + \frac{1}{(x-1)^2} = 3^2 = 9$$

$$(x-1)^2 + \frac{1}{(x-1)^2} = 7$$

16. Sıfırdan farklı bir doğal sayının karesine 25 eklendiğinde başka bir doğal sayının karesi elde ediliyor.
 Buna göre, bu iki doğal sayının çarpımı kaçtır?
 CCC A) 110 B) 132 C) 156 D) 169 E) 210

$$a \neq 0 \quad a^2 + 25 = b^2$$

$$a^2 - b^2 = 25 \quad \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=25 \end{cases}$$

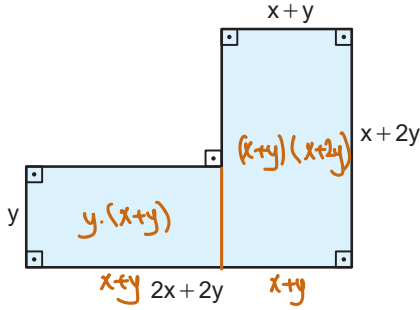
$$(a-b)(a+b) = 25$$

$$2a = 26$$

$$a = 13 \quad b = 12$$

$$a \cdot b = 156$$

1. Aşağıda verilen levhanın bazı ayrıt uzunlukları şekilde verilmiştir.



Buna göre, bu levhanın alanı aşağıdakilerden hangisi ile hesaplanır?

EEE

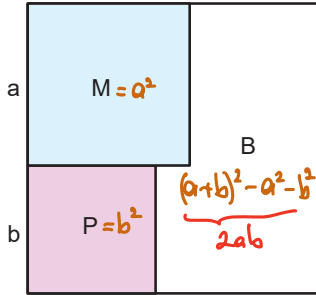
- A) $(x+2y) \cdot (x+y)$ B) $(x+y) \cdot (x+y)$
C) $(x+2y) \cdot (x+3y)$ D) $(x+2y) \cdot (2x+3y)$
E) $(x+y) \cdot (x+3y)$

$$y \cdot (x+y) + (x+y)(x+2y)$$

$$y \cdot (x+y)(y+x+2y)$$

$$(x+y)(x+3y)$$

2. Bir karenin iç bölgesine tam sığacak biçimde kenar uzunlukları sırasıyla a birim ve b birim olan mavi ve pembe boyalı iki kare aşağıdaki gibi yerleştirilmiştir.



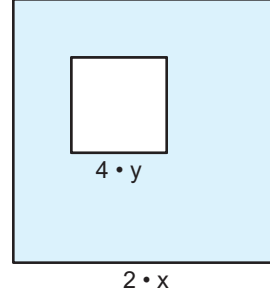
Mavi, pembe ve beyaz bölgelerin alanları sırasıyla M, P ve B birimkare olmaktadır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisinin sonucu $2 \cdot a \cdot b$ ile hesaplanır?

CCC

- A) $M+P$ B) $M-P$ C) B
D) $2B$ E) $2(M-P)$

3. Bir kenar uzunluğu $2 \cdot x$ birim olan bir karenin iç bölgesine bir kenar uzunluğu $4 \cdot y$ olan bir kare yerleştirilmiştir.



4 parçanın alanı

$$\frac{(2x)^2 - (4y)^2}{4} = \frac{4x^2 - 16y^2}{4}$$

$$x^2 - 4y^2$$

$$(x-2y)(x+2y)$$

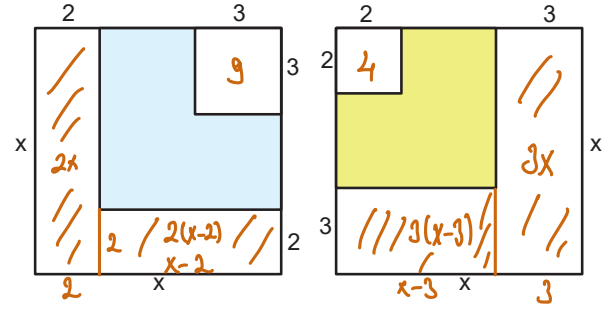
Daha sonra, mavi boyalı bölge alanları eşit dört bölgeye ayrılmıştır.

Buna göre, bu parçalardan bir tanesinin alanı kaç birimkaredir?

CCC

- A) $(x-y) \cdot (x-y)$ B) $(x-2y)^2$
C) $(x-2y) \cdot (x+2y)$ D) $(2x-y) \cdot (2x+y)$
E) $(2x-y)^2$

4. Aşağıda birer köşeleri ortak olan karelerden oluşan iki levha gösterilmiştir.



Buna göre, mavi boyalı bölgenin alanının sarı boyalı bölgenin alanına oranı aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $\frac{x+1}{x-1}$ B) $\frac{x+2}{x-2}$ C) $\frac{x+3}{x-3}$
D) $\frac{x+4}{x-4}$ E) $\frac{x+5}{x-5}$

mavi

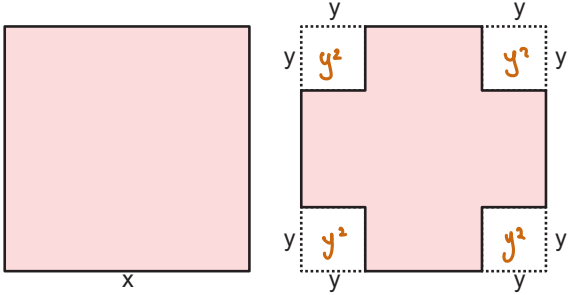
$$x^2 - 2x - 2(x-2) - 9$$

sarı

$$x^2 - 3x - 3(x-3) - 4$$

$$\frac{M}{S} = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 6x + 5} = \frac{(x-5)(x+1)}{(x-5)(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

5. Bir kenarının uzunluğu x birim olan kare biçimindeki bir kartonun her köşesinden bir kenar uzunluğu y birim olan kareler kesilip atılmıştır.



Kartonun kalan kısmının alanı 17 birimkare olduğuna göre, x ve y tam sayılarının toplamı kaçtır?

- ccc A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 &= 17 \\ (x-2y)(x+2y) &= 17 \\ x-2y &= 1 \\ + x+2y &= 17 \\ \hline 2x &= 18 \\ x &= 9 \text{ ve } y = 4 \Rightarrow x+y = 13 \end{aligned}$$

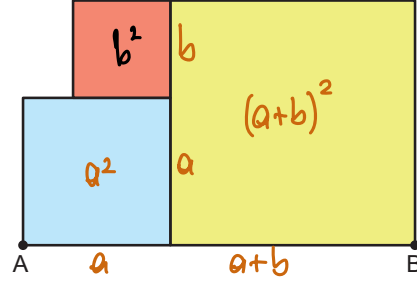
6. (n) sembolünün değeri $n^2 + 1$ ile hesaplanmaktadır.

Buna göre, $(\frac{1}{n})$ sembolünün değerinin $(\frac{1}{n})$ sembolünün değerine oranı aşağıdakilerden hangisi ile hesaplanır?

- bbb A) (n) B) $(n) - 1$ C) $(n) + 1$
D) $(n-1)$ E) $(n+1)$

$$\frac{n^2+1}{(\frac{1}{n})^2+1} = \frac{n^2+1}{\frac{1+n^2}{n^2}} = n^2 = (n) - 1$$

7. Üç tane kare biçimindeki karton parçasının kenarları çakişacak biçimdeki hali aşağıda gösterilmiştir.



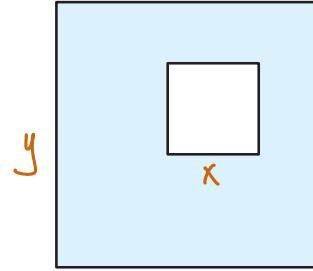
Sarı boyalı bölgenin alanı mavi boyalı bölgen alanından 45 birimkare fazladır.

[AB] uzunluğu 15 birimkare olduğuna göre, kırmızı boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- ccc A) 1 B) 4 C) 9 D) 16 E) 25

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 45 \text{ ve } 2a+b = 15 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= a^2 + 45 \\ \underline{b(2a+b)} &= \underline{45} \\ \underline{3} \quad \underline{15} & \\ \text{kırmızı alan} &= b^2 = 9 \end{aligned}$$

8. Aşağıda üst üste yapıştırılmış kare biçimindeki iki karton parçası gösterilmiştir.



Mavi boyalı bölgenin alanı 128 birimkare ve iki karenin çevreleri toplamı 64 birim olduğuna göre, büyük karenin çevresi kaç birimdir?

- aaa A) 48 B) 50 C) 52 D) 56 E) 60

$$\begin{aligned} 4x+4y &= 64 \text{ ve } y^2 - x^2 = 128 \\ 4(x+y) &= 64 \\ x+y &= 16 \Rightarrow (y-x)(x+y) = 128 \\ \underline{y-x} &= \underline{8} \\ + x+y &= 16 \\ \hline 2y &= 24 \\ y &= 12 \Rightarrow 4y = 48 \end{aligned}$$

Tam Kareli Denklem

- $x^2 + y^2 = 0$ ise $x = 0$ ve $y = 0$ 'dir.
- $(x + a)^2 + (y + b)^2 = 0$ ise $x = -a$ ve $y = -b$ 'dir.
- $(ax + b)^2 + (cx + d)^2 = 0$ ise $x = -\frac{b}{a}$ ve $y = -\frac{d}{c}$ 'dir.

1. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 0$
olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?
 $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$
 $y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3$
 $x - y = -5$

2. $x^2 + (y + 1)^2 + (2z - 4)^2 = 0$
olduğuna göre, $x + y + z$ toplamı kaçtır?
 $x = 0$
 $y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$
 $2z - 4 = 0 \Rightarrow z = 2$
 $x + y + z = 1$

3. $(a + b - 5)^2 + (a - b - 1)^2 = 0$
olduğuna göre, $a \cdot b$ toplamı kaçtır?
 $a + b - 5 = 0 \Rightarrow a + b = 5$
 $a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - b = 1$
 $2a = 6 \Rightarrow a = 3$
 $b = 2$
 $a \cdot b = 6$

4. $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 4y + 4) = 0$
olduğuna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$
 $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$
 $y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2$
 $x^2 + y^2 = 5$

Tam Küp Özdeşliği

- $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
- $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

1. $(x + 2)^3 = x^3 + A \cdot x^2 + B \cdot x + 8$
olduğuna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?
 $x^3 + 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 + 2^3$
 $A = 6 \quad B = 12$
 $A \cdot B = 72$

2. $x = \sqrt[3]{7} - 1$
olduğuna göre, $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ ifadesinin değeri kaçtır?
 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1$
 $(x + 1)^3 + 1$
 $x = \sqrt[3]{7} - 1$ için $(\sqrt[3]{7})^3 + 1 = 8$

3. $x^3 + y^3 = 18$
 $x^2y + xy^2 = 3$
olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?
 $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 27$
 $18 + 3 = 27$
 $x + y = 3$

4. $a^3 - 3a^2b = 13 + c$
 $-b^3 - 3ab^2 = c - 14$
olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?
 $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 27$
 $(a - b)^3 = 27$
 $a - b = 3$

İki Küp Toplamı Özdeşliği – 1

- $x^3 + y^3 = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2)$
- $x^3 + 1 = (x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)$

1. $a = \sqrt[3]{7}$ ve $b = \sqrt[3]{2}$

olduğuna göre, $(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 \\ (\sqrt[3]{7})^3 + (\sqrt[3]{2})^3 \\ 7 + 2 = 9 \end{aligned}$$

2. $8x^3 + y^3 = A$
 $2x + y = B$

olduğuna göre, $8x^2 - 4xy + 2y^2$ ifadesinin A ve B türünden değeri nedir?

$$\begin{aligned} (2x)^3 + y^3 &= (2x + y) \cdot (4x^2 - 2xy + y^2) \\ A &= B \cdot (4x^2 - 2xy + y^2) \\ \frac{A}{B} &= 4x^2 - 2xy + y^2 \\ \frac{2A}{B} &= 8x^2 - 4xy + 2y^2 \end{aligned}$$

3. $m^3 + 27n^3 = 35$
 $m^2 - 3mn + 9n^2 = 7$

olduğuna göre, $2m + 6n$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{m^3 + (3n)^3}{35} &= \frac{(m + 3n) \cdot (m^2 - 3mn + 9n^2)}{7} \\ \frac{m^3 + 27n^3}{35} &= \frac{(m + 3n) \cdot 7}{7} \\ m + 3n &= 5 \\ 2m + 6n &= 10 \end{aligned}$$

4. $x^3 + 64 = (x + a) \cdot (x^2 + bx + c)$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} x^3 + 4^3 &= (x + 4) \cdot (x^2 - 4x + 16) \\ a &= 4 \\ b &= -4 \\ c &= 16 \\ a + b + c &= 16 \end{aligned}$$

İki Küp Farkı Özdeşliği – 2

- $x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$
- $x^3 - 1 = (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$

1. $a = \sqrt[3]{7}$ ve $b = 1$

olduğuna göre, $(a - 2b) \cdot (a^2 + 2ab + 4b^2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 - (2b)^3 \\ (\sqrt[3]{7})^3 - (2)^3 = -1 \end{aligned}$$

2. $m^3 - 27n^3 = K$
 $m^2 + 3mn + 9n^2 = L$

olduğuna göre, $3n - m$ ifadesinin K ve L türünden değeri nedir ?

$$\begin{aligned} \frac{m^3 - 27n^3}{K} &= \frac{(m - 3n) \cdot (m^2 + 3mn + 9n^2)}{L} \\ \frac{K}{L} &= m - 3n \Rightarrow 3n - m = -\frac{K}{L} \end{aligned}$$

3. $x^3 - 8y^3 = 19$
 $x - 2y = 1$

olduğuna göre, $-2xy - x^2 - 4y^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{x^3 - (2y)^3}{19} &= \frac{(x - 2y) \cdot (x^2 + 2xy + 4y^2)}{19} \\ \frac{x^3 - 8y^3}{19} &= \frac{(x - 2y) \cdot 19}{19} \\ -2xy - x^2 - 4y^2 &= -19 \end{aligned}$$

4. $27x^3 - 8 = (3x + a) \cdot (bx^2 + cx + 4)$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} (3x)^3 - 2^3 &= (3x - 2) \cdot (9x^2 + 6x + 4) \\ a &= -2 \\ b &= 9 \\ c &= 6 \\ a + b + c &= -2 + 9 + 6 \\ a + b + c &= 13 \end{aligned}$$

İki Küp Toplamı Özdeşliği-2

- $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$
- $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

1. $a + b = a \cdot b = 1$

olduğuna göre, $a^3 + b^3$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ a^3 + b^3 &= 1^3 - 3 \cdot 1 \cdot 1 \\ a^3 + b^3 &= -2 \end{aligned}$$

2. $x^3 + y^3 = x + y = 4$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ \frac{4}{4} &= \frac{64}{64} - \frac{12xy}{4} \\ 4 &= 64 - 12xy \\ 12xy &= 60 \Rightarrow xy = 5 \end{aligned}$$

3. $m + n = 4$

$m^2 + n^2 = 10$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (m+n)^2 &= m^2 + 2mn + n^2 \\ 16 &= 10 + 2mn \quad [m \cdot n = 3] \end{aligned}$$

olduğuna göre, $m^3 + n^3$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} m^3 + n^3 &= (m+n)^3 - 3mn(m+n) \\ m^3 + n^3 &= 4^3 - 3 \cdot 3 \cdot 4 \\ m^3 + n^3 &= 64 - 36 \\ m^3 + n^3 &= 28 \end{aligned}$$

4. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (-3)^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$
 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

olduğuna göre, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x^2 - x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -3 \cdot 6 \\ &= -18 \end{aligned}$$

İki Küp Farkı Özdeşliği-2

- $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$
- $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right)$

1. $x^3 - y^3 = 48$

$x - y = 3$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ 48 &= 3^3 + 3xy \cdot 3 \\ 48 &= 27 + 9xy \\ 9xy &= 21 \quad xy = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

2. $a - b = a \cdot b = 2$

olduğuna göre, $a^3 - b^3$ farkı kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ a^3 - b^3 &= 2^3 + 3 \cdot 2 \cdot 2 \\ a^3 - b^3 &= 20 \end{aligned}$$

3. $x - y = 4$

$x^2 + y^2 = 26$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x-y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 = 16 \\ 10 &= 26 - 2xy \quad [x \cdot y = 5] \end{aligned}$$

olduğuna göre, $x^3 - y^3$ farkı kaçtır?

$$\begin{aligned} x^3 - y^3 &= (x-y)^3 + 3xy(x-y) \\ x^3 - y^3 &= 4^3 + 3 \cdot (5) \cdot (4) \\ x^3 - y^3 &= 64 + 60 = 124 \end{aligned}$$

4. $m - \frac{1}{m} = 2$

olduğuna göre, $m^3 - \frac{1}{m^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} m^3 - \frac{1}{m^3} &= \left(m - \frac{1}{m}\right)^3 + 3m \cdot \frac{1}{m} \cdot \left(m - \frac{1}{m}\right) \\ m^3 - \frac{1}{m^3} &= 2^3 + 3 \cdot 2 = 14 \end{aligned}$$

1.

$$\frac{(a+1) \cdot (a^2 - a + 1)}{(a-1) \cdot (a^2 + a + 1)} = \frac{a^3 + 1}{a^3 - 1} = \frac{-\frac{1}{8} + 1}{-\frac{1}{8} - 1}$$

ifadesinin $a = -\frac{1}{2}$ için değeri kaçtır?

$$= \frac{\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{-9}}{-\frac{7}{9}} = -\frac{7}{9}$$

2.

$$(998)^3 + 6 \cdot (998)^2 + 12 \cdot 998 + 8$$

işleminin sonucu kaç basamaklı bir sayıdır?

$$(998)^3 + 3 \cdot (998)^2 \cdot 2 + 3 \cdot (998) \cdot 2^2 + 2^3$$

$$(998 + 2)^3 = (1000)^3 = 10^9$$

→ 10
basamaklı

3.

$$a^2 + a = \frac{63 - a^3}{3}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

$$3a^2 + 3a = 63 - a^3$$

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = 64$$

$$(a+1)^3 = 64$$

$$a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

4.

$$x = \sqrt[3]{2} + 3$$

olduğuna göre,

$$(x-2)^3 - 3(x-2)^2 + 3(x-2) - 1^3$$

ifadesinin değeri kaçtır?

$$(x-2-1)^3 = (\sqrt[3]{2} + 3 - 3)^3 = 2$$

5.

$$a(a^2 + 3b^2) = 15$$

$$b(b^2 + 3a^2) = 12$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 + 3ab^2 &= 15 \\ + b^3 + 3a^2b &= 12 \\ \hline a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 &= 27 \\ (a+b)^3 &= 27 \\ a+b &= 3 \end{aligned}$$

6.

$$a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a^2 - 1 = 2a$$

$$\boxed{a - \frac{1}{a} = 2}$$

olduğuna göre, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} a^3 - \frac{1}{a^3} &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= 2^3 + 3 \cdot 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

7.

$$2^a + 2^{-a} = 5$$

olduğuna göre, $8^a + 8^{-a}$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} (2^a)^3 + (2^{-a})^3 &= (2^a + 2^{-a})^3 - 3 \cdot (2^a + 2^{-a}) \\ &= 5^3 - 3 \cdot 5 \\ &= 110 \end{aligned}$$

8.

$$t^2 + t + 1 = 0 \Rightarrow t^2 = (-t-1)$$

olduğuna göre, t^6 kaçtır?

$$\begin{aligned} t^6 &= (t^2)^3 = (-t-1)^3 = -(t+1)^3 \\ -(t+1)^3 &= -(t^3 + 3t^2 + 3t + 1) \\ &= - (t \cdot (-t-1) + 3(-t-1) + 3t + 1) \\ &= - (-t^2 - t + 3t^2 + 3t + 1) \\ &= - (\cancel{t} + 1 - \cancel{t} + 3(\cancel{t-1}) + 3\cancel{t+1}) \\ &= - (1 - 3 + 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$x^2 + bx + c$ Üç Terimli

$b = m + n$ ve $c = m \cdot n$ olduğunda

$$x^2 + bx + c = (x + m) \cdot (x + n) \text{ olur.}$$

1.
$$\begin{array}{cc} x & 3 \\ x & 4 \end{array}$$

 $x^2 + 7x + 12 = (x + A) \cdot (x + B)$
 olduğuna göre, $|A - B|$ kaçtır?

$$(x+3) \cdot (x+4)$$

$$\begin{array}{l} A=3 \\ B=4 \end{array} \Rightarrow |A-B|=1$$

2. $m > n$ olmak üzere,
 $x^2 + 6x + 8 = (x + m) \cdot (x + n)$
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

$$x^2 + 6x + 8 = (x+4) \cdot (x+2)$$

$$\begin{array}{cc} x & 4 \\ x & 2 \end{array} \Rightarrow \frac{m}{n} = 2$$

3. $(x + 3y) \cdot (x - 2y) = x^2 + Bxy + Cy^2$
 olduğuna göre, $B - C$ farkı kaçtır?

$$x^2 + xy - 6y^2 = x^2 + Bxy + Cy^2$$

$$\begin{array}{l} B=1 \\ C=-6 \end{array} \Rightarrow B-C=7$$

4.
$$\begin{array}{cc} x & 8y \\ x & -3y \end{array}$$

 $x^2 + 5xy - 24y^2 = 26$
 $x - 3y = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

$$(x-3y)(x+8y) = 26$$

$$\begin{array}{r} -x-3y=2 \\ +x+8y=13 \\ \hline 5y=11 \end{array} \Rightarrow y=1 \Rightarrow x=5$$

$ax^2 + bx + c$ Üç Terimli

$$\begin{array}{cc} ax^2 + bx + c & \left[\begin{array}{l} a = m \cdot n \\ c = p \cdot r \end{array} \right] \\ \downarrow & \downarrow \\ mx & p \\ nx & r \end{array}$$

İken $mr + np = b$ oluyor ise

• $ax^2 + bx + c = (mx + p) \cdot (nx + r)$ olur.

1.
$$\begin{array}{cc} x & 3 \\ 2x & 1 \end{array}$$

 $2x^2 + 7x + 3 = (2x + a) \cdot (bx + 3)$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$(2x+1)(x+3) = (2x+a)(bx+3)$$

$$\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array} \Rightarrow a+b=2$$

2.
$$\begin{array}{cc} 2x & 5 \\ 3x & -2 \end{array}$$

 $(3x + m) \cdot (2x + n) = 6x^2 + 11x - 10$

olduğuna göre, $|m - n|$ kaçtır?

$$(3x-1)(2x+5) \Rightarrow \begin{array}{l} m=-2 \\ n=5 \end{array} \Rightarrow |m-n|=7$$

3. x ile y birer pozitif tam sayı olmak üzere
 $2x^2 - 3xy - 2y^2 = 0$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

$$\begin{array}{cc} 2x & y \\ x & -2y \end{array} \Rightarrow \begin{cases} (2x+y)(x-2y) = 0 \\ y = -2x \text{ veya } x = 2y \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} y=1 \\ x=2 \\ x+y=3 \end{array}$$

4. $mnx^2 + (m - n)x - 1$

ifadesinin çarpanlarından biri $mx - 1$ olduğuna göre, diğer çarpanını bulunuz.

$$\begin{array}{cc} mnx^2 + (m-n)x - 1 & \\ mx & -1 \\ nx & 1 \end{array} \Rightarrow (mx-1)(nx+1)$$

Ödev Testi

Çarpanlara Ayırma

1. y bir asal sayı olmak üzere,

$$y = x^2 + 6x + 8$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, y kaçtır?

$$y = (x+2)(x+4)$$

$$x = -1 \text{ için } y = 3$$

- 2.

$$2x^2 + xy - 10y^2 = 0$$

eşitliği veriliyor.

$\frac{x}{y}$ tam sayı olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ kaçtır?

$$(x-2y) \cdot (2x+5y) = 0$$

$$x-2y=0 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2y}{y} = 2$$

- 3.

$$P(x) = x^2 - (m-1)x - 12$$

polinomunun çarpanları $x-3$ ile $Q(x)$ 'tir.

Buna göre, Q(m) kaçtır?

$$P(x) = x^2 - (m-1)x - 12 = (x+4)(x-3)$$

$$P(x) = x^2 + x - 12 \Rightarrow m-1 = -1$$

$$m=0 \Rightarrow Q(0) = 4$$

- 4.

$$2a^2 - 7ab + 3b^2 = 72$$

$$a - 3b = 9$$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

$$(a-3b)(2a-b) = 72$$

$$-2 / a-3b=9$$

$$+ 2a-b=8$$

$$5b = -10$$

$$b = -2 \quad a = 3 \quad a \cdot b = -6$$

- 5.

$$x^2 + (a+1)x + a = (x+a) \cdot (x+b)$$

olduğuna göre, b kaçtır?

$$(x+1)(x+a) = (x+a)(x+b)$$

$$b = 1$$

- 6.

$$x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = (x+a) \cdot (x+b)$$

olduğuna göre, a² + b² ifadesinin değeri kaçtır?

$$(x-\sqrt{2})(x-2\sqrt{2}) = (x+a) \cdot (x+b)$$

$$a = -\sqrt{2}$$

$$b = -2\sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 = (-\sqrt{2})^2 + (-2\sqrt{2})^2$$

$$a^2 + b^2 = 10$$

- 7.

$$9^a - 5 \cdot 3^a + 6 = 0$$

olduğuna göre, 3^a ifadesinin değeri en fazla kaçtır?

$$(3^a - 3)(3^a - 2) = 0$$

$$3^a = 3$$

$$3^a = 2$$

- 8.

$$P(x) = x^2 - 2x - 8$$

polinomu $x+k$ ile tam bölündüğüne göre, k'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$P(x) = (x-4)(x+2)$$

$$k = -4 \text{ veya } k = 2$$

$$-4 + 2 = -2$$