

Parabol Uygulamaları - 1

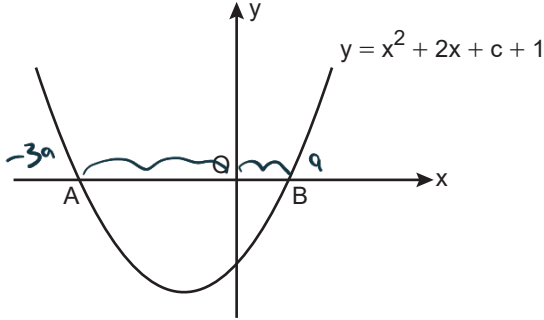
Eksenleri kesen parabolün eksenleri kestiği noktaların orijine olan uzaklıkları oranı verildiğinde parabolün tepe noktasının apsisi kullanılarak verilen oran yorumlanır.

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün Ox ekseninde ayırdığı kirişin uzunluğu

$$\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{|\Delta|}{|a|}$$

ile hesaplanır.

1.



$|OA| = 3 \cdot |OB|$ olduğuna göre, c kaçtır?

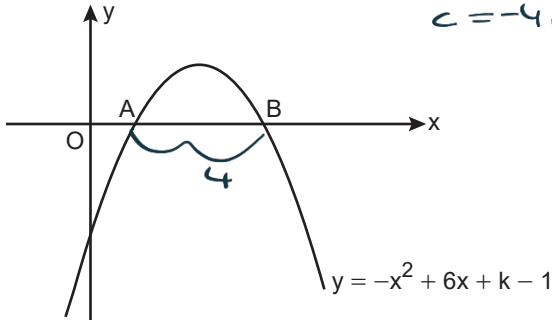
* $ax^2 + bx + c \Rightarrow$ kökler toplamı $-b/a$
kökler çarpımı c/a

$$kT = -2a = -2 \quad a = 1$$

2.

$$kç \Rightarrow -3a^2 = -3 = c + 1$$

$$c = -4$$



$|AB| = 4$ birim olduğuna göre, k kaçtır?

$$|AB| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{36 - 4(1)(-k)}}{|-1|} = 4$$

$$= \sqrt{32 + 4k} = 4 \quad k = -4$$

Parabol Uygulamaları - 2

Bir problemde kullanılan değişkenler arasındaki ilişki ikinci dereceden fonksiyon ilişkisi olabilir.

Problemde en küçük veya en büyük değerler sorulduğunda istenen fonksiyonun grafiğinin tepe noktasının koordinatları kullanılır.

1. Alış fiyatı 2x TL olan bir ürünün satış fiyatı $x^2 + 8x + 20$ TL olarak hesaplanmıştır.

Buna göre, bu ürünün satışından elde edilecek kâr miktarı en az kaç TL olur?

$$Satış - Alış = Kâr$$

$$x^2 + 8x + 20 - 2x = \text{Kâr}(f(x))$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 20 \quad r = -3$$

$$f(-3) = 9 - 18 + 20 = 11$$

2. Kenar uzunlukları 8 birim ve 10 birim olan bir dikdörtgenin,

- uzun kenarı x birim kısaltılıp
- kısa kenarı 2x birim artırılıyor.

Buna göre, elde edilecek yeni dikdörtgenin alanı en fazla kaç birimkaredir?



$$\text{Alan} \Rightarrow (10-x) \cdot (8+2x) = -2x^2 + 12x + 80$$

$$r = +3 \quad f(3) = -18 + 36 + 80 = 98$$

3. $f(x) = 2x^2 - 13x + 20$

parabolü üzerinde alınan bir noktanın koordinatlar toplamı en az kaçtır?

$$(x_1, f(x_1)) = (x_1, 2x_1^2 - 13x_1 + 20)$$

$$\Rightarrow 2x_1^2 - 13x_1 + 20 + x_1$$

$$2x_1^2 - 12x_1 + 20 \quad r = 3$$

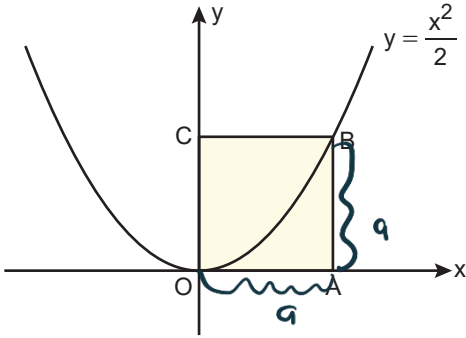
$$2 \cdot 9 - 12 \cdot 3 + 20 = 2$$

Parabol Uygulamaları - 3

Dik koordinat düzleminde parabol üzerindeki bir nokta, bir karenin veya bir dikdörtgenin köşesi olabilir.

Bu problemin çözümüne bu noktanın koordinatları yazılarak başlanmalıdır.

1.



OABC kare olduğuna göre, karenin çevresi kaç birimdir?

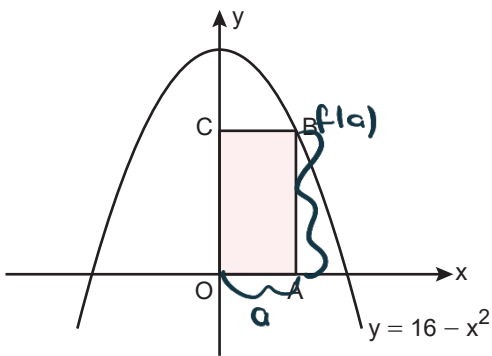
$$f(a) = a = \frac{a^2}{2} \Rightarrow 2a = a^2$$

$$a^2 - 2a = 0 \quad a(a-2) = 0$$

$$a = 0, \quad a = 2$$

$$\text{Çevre } 4a = 4 \cdot 2 = 8$$

2.



OABC dikdörtgeninin çevresi 28 birim olduğuna göre, dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

$$2a + 2f(a) = \text{Çevre}$$

$$2a + 2(16 - a^2) = 28$$

$$-2a^2 + 2a + 32 = 28 \Rightarrow 2a^2 - 2a - 4 = 0$$

$$2(a^2 - a - 2) = 0$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$a = 2, \quad a = -1$$

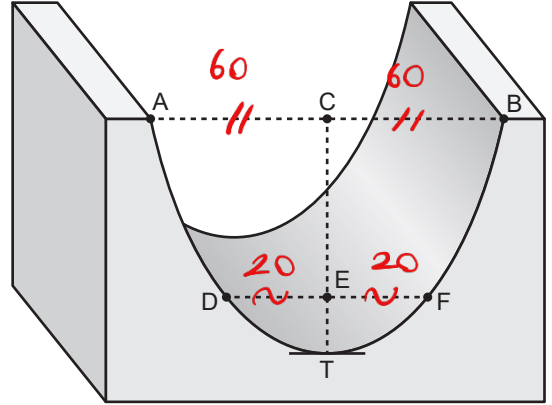
$$a = 2 \Rightarrow a \cdot f(a)$$

$$2 \cdot 12 = 24$$

Parabol Uygulamaları - 4

Bir düzlemsel hareketin yörüngesinin parabolik olduğu bir problemde, uygun bir nokta orijin kabul edilerek problem çözümüne başlanmalıdır.

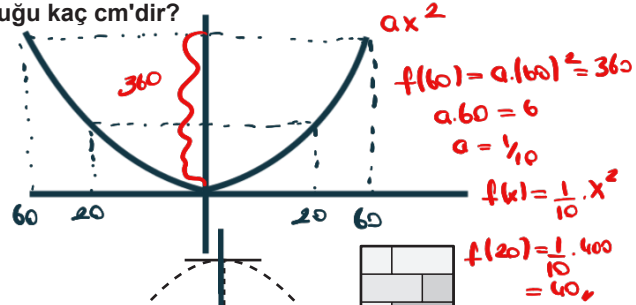
1.



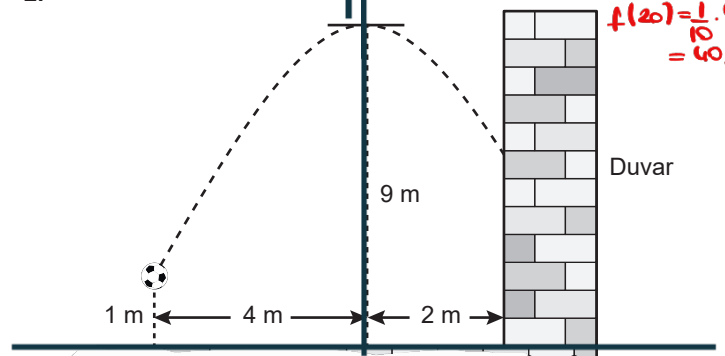
$$|AC| = |CB|, \quad AB \parallel DF$$

Kesiti parabol biçiminde bulunan bir pistin [CT] yüksekliği 360 cm'dir.

|AB| = 120 cm ve |DF| = 40 cm olduğuna göre, |ET| uzunluğu kaç cm'dir?



2.



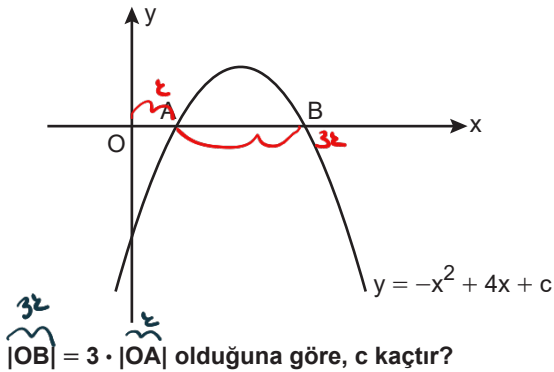
$$f(x) = a(x-h)^2 + k \quad h=0, \quad k=9$$

$$f(x) = ax^2 + 9 \quad f(-4) = 1$$

$$16a + 9 = 1 \quad a = -1/2$$

$$f(x) = -1/2 x^2 + 9 \quad f(2) = 7$$

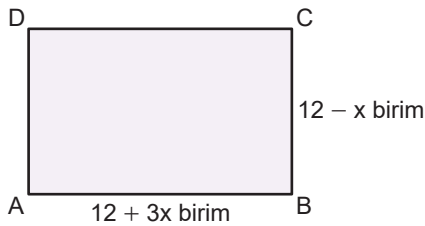
1.



$|OB| = 3 \cdot |OA|$ olduğuna göre, c kaçtır?

$$\begin{aligned} x_1 = \varepsilon, x_2 = 3\varepsilon & \quad x_1 \cdot x_2 = c \\ x_1 + x_2 = 4 = 4\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 1 & \quad (3\varepsilon) \cdot (\varepsilon) = c \\ & \quad (3) \cdot (1) = c \\ & \quad c = 3 \end{aligned}$$

2.



Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birimkaredir?

$$A_{\text{Alan}} = (12 - x) \cdot (12 + 3x)$$

$$x_1 = 12, x_2 = -4$$

$$r = \frac{12 - (-4)}{2} = 4$$

$$f(4) = (8) \cdot (18) = 144$$

3. Alış fiyatı x TL olan bir ürünün satış fiyatı $x^2 + 9x + 50$ TL'dir.

Buna göre, bu ürünün satışından elde edilecek kâr en fazla kaç TL olur?

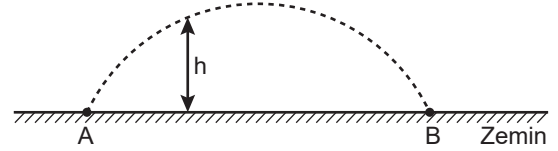
$$\text{Satış} - \text{Alış} \Rightarrow \text{Kâr}$$

$$x^2 + 9x + 50 - x \Rightarrow \text{Kâr}$$

$$x^2 + 8x + 50 \quad r = -4$$

$$f(-4) = 16 - 32 + 50 \Rightarrow 34$$

4. A noktasındaki bir cisim aşağıda verilen yörüngede hareket ederek B noktasına ulaşacaktır.

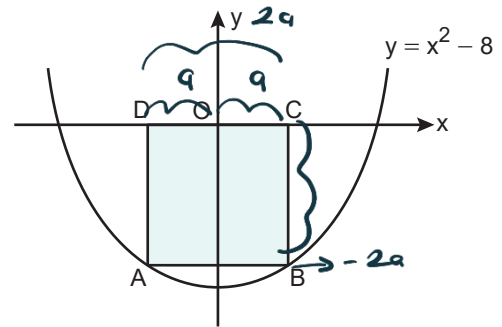


Cismin hareket süresince AB doğrultusundan uzaklaşma mesafesi $h = -t^2 + 8t$ (metre) olduğuna göre, bu cisim AB doğrultusundan en fazla kaç metre uzaklaşır?

$$f(t) = -t^2 + 8t \quad r = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$f(4) = -16 + 32 = 16$$

5.



ABCD kare olduğuna göre, çevresi kaç birimdir?

$$f(a) = a^2 - 8$$

$$f(a) = -2a \quad a^2 - 8 = -2a$$

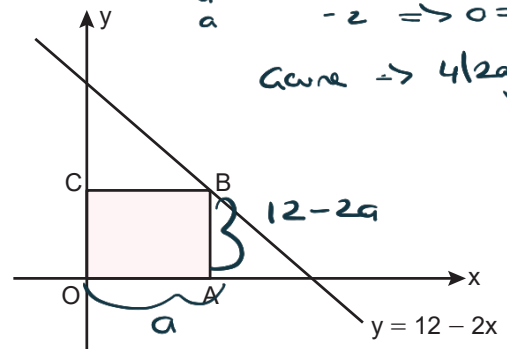
$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$a \quad +4 \Rightarrow a = 4$$

$$a \quad -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{Çevre} \Rightarrow 4 \cdot (2a) = 16$$

6.

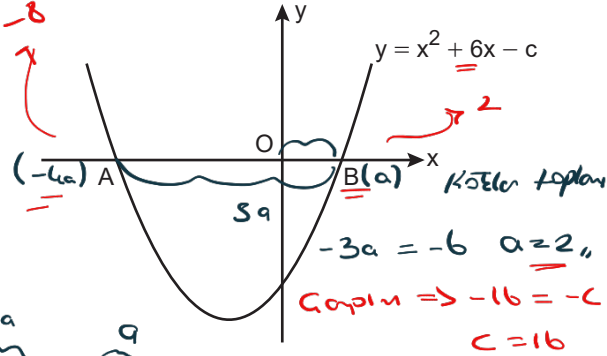


OABC dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birimkaredir?

$$(a) \cdot (12 - 2a) = -2a^2 + 12a = f(a)$$

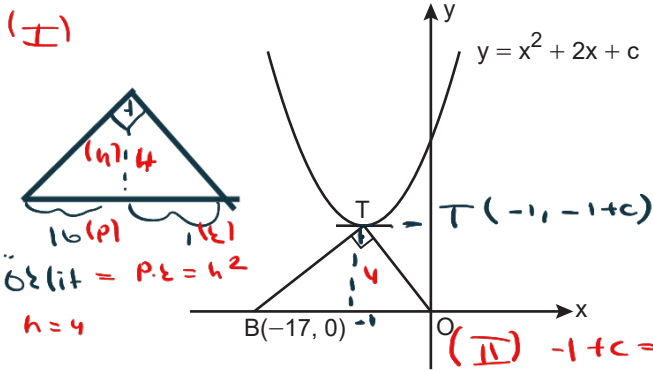
$$r = \frac{-12}{-4} = 3 \quad f(3) = 18$$

1.



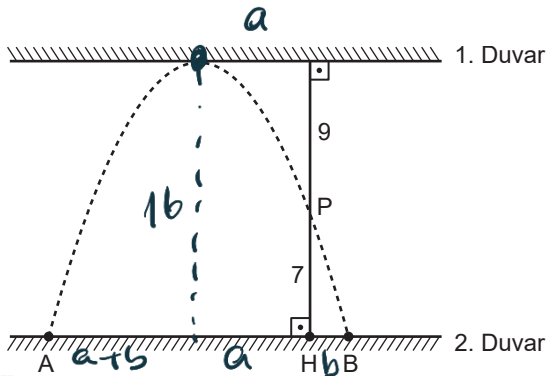
ccc |AB| = 5 · |OB| olduğuna göre, c kaçtır?
A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

2.



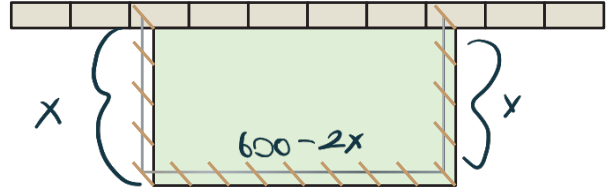
AAA BT ⊥ TO ve B(-17, 0) olduğuna göre, c kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3.



$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{9}{16}, \quad \frac{a}{b} = 3, \quad \frac{2a+b}{b} = 7$$

4.



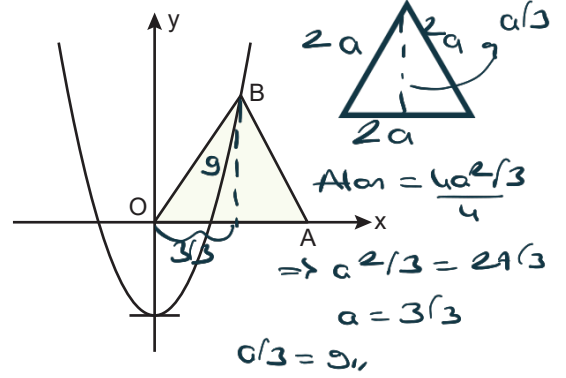
Bir tarafı duvar ile sınırlanmış dikdörtgen biçimindeki bir bahçe, 600 metre uzunluğunda bir tel kullanılarak etrafı sarılmıştır.

$$(600 - 2x) \cdot x = A_k = -2x^2 + 600x$$

$$f' = \frac{-600}{-4} = 150 \quad f(150) = -2(150)^2 + 600 \cdot 150$$

$$150(-300 + 600) = 300 \cdot 150 = 45000$$

5. Aşağıda $y = x^2 - c$ parabolü gösterilmiştir.

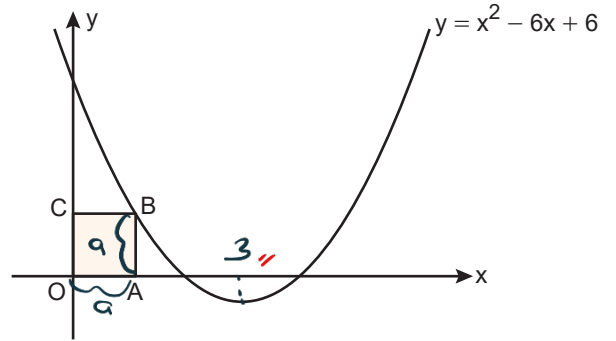


OAB eşkenar üçgeninin alanı $27\sqrt{3}$ birimkare olduğuna göre, c kaçtır?

DDD A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

$$f(3/3) = 9 \quad (3/3)^2 - c = 9 \quad c = 18$$

6.



OABC kare olduğuna göre, çevresi kaç birimdir?

BBB A) 2 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

$$f(a) = a \quad a^2 - 6a + 6 = a \quad a^2 - 7a + 6 = 0$$

$$a^2 - 7a + 6 = 0$$

$$a = 6, \quad a = 1$$

$$\text{Çevre} = 4a = 4$$

1. Dik koordinat düzleminde

$$y = x^2 + 4x - 4$$

parabolünün tepe noktasından geçen doğrulardan birinin denklemini aşağıdakilerden hangisidir?

CCC

- A) $y = 2x - 8$ B) $y = 3x + 2$ C) $y = 3x - 2$
D) $y = x + 6$ E) $y = 2x - 6$

$$c = \frac{-4}{2} = -2 \quad f(c) = k \quad (-2)^2 + 4(-2) - 4$$

$$4 - 8 - 4 = -8$$

$$f(-2) = -8$$

$$f(-2) = 3(-2) - 2 = -8$$

2. $f(x) = 2x^2 - 8x + 11$

fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi ile aynıdır?

BBB

- A) $2(x-4)^2 + 3$ B) $2(x-2)^2 + 3$ C) $(x-2)^2 + 3$
D) $2(x+2)^2 + 3$ E) $2(x-2)^2 - 3$

$$2x^2 - 8x + 8 + 3$$

$$2(x^2 - 4x + 4) + 3$$

$$2(x-2)^2 + 3$$

3. $y = mx^2 + 4x + m + 1$

parabolü Ox eksenine teğet olduğuna göre, m'nin alabileceği değerler çarpımını kaçtır?

DDD

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

$$\Delta = 0 \quad b^2 - 4ac = 0$$

$$(4)^2 - 4 \cdot m \cdot (m+1) = 0$$

$$16 - 4m^2 - 4m = 0$$

$$\frac{c}{a} = \frac{16}{-4} = -4$$

4. a, b ve c birer pozitif reel sayı olmak üzere, $\xi = m$ olsun

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası $T(r, k)$ 'dir. $r = -\frac{b}{2a}$ $f(r) = k$

a, b ve c katsayıları aynı oranda arttırıldığında fonksiyon grafiği için,

I. r değişir.

II. k değişir.

III. Oy eksenini kestiği nokta değişir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

DDD

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III

1) ~~D) II ve III~~ E) I, II ve III

$$f_1(x) = 2ax^2 + 2bx + 2c$$

$$r_1 = -\frac{2b}{4a} = -\frac{b}{2a} \text{ değişmez}$$

$$2) f_1(x) = 2(ax^2 + bx + c) \Rightarrow \xi = 2m \text{ değişir}$$

$$3) f_1(0) = c, \quad f_1(0) = 2c \text{ olur değişir}$$

5. $y = x^2 - 7x + m$

parabolü Ox eksenini kesmediğine göre, m'nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

CCC

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$$\Delta < 0 \quad 49 - 4m < 0 \quad 49 < 4m$$

$$\frac{49}{4} < m \Rightarrow 12,25 < m \quad m = 13$$

6. Dik koordinat düzleminde

$$y = x^2 + 2x - 5$$

parabolünün $x = -1$ doğrusuna göre, simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

EEE

A) $y = x^2 - 2x - 5$ B) $y = -x^2 - 2x + 5$

C) $y = x^2 + 2x + 5$ D) $y = x^2 - 2x + 5$

$$E) y = x^2 + 2x - 5$$

$$f_1(-2-x) = (-2-x)^2 + 2(-2-x) - 5$$

$$x^2 + 4x + 4 - 4 - 2x - 5$$

$$f_1(-2-x) = x^2 + 2x - 5$$

7. Reel sayılarda tanımlı ikinci dereceden $y = f(x)$ fonksiyonunun alabileceği en küçük değer 4'tür.

Buna göre, $y = -f(x) + 1$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

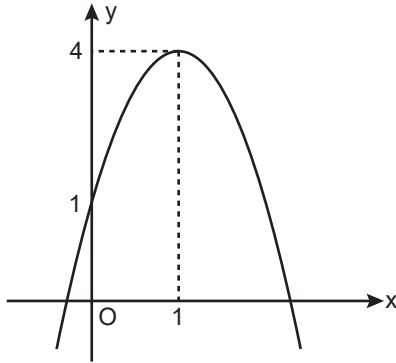
CCC

- A) -5 B) -4 C) -3 D) 3 E) 5

$$f(x) = k \quad -f(x) + 1$$

$$k = 4 \quad -k + 1 = -4 + 1 = -3$$

- 8.



Yukarıda $y = ax^2 + bx + c$ parabolü verildiğine göre, $a - b + c$ ifadesinin değeri kaçtır?

BBB

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

$$f(0) = 1 \quad c = 1$$

$$f(1) = 4 \quad a - b + c = 4$$

$$f(-1) = a(-1)^2 + b(-1) + c = 4 \quad a - b + 1 = 4$$

$$a - b = 3$$

$$b = -b + 2a \quad a - (-b + 2a) = 3$$

$$a - b + 2a = 3 \quad 3a - b = 3$$

$$3a - (-b + 2a) = 3 \quad 3a + b - 2a = 3$$

$$a + b = 3$$

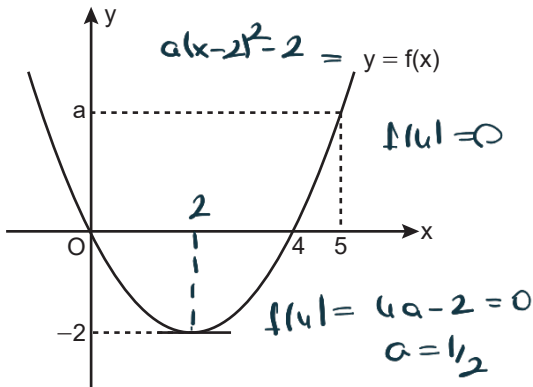
$$a - b = 3$$

$$2a = 6 \quad a = 3$$

$$b = 0$$

$$a - b + c = 3 - 0 + 1 = 4$$

9. Aşağıda $y = f(x)$ parabolü gösterilmiştir.



Parabolün tepe noktasının ordinatı -2 olduğuna göre, a kaçtır?

CCC

- A) 2 B) 2,4 C) 2,5 D) 2,8 E) 3

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$$

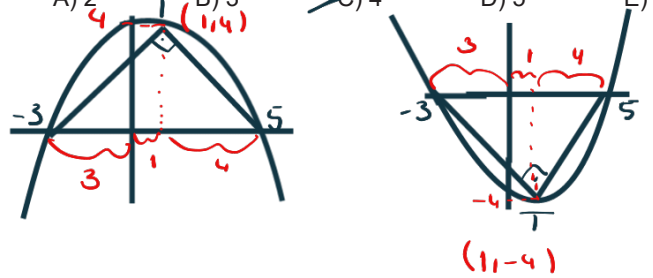
$$f(5) = \frac{1}{2} \cdot 9 - 2 = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2} = 2,5$$

10. Dik koordinat düzleminde tepe noktası T olan $y = f(x)$ parabolü Ox eksenini K(-3, 0) ve L(5, 0) noktalarında kesmektedir.

KTL açısının ölçüsü 90° olduğuna göre, T noktasının koordinatlar çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

CCC

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



11. $y = x^2 + bx + c$

parabolü ile $y = x$ doğrusu $x = 1$ apsisli noktada teğet olduğuna göre, $b \cdot c$ çarpımının değeri kaçtır?

AAA

- A) 1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

$$x^2 + bx + c = x \quad x^2 + x(b-1) + c = 0$$

$$(b-1)^2 - 4 \cdot c = 0$$

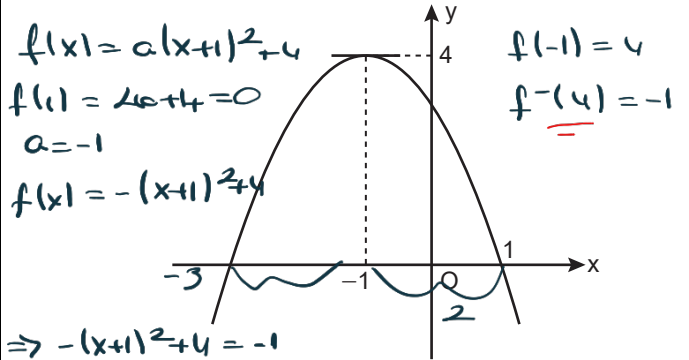
$$x=1 \text{ için } 1 + b + c = 1 \quad b + c = 0$$

$$b = -c \quad (b-1)^2 + 4b = 0$$

$$b^2 + 2b + 1 = 0 \quad b = -1 \quad c = 1$$

ACIL MATEMATİK

12. Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ parabolü aşağıda gösterilmiştir.



$(f \circ f)(m) = 4$ olduğuna göre, m'nin pozitif değeri kaçtır?

AAA

- A) $\sqrt{5} - 1$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{5} + 1$ D) 2 E) $2\sqrt{5}$

$$f(x) = a(x+1)^2 + 4$$

$$f(1) = 4a + 4 = 0 \quad a = -1$$

$$f(x) = -(x+1)^2 + 4$$

$$\Rightarrow -(x+1)^2 + 4 = -1$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5} - 1$$

1. $f(x) = 9(x-1)^2 - 4$

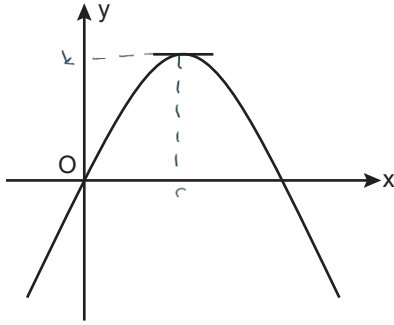
fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi ile aynıdır?

- AAA
- A) $9\left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$ B) $9\left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right)$
 C) $4\left(x - \frac{3}{5}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$ D) $9\left(x - \frac{5}{3}\right) \cdot (x-3)$
 E) $9\left(x + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right)$

$$9\left((x-1)^2 - \frac{4}{9}\right) = 9\left((x-1) - \left(\frac{2}{3}\right)\right)\left((x-1) + \left(\frac{2}{3}\right)\right)$$

$$= 9\left(\left(x-1-\frac{2}{3}\right)\left(x-1+\frac{2}{3}\right)\right) = 9\left(x-\frac{5}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$$

2. Tepe noktası $T(r, k)$ olan $y = ax^2 + bx + c$ parabolü aşağıda gösterilmiştir.



Buna göre; a, b, c, r, k sayılarından kaç tanesi negatif işaretlidir?

- EEE
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$f(0) = 0$ $c = 0$ $r = -\frac{b}{2a} = r$ $k > 0$
 kollar aşağı $a < 0$ $b > 0$

3. Dik koordinat düzleminde

$$y = x^2 + 4x - 8$$

parabolünün üzerinde ordinatı apsisinin iki katı olan noktalar A ve B'dir.

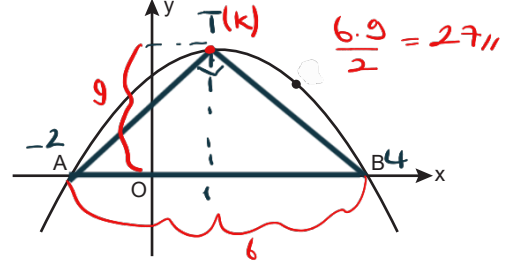
Buna göre, $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

- EEE
- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

$f(x) = x^2 + 4x - 8$ $f(-4) = -8$ A(-4, -8)
 $f(2) = 4$ B(2, 4)

$f(0) = 2a$
 $f(0) = a^2 + 4a - 8 = 2a$ $|AB| = \sqrt{(-4-2)^2 + (-8-4)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$
 $= a^2 + 2a - 8 = 0$
 $a \quad +4$
 $a \quad -2$
 $a = -4$
 $a = +2$

4. Aşağıda $y = -x^2 + 2x + 8$ parabolü gösterilmiştir.



Parabol üzerindeki K noktasının ordinatı pozitif işaretli olduğuna göre, KAB üçgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?

- AAA
- A) 27 B) 30 C) 36 D) 40 E) 45

$$-(x^2 - 2x - 8) = 0$$

$$x \quad -4 \quad 3 \quad -(x-4) \cdot (x+2) = 0$$

$$x \quad 2 \quad x = 4 \quad x = -2$$

$$f = 1 \quad f(1) = 9$$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x^2 - 10x + 1$$

fonksiyonu $(-\infty, m]$ aralığında bire birdir.

Buna göre, m 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- DDD
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 100 - 4 = 96$$

$$\sqrt{\Delta} = 4\sqrt{6}$$

$$x_1 = \frac{10 - 4\sqrt{6}}{2} \quad x_2 = \frac{10 + 4\sqrt{6}}{2}$$

$$= 5 - 2\sqrt{6} \quad = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$6. \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x + 8, & x < 0 \\ 8 - x, & x \geq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(m) = 0$ denklemini sağlayan m değerlerinin toplamı kaçtır?

- CCC
- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

$$x^2 + 6x + 8 \quad x = -4 \quad 8 - x = 0$$

$$x \quad 4 \quad x = -2 \quad x = 8$$

$$x \quad 2$$

$$(-4) + (-2) + 8 = 2$$

7. Dik koordinat düzleminde $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $T(r, k)$ olduğuna göre,

- I. $b = 0$ ise $k = c$ 'dir.
- II. $a > 0$ ise $k < c$ 'dir.
- III. $a \cdot b > 0$ ise $r < 0$ 'dir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- BBB A) I ve II B) I ve III C) II ve III D) I, II ve III E) Hiçbiri

I

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2a} = 0 \quad f(0) = c = k \checkmark$$

II

$$r = \frac{-b}{2a} = a > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow r < 0 \quad x \text{ kesinlik yok.}$$

III

$$r = \frac{-b}{2a} = -b > 0 \Rightarrow r < 0 \checkmark$$

8. Dik koordinat düzleminde

$$y = x^2 + mx + 1$$

parabolünün Ox eksenini kestiği noktaların apsisi x_1 ve $x_1 + 3$ 'tür.

Buna göre, m'nin pozitif değeri kaçtır?

- DDD A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{10}$ D) $\sqrt{13}$ E) 4

Köleler çarpımı $\Rightarrow (x_1 + 3) \cdot x_1 = 1$

$$x_1 + 3 + x_1 = -m \quad 2x_1 + 3 = -m, \quad x_1 = \frac{-m-3}{2}$$

$$\left(\frac{-m-3}{2} + 3\right) \cdot \left(\frac{-m-3}{2}\right) = 1$$

$$\left(\frac{-m+3}{2}\right) \cdot \left(\frac{-m-3}{2}\right) = -1 \Rightarrow -m^2 + 9 = -4 \quad m^2 = 13 \quad m = \sqrt{13}$$

9. $y = x^2 + 2x$ parabolü $y = mx + n$ parabolü ile $x = -2$ apsisli noktada teğet olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- EEE A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

$$x^2 + 2x = mx + n \quad x^2 + x(2-m) - n = 0$$

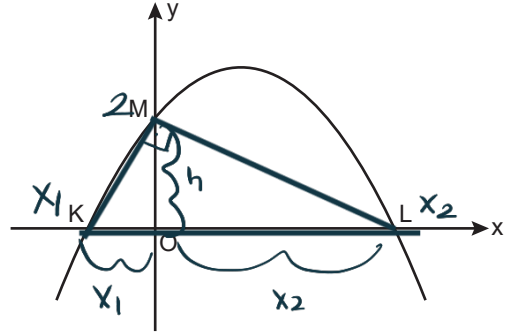
$$\Delta = 0 \quad 4 - 4n + m^2 + 4n = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 = 0 \quad (m+2)^2 = 0 \quad m = -2$$

$$4 - 4 = -2m + n \quad n = -4$$

$$n = -4$$

10. Aşağıda $y = ax^2 + bx + 2$ parabolü gösterilmiştir.



KM \perp ML olduğuna göre, a kaçtır?

- DDD A) -4 B) -2 C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

$$x_1 < 0$$

$$x_1 x_2 = \frac{2}{a}$$

$$|2x_1| \cdot |x_2| \text{ olarak } \Rightarrow -x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$x_1 x_2 = -4 = \frac{2}{a}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

11. Dik koordinat düzleminde

$A(3, 4), B(2, -3), C(0, -5)$

noktalarından geçen parabolün simetri eksenini aşağıdakilerden hangisidir?

- CCC A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 2 E) $\frac{5}{4}$

$$f(0) = -5, \quad f(2) = -3, \quad f(3) = 4$$

$$ax^2 + bx + c = f(x) \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx - 5$$

$$f(2) = 4a + 2b - 5 = -3 \quad 4a + 2b = 2$$

$$f(3) = 9a + 3b - 5 = 4 \quad 9a + 3b = 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \quad a = 2 \quad b = -3$$

$$\Rightarrow r = \frac{-(-3)}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

12. ABCD dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında

$$|AB| + 2 \cdot |BC| = 16 \text{ birim}$$

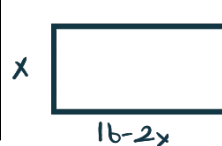
eşitliği geçerlidir.

Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı en fazla kaç birimkaredir?

- CCC A) 36 B) 34 C) 32 D) 30 E) 25



$$2x + y = 16 \quad y = 16 - 2x$$



$$\text{Alan} \Rightarrow (16 - 2x) \cdot x$$

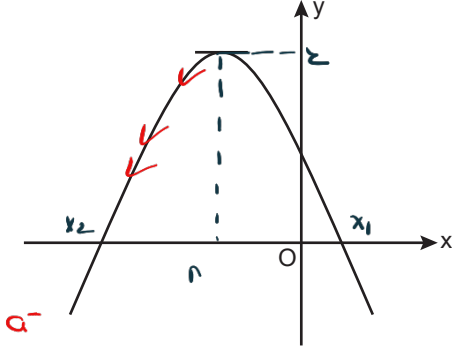
$$-2x^2 + 16x \Rightarrow r = \frac{-16}{-4} = 4$$

$$f(4) = 32$$

1. Dik koordinat düzleminde

$$y = ax^2 + bx + c$$

parabolü aşağıda gösterilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $(a + b) \cdot c > 0$ B) $(c - b) \cdot a > 0$
C) $bc - ab > 0$ ~~D) $a \cdot b \cdot c > 0$~~
E) $a \cdot c + b > 0$

DDD

$$\frac{1}{a} < 0, \quad \frac{-b}{2a} < 0$$

$$\frac{1}{a} \quad \frac{1}{b} \quad \frac{1}{c}$$

$$- \quad - \quad +$$

2. b ile c birer reel sayıdır.

$$f(x) = 2x^2 + bx + c$$

fonksiyonu $f(-2018) = f(2024)$ eşitliğini sağladığına göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) $b = -6$ B) $c = 6$ C) $b = 6$
D) $b = -12$ E) $c = -12$

DDD

$$f(x_1) = f(x_2) \text{ için } \frac{x_1 + x_2}{2} = h$$

$$\frac{2024 - 2018}{2} = h = 3$$

$$h = \frac{-b}{4} = 3 \quad b = -12$$

3. Dik koordinat düzleminde denklemleri,

$$y = x + 4$$

$$y = -x + 8$$

$$y = 2(x + 4)$$

olan üç doğru veriliyor.

Buna göre, bu doğruların kesim noktalarından geçen parabolün simetri eksenini aşağıdakilerden hangisidir?

- CCC
- A) $x = -1$ B) $x = -\frac{1}{2}$ C) $x = 0$
D) $x = \frac{1}{2}$ E) $x = 1$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 8$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 6$$

$$f(8) = 64a + 8b + c = 0$$

$$2a + b = -1$$

$$4a - b = -2$$

$$6a = -3 \quad a = -1/2$$

$$b = 0$$

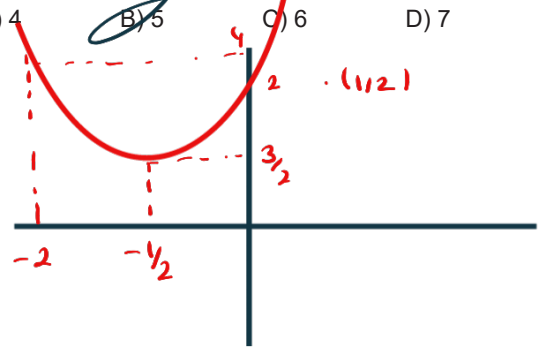
$$h = \frac{-b}{2a} = 0$$

4. Dik koordinat düzleminde A(1, 2) noktası ile B(-2, a) noktası

$$y = x^2 + x + 2$$

parabolünün farklı taraflarında olduğuna göre, a'nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- BBB
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



$$a > f(-2)$$

5

5. Dik koordinat düzleminde

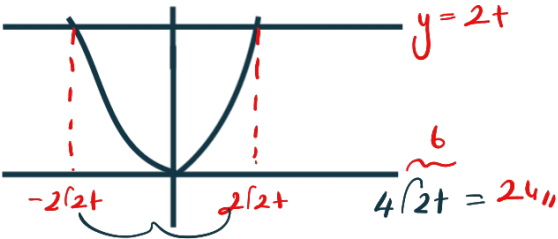
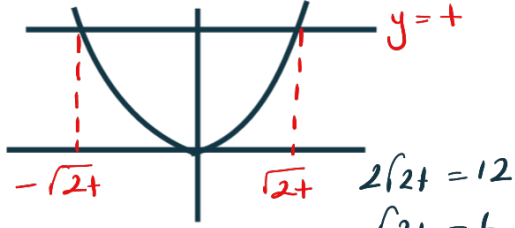
$$y = \frac{x^2}{2}$$

parabolü ile $y = t$ doğrusunun kesiştiği noktalar arasındaki uzaklık 12 birimdir.

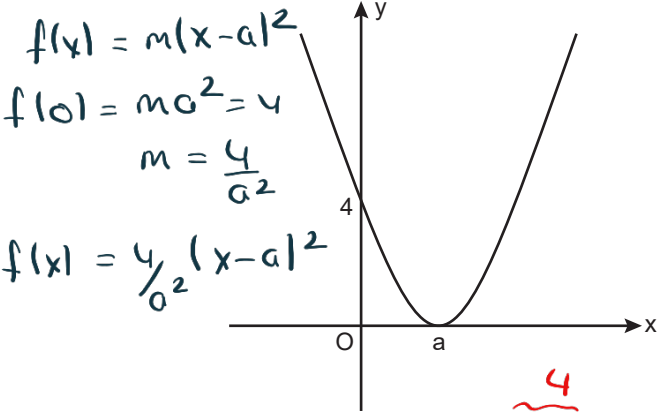
Buna göre, $y = \frac{x^2}{4}$ parabolü ile $y = 2t$ doğrusunun

kesiştigi noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- DDD A) $6\sqrt{2}$ B) 12 C) $12\sqrt{2}$ D) 24 E) $24\sqrt{2}$



6. Tepe noktası $T(a, 0)$ olan $y = f(x)$ parabolü dik koordinat düzleminde aşağıdaki gibi gösterilmiştir.



$$f(x) = m(x-a)^2$$

$$f(0) = m \cdot 0^2 = 4$$

$$m = \frac{4}{a^2}$$

$$f(x) = \frac{4}{a^2}(x-a)^2$$

$$(f \circ f)(2a) = 196 \Rightarrow f(f(2a)) = f(4)$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- BBB A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

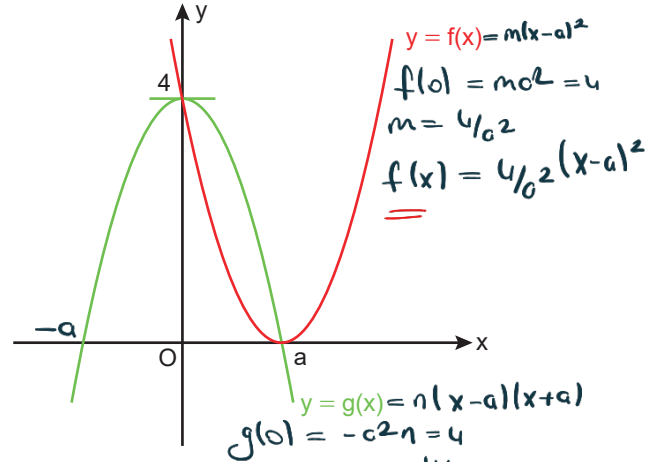
$$\Rightarrow f(2a) = \frac{4}{a^2} \cdot (a^2) \Rightarrow 4$$

$$\Rightarrow f(4) = \frac{4}{a^2} (4-a)^2 = 196$$

$$(7a)^2 = (4-a)^2 \quad 4-a = 7a$$

$$a = \frac{1}{2}$$

7. Dik koordinat düzleminde tepe noktası $(a, 0)$ olan $y = f(x)$ parabolü ile tepe noktası $(0, 4)$ olan $y = g(x)$ parabolü aşağıda verilmiştir.



DDD $f(2) = 4$ olduğuna göre, $g(2)$ kaçtır? A) -3 B) -6 C) -9 D) -12 E) -18

$$f(x) = \frac{4}{a^2}(x-a)^2$$

$$f(2) = \frac{4}{a^2}(2-a)^2 = 4$$

$$a^2 = 0^2 - 4a + 4$$

$$a = 1$$

$$g(x) = -\frac{4}{0^2}(x-0)(x+0)$$

$$g(x) = -4(x-1)(x+1)$$

$$g(2) = -4(1)(3) = -12$$

8. m reel sayı olmak üzere $[m, \infty)$ aralığında tanımlı

$$f(x) = x^2 - 6x + 11$$

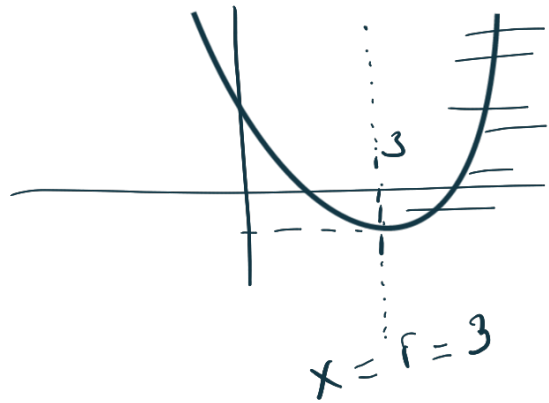
fonksiyonunun tersi de bir fonksiyondur.

Buna göre,

- I) $f(4) = 3$
 II) $f(3) = 2$
 III) $f(2) = 3$

eşitliklerinden hangileri kesinlikle yanlıştır?

- CCC A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

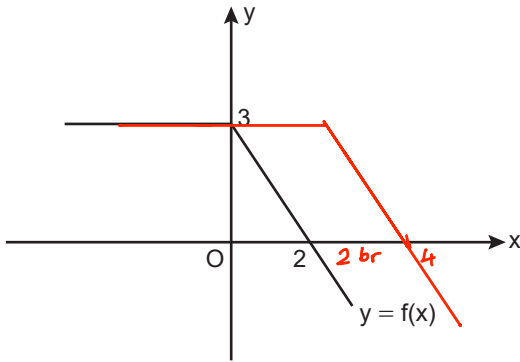


Ox Eksenini Doğrultusunda Öteleme - 1

Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini $a > 0$ olmak üzere,

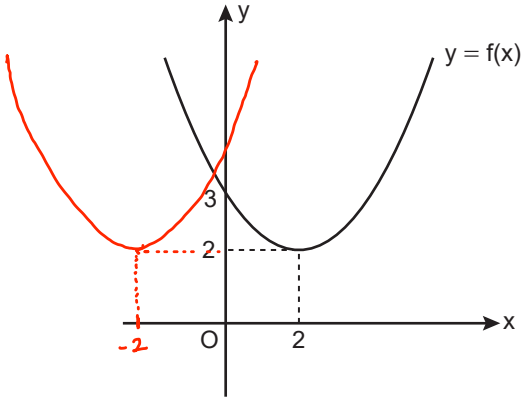
- a birim sağa ötelemek için üzerindeki her noktanın ordinatına karışmadan apsisi a birim artırılır.
- a birim sola ötelemek için üzerindeki her noktanın ordinatına karışmadan apsisi a birim azaltılır.

1.



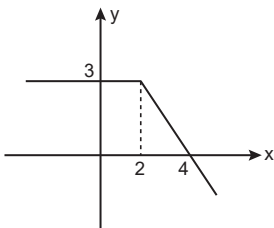
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu 2 birim sağa öteleyiniz.

2.

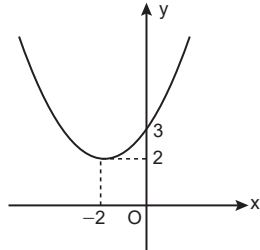


Yukarıda verilen $y = f(x)$ parabolünü 4 birim sola öteleyiniz.

1.



2.



Ox Eksenini Doğrultusunda Öteleme - 2

Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunda $a > 0$ olmak üzere,

- x yerine $x - a$ yazılırsa fonksiyon grafiği a birim sağa
- x yerine $x + a$ yazılırsa fonksiyon grafiği a birim sola ötelenmiş olur.

Sonuç olarak

- $y = f(x - a)$, $y = f(x)$ 'in a birim sağa,
- $y = f(x + a)$, $y = f(x)$ 'in a birim sola

ötelenmiş biçimidir.

1. $f(x) = 2x + 3$ fonksiyonunun grafiğinin 2 birim sağa ötelenmiş biçimini yazınız.

$$f(x-2) = 2 \cdot (x-2) + 3$$

$$f(x-2) = 2x - 1$$

2. $f(x) = x^2 + 2x$ fonksiyonunun grafiğinin 3 birim sola ötelenmiş biçimini yazınız.

$$f(x+3) = (x+3)^2 + 2 \cdot (x+3)$$

$$f(x+3) = x^2 + 8x + 15$$

3. $y = f(x + 1)$ fonksiyonunun grafiğinin 3 birim sağa ötelenmiş biçimini yazınız.

$$f(x+1-3)$$

$$f(x-2)$$

4. $y = f(2x + 1)$ fonksiyonunun grafiğinin 1 birim sola ötelenmiş biçimini yazınız.

$$f(2(x+1)+1)$$

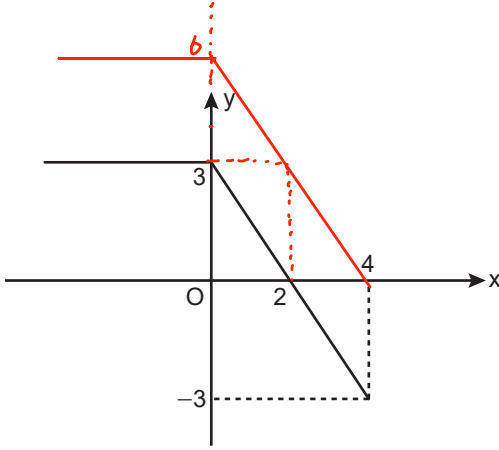
$$= f(2x+3)$$

Oy Eksenini Doğrultusunda Öteleme - 1

Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini $b > 0$ olmak üzere,

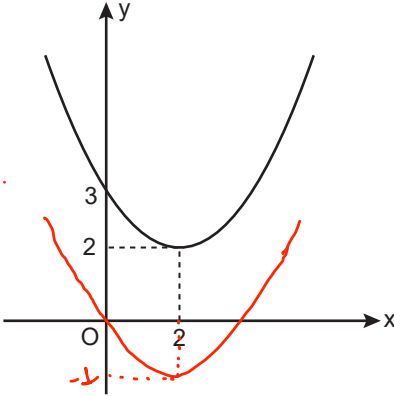
- b birim yukarı ötelemek için üzerindeki her noktanın apsisine karışmadan ordinatı b birim artırılır.
- b birim aşağı ötelemek için üzerindeki her noktanın apsisine karışmadan ordinatı b birim azaltılır.

1.



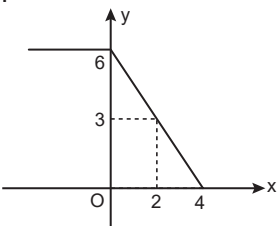
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunu 3 birim yukarı öteleyiniz.

2.

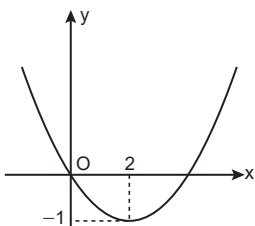


Yukarıda verilen $y = f(x)$ parabolünü 3 birim aşağı öteleyiniz.

1.



2.



Oy Eksenini Doğrultusunda Öteleme - 2

Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunda $b > 0$ olmak üzere,

- y yerine $y - b$ yazılırsa fonksiyon grafiği b birim yukarı
- y yerine $y + b$ yazılırsa fonksiyon grafiği b birim aşağı ötelenmiş olur.

Sonuç olarak

- $y - b = f(x) \Rightarrow y = f(x) + b$, $y = f(x)$ 'in b birim yukarı
- $y + b = f(x) \Rightarrow y = f(x) - b$, $y = f(x)$ 'in b birim aşağı ötelenmiş biçimidir.

1. $y = 2x + 3$ fonksiyonunun grafiğinin 2 birim yukarı ötelenmiş biçimini yazınız.

$$y - 2 = 2x + 3$$

2. $y = x^2 + 2x$ fonksiyonunun grafiğinin 3 birim aşağı ötelenmiş biçimini yazınız.

$$y + 3 = x^2 + 2x$$

3. $y^2 = x$ eğrisinin grafiğinin 1 birim aşağı ötelenmiş biçimini yazınız.

$$(y + 1)^2 = x$$

4. $y = \frac{1}{x}$ fonksiyonunun grafiğinin 1 birim sağa, 2 birim yukarı ötelenmiş biçimini yazınız.

$$1 \text{ br sağa } y = \frac{1}{x-1}$$

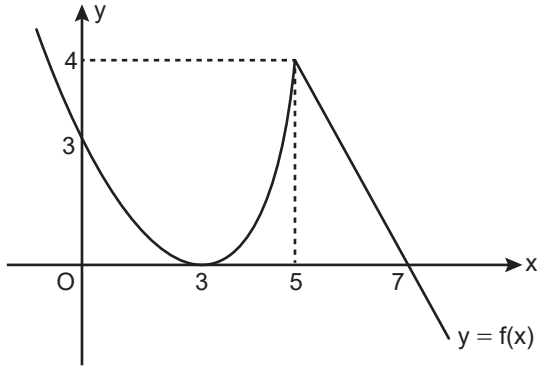
$$2 \text{ br yukarı } = y - 2 = \frac{1}{x-1}$$

$$1. y - 2 = 2x + 3$$

$$2. y + 3 = x^2 + 2x$$

$$3. (y + 1)^2 = x$$

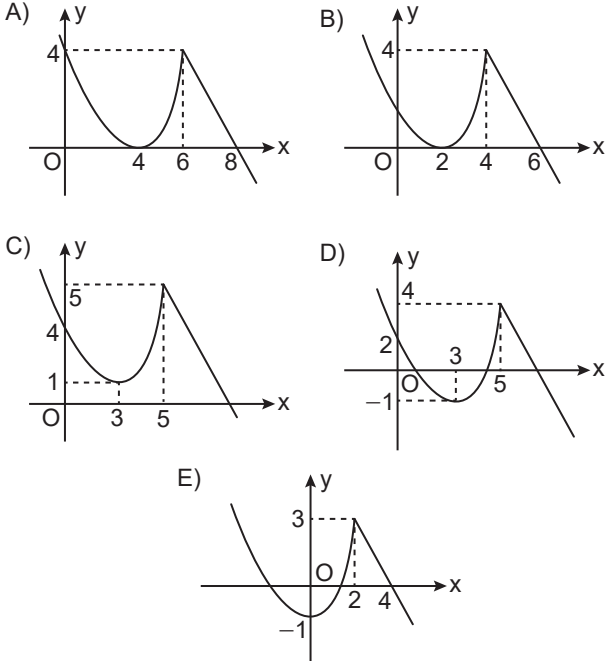
$$4. y - 2 = \frac{1}{x-1}$$



Yukarıdaki $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre 1, 2 ve 3. soruları cevaplandırınız.

1. $y = f(x + 1)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

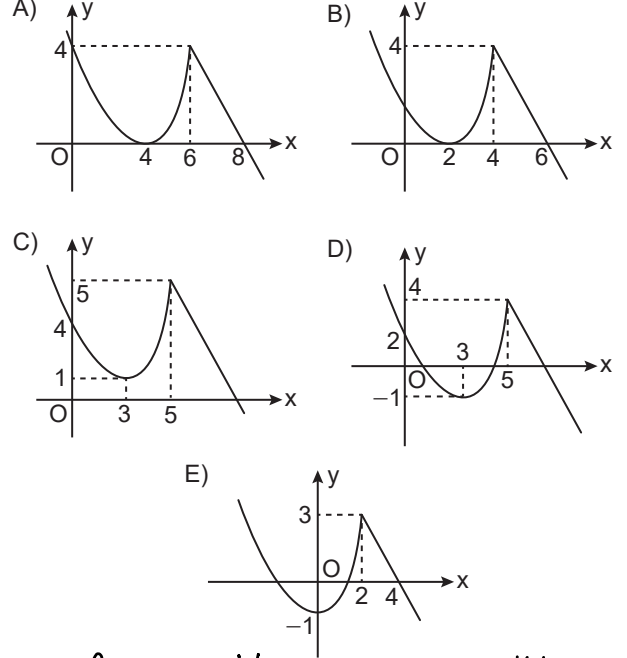
BBB



$f(x) \rightarrow f(x+1)$ olduğu için fonksiyonun 1 br sola ötelenmesi gerekir.

2. $y = f(x) + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

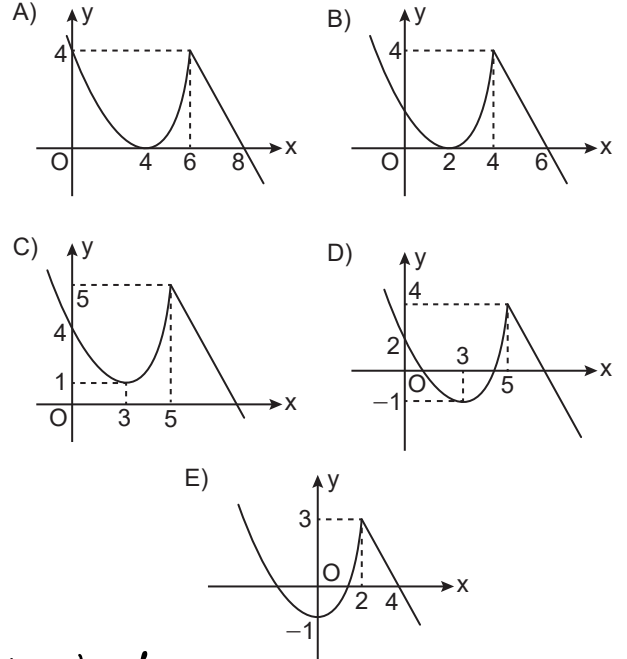
CCC



$f(x) \rightarrow f(x) + 1$ olduğu için 1 br yukarı ötelenme yapılır.

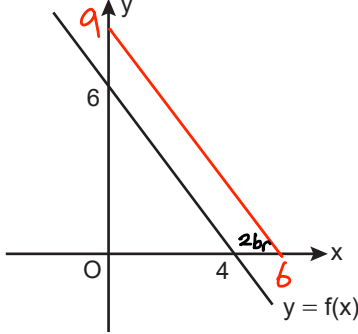
3. $y = f(x + 3) - 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

EEE



$f(x+3) - 1$
3 br sola ötelenir \rightarrow 1 br aşağı ötelenir.

1. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- DDD A) 3 B) 12 C) 24 D) 27 E) 36

$$\text{Alan} = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu için $f(x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi $\{-2, 3\}$ olmaktadır.

Buna göre, $f(x + 2) = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- CCC A) $\{0, 5\}$ B) $\{-4, 3\}$ C) $\{-4, 1\}$
D) $\{-2, 1\}$ E) $\{0, 1\}$

$$\begin{aligned} f(x+2) &= 1 \text{ olmalı} & x+2 &= -2 \\ f(-2) &= 1 & x &= -4 \\ f(3) &= 1 & x+2 &= 3 \\ & & x &= 1 \end{aligned}$$

3. Dik koordinat düzleminde $y = x^2$ parabolü 2 birim sağa 3 birim aşağı ötelenğinde elde edilecek parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- AAA A) $y = (x - 2)^2 - 3$ B) $y = (x - 2)^2 + 3$
C) $y = (x + 2)^2 - 3$ D) $y = (x + 2)^2 + 3$
E) $y = (x - 3)^2 - 2$

$$y = \underbrace{(x-2)^2}_{2 \text{ br sağa}} - \underbrace{3}_{3 \text{ br aşağı}}$$

4. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri her x reel sayı değeri için

$$f(x - 2) = f(x)$$

eşitliğini sağlar?

EEE

- A) $y = x^2$ B) $y = (x - 2)^2$ C) $y = x - 2$
D) $y = \sin x$ E) $y = \sin \pi x$

$$\begin{aligned} \sin \pi \cdot (x-2) &= \sin \pi \cdot x \\ \sin(\pi x - 2\pi) &= \sin \pi x \\ &\text{eşas ölçü} \end{aligned}$$

5. Dik koordinat düzleminde $2y = 3x + 1$ doğrusunun grafiği 2 birim sağa, 3 birim yukarı öteleniyor.

Buna göre, elde edilen doğrunun denklemi için

- I. Eğim değişir.
II. Eğim değişmez.
III. Eksenleri kestiği noktalar değişmez

ifadelerinden hangileri doğrudur?

DDD

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III E) Hiçbiri

$$f(x) = \frac{3x+1}{2}$$

I - Eğim $\frac{3}{2}$ değişmedi

II - Doğru

III - Kesim noktaları değişmedi

$$\begin{aligned} f(x-2)+3 &= \frac{3 \cdot (x-2)+1}{2} + 3 \\ &= \frac{3x-5}{2} + 3 \end{aligned}$$

6. Dik koordinat düzleminde $y = \frac{1}{1-x}$ fonksiyonunun

grafiki 2 birim sağa, 1 birim aşağı ötelenğinde elde edilen grafiğin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $y = \frac{x-2}{3-x}$ B) $y = \frac{x-2}{x-3}$ C) $y = \frac{x-2}{x+1}$
D) $y = \frac{x+2}{x+1}$ E) $y = \frac{x}{x-3}$

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

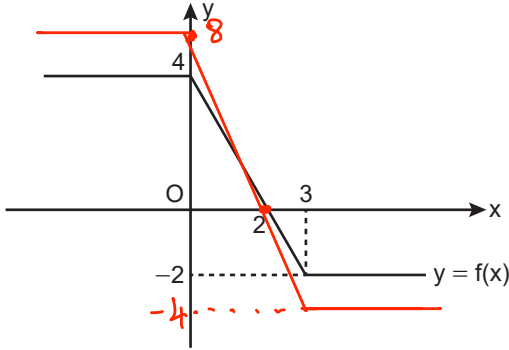
$$f(x-2)-1 = \frac{1}{1-(x-2)} - 1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3-x} - 1 = \frac{1-3+x}{3-x} \\ &= \frac{x-2}{3-x} \end{aligned}$$

$y = f(x)$ Fonksiyonunu $y = k \cdot f(x)$ Fonksiyonuna
Dönüştürme

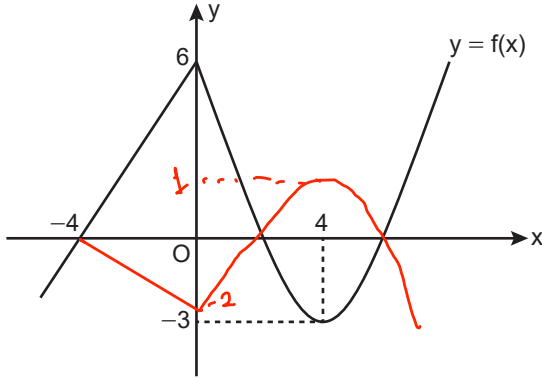
Dik koordinat düzleminde $k \neq 0$ olmak üzere $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki her noktanın apsisine karışmadan ordinatı $\frac{1}{k}$ katına çıkarılırsa elde edilen noktalardan geçen grafik $y = k \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği olur.

1.



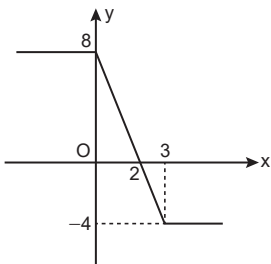
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $y = 2 \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2.

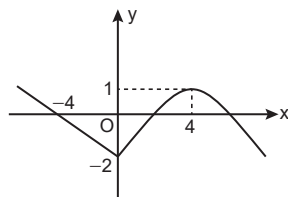


Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $y = -\frac{1}{3} \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

1.



2.

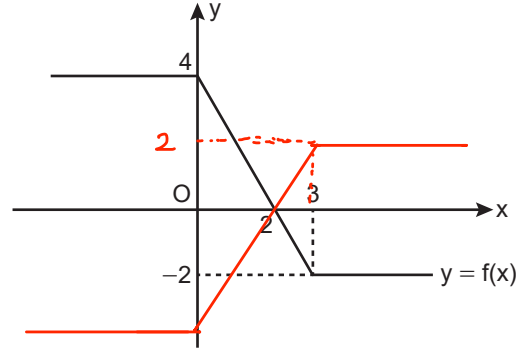


Ox Eksenine Göre Simetri

Dik koordinat düzleminde $k = -1$ olmak üzere $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki her noktanın apsisine karışmadan ordinatının işareti değiştirilirse elde edilen noktalardan geçen grafik $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiği olur.

Bir fonksiyonun Ox eksenine göre, simetrisi olan fonksiyonu bulmak için y yerine $-y$ yazılır.

1.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun Ox eksenine göre simetrisini çiziniz.

2. Dik koordinat düzleminde $f(x) = 2x + 3$ fonksiyonunun Ox eksenine göre simetrisi alındığında $g(x)$, $g(x)$ fonksiyonu 1 birim sağa ötelenildiğinde $h(x)$ fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre, $h(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(x) = 2x + 3 \text{ simetrisi } -f(x); \quad g(x-1) = -2(x-1) - 3$$

$$f(x) = g(x) = -2x - 3$$

$$h(x) = -2x - 4$$

3. Dik koordinat düzleminde $f(x) = x^2 - x$ fonksiyonu 1 birim sola ötelenildiğinde $g(x)$, $g(x)$ fonksiyonunun Ox eksenine göre simetrisi alındığında $h(x)$ fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre, $h(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$f(x) = x^2 - x$$

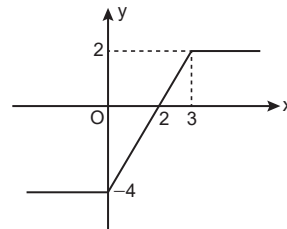
$f(x)$ 'in simetrisi $-f(x)$ olur.

$$f(x+1) = (x+1)^2 - (x+1)$$

$$h(x) = -x^2 - x$$

$$g(x) = x^2 + x$$

1.



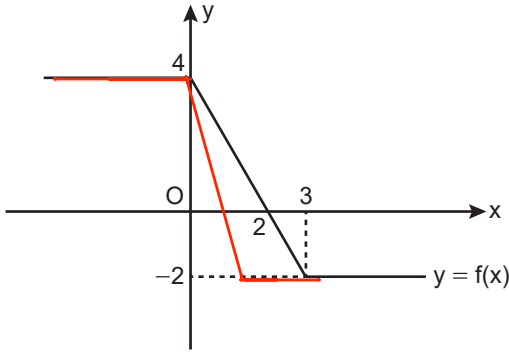
$$2. h(x) = -2x - 1$$

$$3. h(x) = -x^2 - x$$

$y = f(x)$ Fonksiyonunu $y = f(k \cdot x)$ Fonksiyonuna Dönüştürme

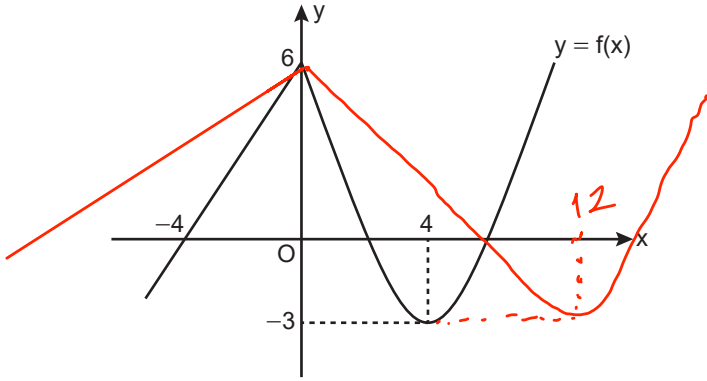
Dik koordinat düzleminde $k \neq 0$ olmak üzere $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki her noktanın ordinatına karışmadan apsisi k katına çıkarılırsa elde edilen noktalardan geçen grafik $y = f(k \cdot x)$ fonksiyonunun grafiği olur.

1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $y = f(2 \cdot x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2.



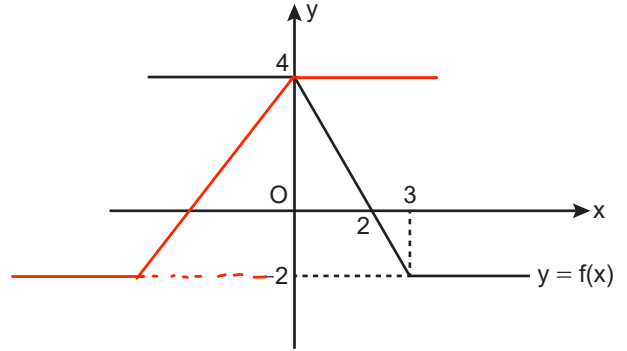
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Oy Eksenine Göre Simetri

Dik koordinat düzleminde $k = -1$ olmak üzere $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerindeki her noktanın ordinatına karışmadan apsisinin işareti değiştirilirse elde edilen noktalardan geçen grafik $y = f(x)$ fonksiyonunun Oy eksenine göre simetrisi olan $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiği olur.

Bir fonksiyonun Oy eksenine göre, simetrisi olan fonksiyonu bulmak için x yerine $-x$ yazılır.

1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun Oy eksenine göre simetrisini çiziniz.

2. Aşağıda verilen fonksiyonların Oy eksenine göre simetrilerini yazınız.

a. $y = 3x + 2$

a) $3 \cdot (-x) + 2 = -3x + 2$

b. $y = x^2 - 3x - 1$

b) $[-x]^2 - 3 \cdot (-x) - 1 = x^2 + 3x - 1$

c. $y = \frac{2}{x+1}$

c) $y = \frac{2}{-x+1}$

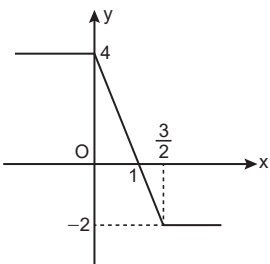
3. Dik koordinat düzleminde $f(x) = 2x + 3$ fonksiyonu 1 birim sağa ötelenğinde $g(x)$, $g(x)$ fonksiyonunun Oy eksenine göre simetrisi alındığında $h(x)$ fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre, $h(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

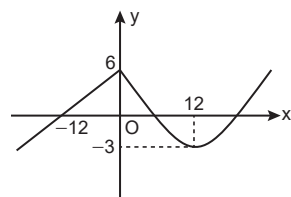
$g(x) = f(x-1) = 2(x-1) + 3 = 2x + 1$

$h(x) = g(-x) = 2 \cdot (-x) + 1 = -2x + 1$

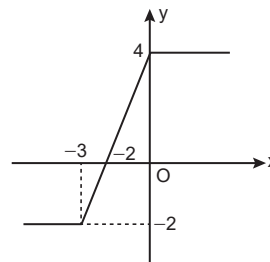
1.



2.



1.



2. a. $y = -3x + 2$
b. $y = x^2 + 3x - 1$
c. $y = \frac{2}{1-x}$

3. $h(x) = -2x + 1$

Çift Fonksiyonların Grafikleri

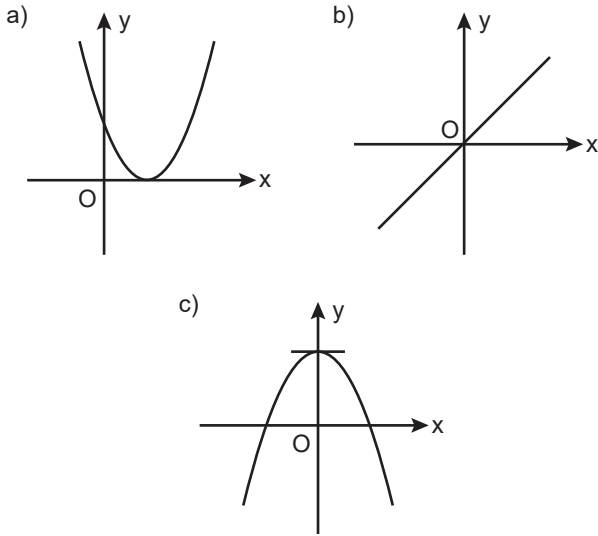
Simetrik aralıkta tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu eğer, tanım kümesindeki her x reel sayı değeri için

$$f(-x) = f(x)$$

eşitliğini sağlıyorsa $f(x)$ çift fonksiyondur denir.

Yani, Oy eksenine göre simetrisi kendisine eşit olan fonksiyonlardır.

1.



Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangileri bir çift fonksiyonun grafiği olabilir?

Oy eksenine göre simetrik olan fonksiyon c şikkındaki fonksiyondur.

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = (x - 2)^2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi bir çift fonksiyondur?

DDD

- A) $f(2x)$ B) $2f(x)$ C) $f(x) + 2$
D) $f(x + 2)$ E) $-f(x)$

D şikkını inceleyelim

$$f(x+2) = (x+2-2)^2 = x^2 \text{ Çift fonksiyon}$$

1. c

2. D

Tek Fonksiyonların Grafikleri

Simetrik aralıkta tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu eğer, tanım kümesindeki her x reel sayı değeri için

$$f(-x) = -f(x)$$

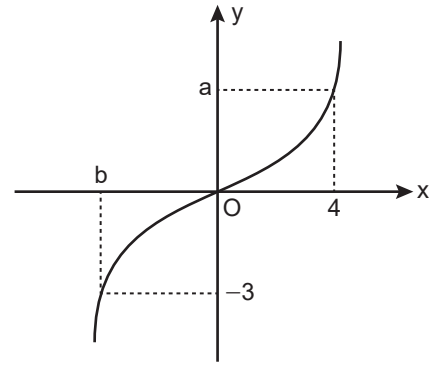
eşitliğini sağlıyorsa $f(x)$ tek fonksiyondur denir.

Yani, Oy eksenine göre simetrisi Ox eksenine göre simetrisine eşit olan fonksiyonlardır.

Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.

Bir fonksiyonun orijine göre simetrisini bulmak için hem x yerine $-x$, hem de y yerine $-y$ yazılır.

1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyon olduğuna göre, a ve b sayılarını yazınız.

Orijine göre simetrik olduğundan;

$$b = -4$$

$$a = 3$$

2. Aşağıda verilen fonksiyonların orijine göre, simetriterini yazınız.

a. $y = 2x + 3$

b. $y = x^2 + x$

c. $y = \frac{2}{x+1}$

x yerine $-x$, y yerine $-y$ yazılır.

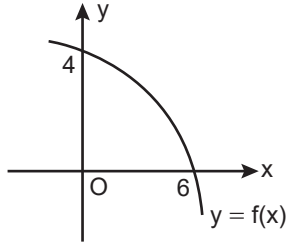
a) $-y = -2x + 3$ b) $-y = (-x)^2 + x$ c) $-y = \frac{2}{-x+1}$
 $y = 2x - 3$ $y = -x^2 + x$

$$y = \frac{2}{x-1}$$

1. a. 3
b. -4

2. a. $y = 2x - 3$
b. $y = -x^2 + x$

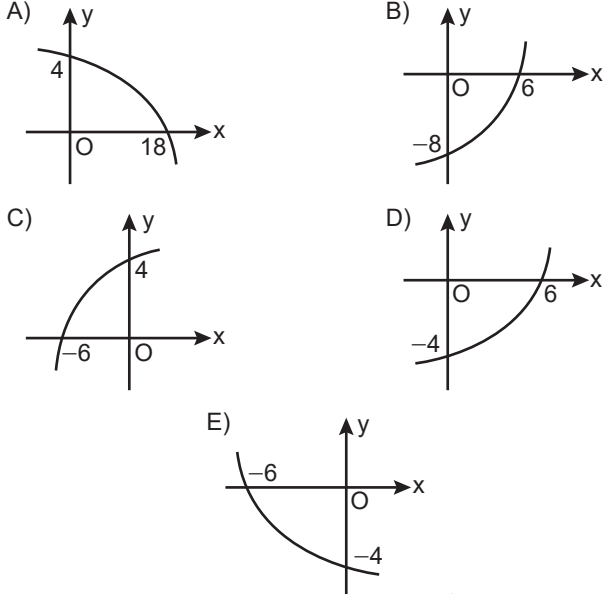
c. $y = \frac{2}{x-1}$



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için 1., 2., 3. ve 4. soruları cevaplayınız.

1. $y = -2 \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

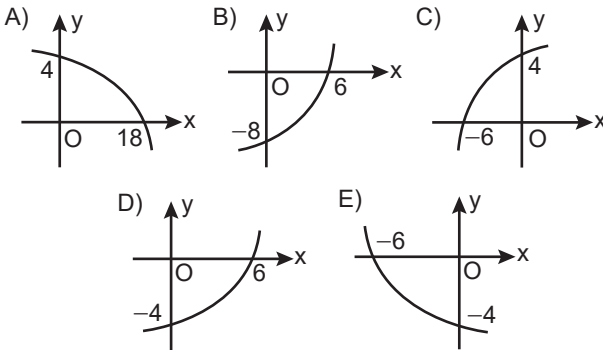
BBB



x ekseninde (tanım kümesi) değişiklik yapılmaz.
y eksenini (değer kümesi) -2 katına çıkarılır.

2. $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

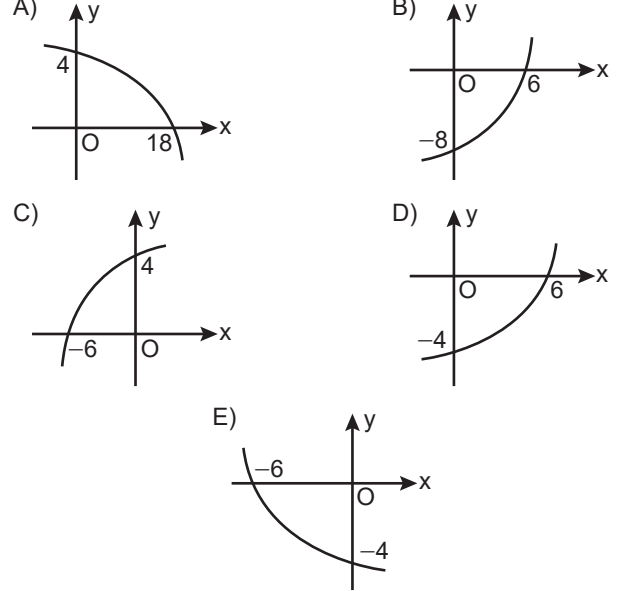
AAA



Tanım kümesi (x eksen) $f(x)$ 'in kökünü veremeli. Kök 6 ise $f\left(\frac{x}{3}\right)$ 'te x yerine 18 yazılır ya 6 bulunur.

3. $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

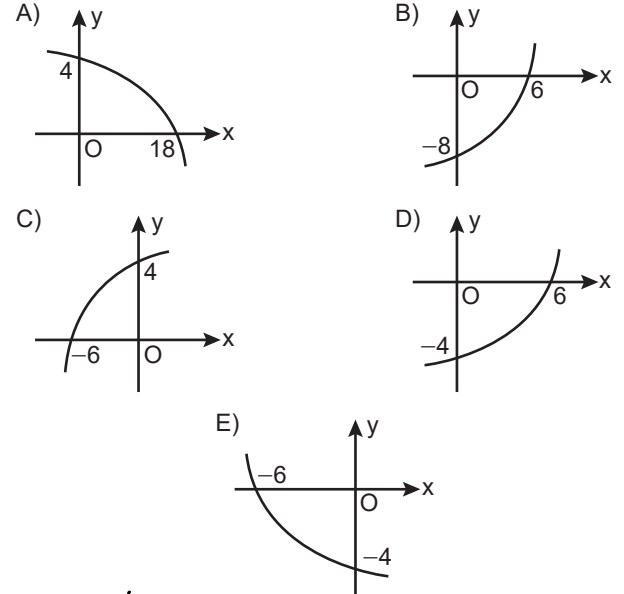
DDD



x eksenine göre simetriği alınır.

4. $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

CCC



y eksenine göre simetriği alınır.

1. $f(x) = 2x - 1$

fonksiyonunun Oy eksenine göre simetrisi olan fonksiyon 2 birim yukarı ötelendiğinde aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi elde edilir?

AAA

- A) $-2x + 1$ B) $2x - 1$ C) $2x + 1$
D) $-2x - 1$ E) $-2x + 3$

Oy eksenine göre simetrisi için x yerine $-x$ yazılır.

$$f(-x) = -2x - 1$$

2 br yukarı ötelemek için +2 eklenir.

$$-2x - 1 + 2 = -2x + 1$$

2. $y = f(x + 1)$

fonksiyonunun Ox eksenine göre simetrisi aşağıdakilerden hangisidir?

DDD

- A) $f(x - 1)$ B) $f(-x + 1)$ C) $-f(x - 1)$
D) $-f(x + 1)$ E) $-f(x)$

Ox eksenine göre simetrisi için y yerine $-y$ yazılır.

$$-y = -f(x + 1)$$

3. $y = 2 \cdot f(x - 2)$

fonksiyonunun Oy eksenine göre simetrisi aşağıdakilerden hangisidir?

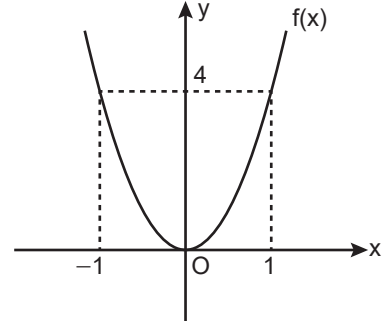
DDD

- A) $\frac{1}{2} \cdot f(x - 2)$ B) $-2 \cdot f(x - 2)$
C) $2 \cdot f(-x + 2)$ D) $2 \cdot f(-x - 2)$
E) $\frac{1}{2} \cdot f(-x - 2)$

x yerine $(-x)$ yazılır

$$y = 2 f(-x - 2)$$

4.



$g(x) = x^2$ olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu için

- I. $f(x) = g(2x)$
II. $f(x) = 2 \cdot g(x)$
III. $f(x) = 4 \cdot g(x)$

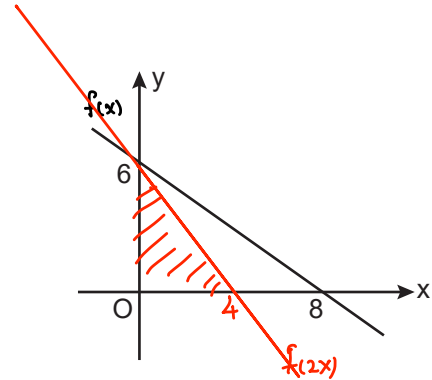
eşitliklerinden hangileri doğrudur?

EEE

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

$f(x) = 4x^2$ olduğundan cevap I ve III

5.



Yukarıda $f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = f(2x)$ fonksiyonunun grafiği ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

BBB

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 48

$$\text{Alan} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

6.

$$f(x) = x^3 + x$$

fonksiyonunun Ox eksenine göre simetrisinin Oy eksenine göre simetrisi alınıyor.

Buna göre, son durumda aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi elde edilir?

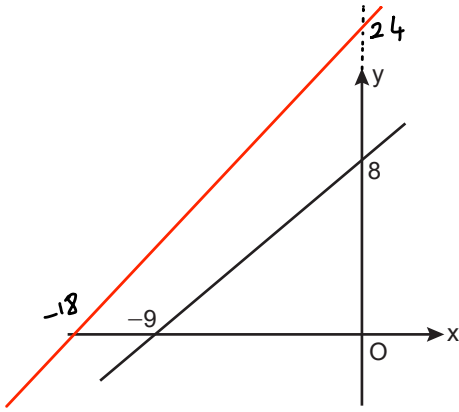
CCC

- A) $-f(x)$ B) $f(-x)$ C) $f(x)$ D) $\frac{1}{f(x)}$ E) $-\frac{1}{f(x)}$

Ox eksenine göre $-f(x)$

Oy eksenine göre $-f(-x) = -(-x^3 - x) = x^3 + x = f(x)$

7.



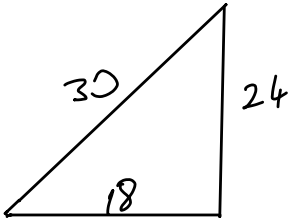
Yukarıda $f(x)$ doğrusal fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $y = 3 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonun grafiği ile

eksenler arasında kalan bölgenin çevresi kaç birimdir?

CCC

- A) 60 B) 68 C) 72 D) 84 E) 90



Çevre = $24 + 18 + 30$
 $= 72$

8. Aşağıda fonksiyonlardan hangisi için

$$f(2x) = \frac{f(x)}{2}$$

eşitliği daima sağlanır?

DDD

- A) $f(x) = x^2$ B) $f(x) = x$ C) $f(x) = x^3$

D) $f(x) = \frac{1}{x}$ E) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$f(x) = \frac{1}{x}$ olursa

$\frac{1}{2x} = \frac{\frac{1}{x}}{2}$ sağlanır.

$f(2x) = \frac{1}{2x}$ olur

9. Orijine göre simetrik $y = f(x)$ fonksiyonu

$$f(x) + 3x + 1 = 2 \cdot f(-x) + 1$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $-x$ B) x C) $-\frac{x}{3}$ D) $\frac{x}{3}$ E) $-3x$

Tek fonksiyon $f(-x) = -f(x)$

$$f(x) + 3x + 1 = 2 \cdot (-f(x)) + 1$$

$$3f(x) = -3x$$

$$f(x) = -x$$

10. Reel sayılar kümesinde tanımlı Oy eksenine göre simetrik $y = f(x)$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I. $f(x + 2)$
 II. $f(x - 2)$
 III. $f(2x)$

fonksiyonlarından hangilerinin grafiği kesinlikle Oy eksenine göre simetrikdir?

CCC

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I, II ve III E) Hiçbiri

$f(x)$ çift ise $f(2x)$ de çift olur.

11. Aşağıda a, b ve c isimli dönüşümler verilmiştir.

- a. 2 birim sağa öteleme
 b. 2 birim sola öteleme
 c. Oy eksenine göre simetri

Buna göre, $f(2 - x)$ fonksiyonunu elde etmek için $f(x)$ fonksiyonuna uygulanacak

- I. önce a, sonra c
 II. önce b, sonra c
 III. önce c, sonra a

bileşke dönüşümlerinden hangileri tek başına kullanılabilir?

EEE

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

II-) b uygulanırsa $\rightarrow f(x - 2)$
 c uygulanırsa $\rightarrow f(-(x - 2)) = f(2 - x)$

III-) c uygulanırsa $\rightarrow f(-x)$
 a uygulanırsa $\rightarrow f(-(x - 2)) = f(2 - x)$

2. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri - 1

Denklem sistemi, yerine koyma veya yok etme metodu ile çözümlenmelidir.

1. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinde

$$x^2 - y^2 = 16$$

$$x - y = 2$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikililerini bulunuz.

$$(x-y) \cdot (x+y) = 16 \quad \begin{array}{l} x-y=2 \\ x+y=8 \\ \hline x=5 \\ y=3 \end{array} \quad (5,3)$$

2. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinde

$$x^2 - y^2 = 12$$

$$|x - y| = 2$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikililerini bulunuz.

$$|x-y|=2 \text{ ise } \begin{array}{l} x-y=2 \\ x-y=-2 \end{array} \text{ olur.}$$

$$(x-y) \cdot (x+y) = 12 \quad \begin{array}{l} (x-y) \cdot (x+y) = 12 \\ x-y=2 \} x=4 \\ x+y=6 \} y=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} (x-y) \cdot (x+y) = 12 \\ x-y=-2 \} x=-4 \\ x+y=-6 \} y=-2 \end{array}$$

3. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinde

$$x^2 + y^2 = 8$$

$$x^2 - y^2 = 10$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikililerini bulunuz.

$$\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 8 \\ + x^2 - y^2 = 10 \\ \hline 2x^2 = 18 \\ x^2 = 9 \\ x = +3 \quad y = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 \text{ ve } y^2 \text{ negatif} \\ \text{olamaz} \\ \text{çünkü } x^2 \text{ ve } y^2 \text{ negatif} \\ \text{olamaz} \\ \text{çünkü } x^2 \text{ ve } y^2 \text{ negatif} \\ \text{olamaz} \end{array}$$

Denklem Sisteminin Grafik Yorumu

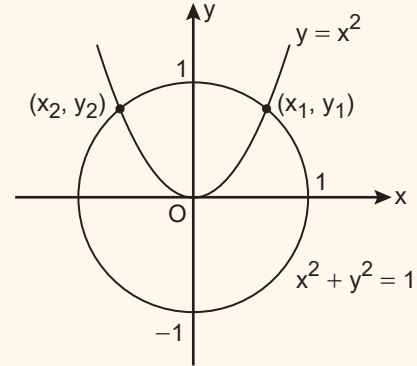
Denklem sisteminde verilen (x, y) ikililerini sağlayan grafikler çizilerek sistemi sağlayan reel sayı ikilisinin olup olmadığını anlaşılabilir.

Örneğin;

$$y = x^2$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

denklem sistemi çözülürken



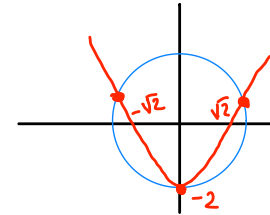
grafikler çizildiğinde sistemi sağlayan iki tane (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) ikilisinin olduğu anlaşılabilir.

1. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinde

$$y = x^2 - 2$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisi kaç tanedir?



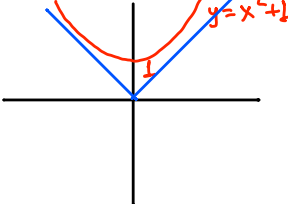
Böylelikle üzere
3 noktada kesişir
3 tane (x,y) ikilisi
durur.

2. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ kümesinde

$$y = x^2 + 1$$

$$y = |x|$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilisi kaç tanedir?



iki fonksiyon kesişmiyor.

Ödev Testi

2. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

1. a ile b birer reel sayı olmak üzere,

$$a^2 - b^2 = 33$$

$$a + b = 11$$

denklemler sistemi veriliyor.

Buna göre, a · b çarpımı kaçtır?

$$(a-b) \cdot (a+b) = 33$$

$$a+b=11$$

$$+ a-b=3$$

$$2a=14$$

$$a=7$$

$$b=4$$

$$7 \cdot 4 = 28$$

2. x ile y birer reel sayı olmak üzere

$$x^2 + y^2 = 20$$

$$x - y = 6$$

denklemler sistemi veriliyor.

Buna göre, denklemler sistemini sağlayan (x, y) ikililerini bulunuz.

$$x = y + 6$$

$$(y+6)^2 + y^2 = 20$$

$$y^2 + 12y + 36 + y^2 = 20$$

$$2y^2 + 12y + 16 = 0$$

$$y^2 + 6y + 8 = 0$$

$$(y+4) \cdot (y+2) = 0$$

$$y_1 = -4 \quad y_2 = -2$$

$$y = -4 \text{ ise } x = 2$$
$$y = -2 \text{ ise } x = 4$$

3. m ile n birer reel sayı olduğuna göre,

$$m^2 + n^2 = 8$$

$$m^2 - n^2 = -8$$

denklemler sistemini sağlayan kaç tane (m, n) ikilisi vardır?

$$m^2 + n^2 = 8$$

$$m=0 \quad n=2\sqrt{2}$$

$$+ m^2 - n^2 = -8$$

$$m=0 \quad n=-2\sqrt{2}$$

$$m^2 = 0$$

$$m = 0$$

4. $x^2 + 4y^2 = 13$

$$x + 2y = 5$$

denklemler sistemini sağlayan y'nin reel sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

$$(2y)^2 = (5-x)^2$$

$$x=2 \text{ için } y=\frac{3}{2}$$

$$4y^2 = (5-x)^2$$

$$x=3 \text{ için } y=1$$

$$x^2 + (5-x)^2 = 13$$

$$\frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x^2 + x^2 - 10x + 25 = 13$$

$$2x^2 - 10x + 12 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

5. $y = x^2$

$$x = y^2$$

denklemler sistemini sağlayan kaç farklı (x, y) reel sayı ikilisi vardır?

$$(x)^2 = (y^2)^2$$

$$y=0 \text{ için } x=0$$

$$x^2 = y^4$$

$$y=1 \text{ için } x=1$$

$$y = x^2$$

$$y = y^4$$

$$y=0 \text{ veya } y=1$$

6. $x^2 + y^2 = 1$

$$x^2 - y^2 + x = 0$$

denklemler sistemini sağlayan (x, y) reel sayı ikililerini bulunuz.

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$+ x^2 - y^2 + x = 0$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$(2x-1) \cdot (x+1) = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = -1$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ için } y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ için } y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -1 \text{ için } y = 0$$

Uygulama Testi

2. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

1. $x^2 + y^2 = 10$
 $x^2 \cdot y^2 = 9$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- CCC A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$x^2 = 9 \quad y^2 = 1$ için

$x = 3 \quad y = 1 \rightarrow 3 + 1 = 4$

$x = 3 \quad y = -1 \rightarrow 3 - 1 = 2$

$x = -3 \quad y = 1 \rightarrow -3 + 1 = -2$

$x = -3 \quad y = -1 \rightarrow -3 - 1 = -4$

0 olamaz

2. $x^2 + 2x + y^2 = 12$
 $x^2 - 2xy + y^2 = 0$

denklemlerini sağlayan x 'in pozitif değeri kaçtır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$x^2 + 2x + y^2 = 12$

$x^2 - 2xy + y^2 = 0$

$2x + 2xy = 12$

$2x(1+y) = 12$

$x = 2 \quad y = 2$ için sağlar.

3. $x^2 + y^2 = 12$
 $x = y^2$

denklemlerini sağlayan kaç tane (x, y) reel sayı ikilisi vardır?

- CCC A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$(x)^2 = (y^2)^2$

$x^2 = y^4$

$y^4 + y^2 = 12$

$y^4 + y^2 - 12 = 0$

$(y^2 + 4)(y^2 - 3) = 0$

$y^2 \neq -4 \quad y^2 = 3$

$y = \sqrt{3} \quad y = -\sqrt{3}$

$x = 3 \quad y = \sqrt{3}$

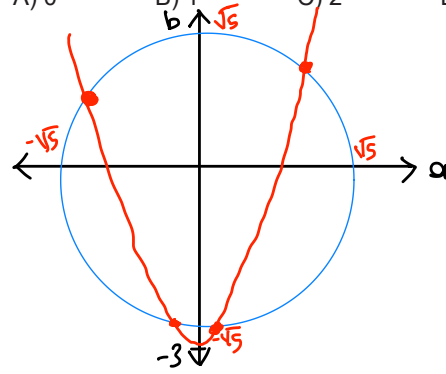
$x = 3 \quad y = -\sqrt{3}$

2 tane (x, y) ikilisi

4. $3a^2 - 2b = 6$
 $a^2 + b^2 = 5$

denklemlerini sağlayan kaç tane (a, b) reel sayı ikilisi vardır?

- EEE A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



Görüldüğü üzere 4 adet kesin noktası vardır.

5. $x^2 + xy + y^2 = 7$
 $x^2 - xy + y^2 = 3$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı en az kaçtır?

- AAA A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

Taraf tarafa çıkarırsak

$2xy = 4$

$x \cdot y = 2$

$x = -2 \quad y = -1$ için

$(-2) + (-1) = -3$

6. $\frac{x}{y} = 2$

$2x^2 - y^2 = 28$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

- BBB A) 2 B) 8 C) 18 D) 32 E) 50

$x = 2 \cdot y$

$2 \cdot (2y)^2 - y^2 = 28$

$7y^2 = 28$

$y^2 = 4$

$y = 2 \quad x = 4$

$y = -2 \quad x = -4$

$x \cdot y = 8$

2. Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

Uygulama Testi

11. Sınıf

7. $x^2 + y^2 = 2xy$
 $x + y = 8$

denklem sistemini sağlayan (x, y) reel sayı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- DDD A) (1, 7) B) (2, 6) C) (3, 5) D) (4, 4) E) (0, 8)

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 &= 0 \\ (x - y)^2 &= 0 \\ x - y &= 0 \\ + \quad x + y &= 8 \\ \hline 2x &= 8 \\ x &= 4 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

8. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$

olduğuna göre, x · y çarpımı kaçtır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 0 \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 &= 0 \\ x - 1 &= 0 \quad x \cdot y = 2 \\ y - 2 &= 0 \quad y = 2 \end{aligned}$$

9. $y^2 - x^2 = 144$
 $x^2 + 4x = 5$

olduğuna göre, y'nin alabileceği tam sayı değerleri kaç tanedir?

- CCC A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 5 &= 0 \\ (x + 5) \cdot (x - 1) &= 0 \\ x_1 = -5 \quad x_2 = 1 \end{aligned}$$

$x_1 = -5$ için;

$$\begin{aligned} y^2 - (-5)^2 &= 144 \\ y^2 &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 13 \\ y &= -13 \end{aligned}$$

$x_2 = 1$ için;

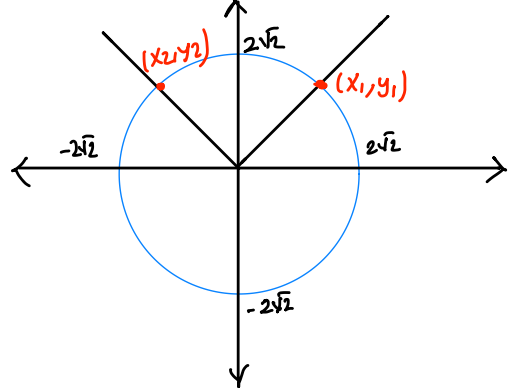
$$y^2 - 1^2 = 144$$

y tam sayı olmaz.

10. $x^2 + y^2 = 8$
 $y = |x|$

denklem sistemini sağlayan kaç tane (x, y) reel sayı ikilisi vardır?

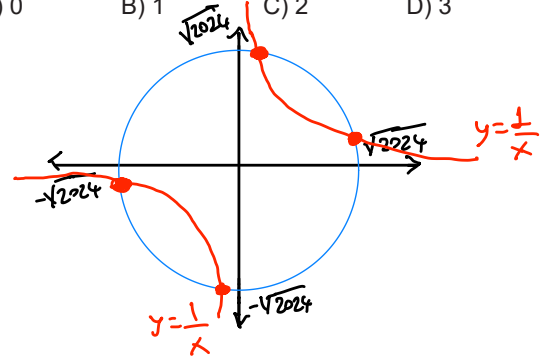
- CCC A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



11. $x^2 + y^2 = 2024$
 $x \cdot y = 1$

denklem sistemini sağlayan kaç tane reel sayı (x, y) ikilisi vardır?

- EEE A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



12. Dik koordinat düzleminde

$$3x^2 + y^2 = 31$$

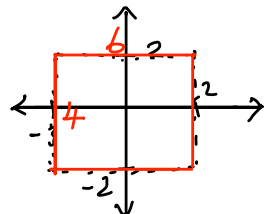
$$x^2 + 3y^2 = 21$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikililerine karşılık gelen noktaları köşe kabul eden dörtgenin çevresi kaç birimdir?

- BBB A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

$$\begin{aligned} 3x^2 + y^2 &= 31 \\ -3/x^2 + 3y^2 &= 21 \\ \hline -8y^2 &= -32 \\ y^2 &= 4 \\ y &= 2 \quad x = 3 \\ y &= -2 \quad x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-3, -2) \\ (-3, 2) \\ (3, -2) \\ (3, 2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Çevre} &= 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 \\ &= 20 \end{aligned}$$

2. Dereceden Fonksiyonların Eşitsizlik Tablosunun Oluşturulması

$\Delta = b^2 - 4ac$, olmak üzere, $f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesinde bulunan x değerleri için aldığı $f(x)$ değerlerinin işaretleri bir tablo yardımıyla not edilir.

$\Delta > 0$ ve $x_1 < x_2$ iken

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

fonksiyonunun işaret tablosu

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
f(x)	a ile aynı işaretli	a ile ters işaretli	a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli

biçiminde olur.

$\Delta = 0$ iken

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1)^2$$

fonksiyonunun işaret tablosu

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
f(x)	a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli

biçiminde olur.

$\Delta < 0$ iken

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunun işaret tablosu

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	a ile aynı işaretli	a ile aynı işaretli

biçiminde olur.

1. $f(x) = x^2 + mx + n$ fonksiyonunun işaret tablosu

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f(x)	+	-	+	+

olduğuna göre, m ile n sayılarını bulunuz.

$$f(x) = 1 \cdot (x - (-1)) \cdot (x - 2)$$

$$= x^2 - x - 2$$

$$\boxed{m = -1} \quad \boxed{n = -2}$$

$$1. m = -1, n = -2$$

$\Delta > 0$ Durumunun İncelenmesi

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

fonksiyonunun x_1 ve x_2 sayılarında görüntüsü 0 olup, $f(x)$ fonksiyonu x_1 ve x_2 sayıları civarında işaret değiştirir.

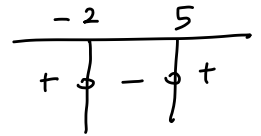
1. $x^2 - 3x - 10 < 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(x - 5) \cdot (x + 2) < 0$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -2$$



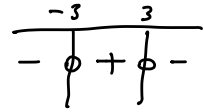
$$G.K. = (-2, 5)$$

2. $9 - x^2 > 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(3 - x) \cdot (3 + x) > 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$$



$$G.K. = (-3, 3)$$

3. $2x^2 - 7x + 3 \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan tam sayı değerlerini bulunuz.

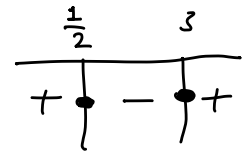
$$2x^2 - 7x + 3 \leq 0$$

$$2x \quad -3$$

$$x \quad -1$$

$$(2x - 1) \cdot (x - 3) \leq 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \quad x_2 = 3$$



$$1, 2, 3$$

4. $-x^2 + x + 2 > 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük tam sayı ile en küçük tam sayının toplamı kaçtır?

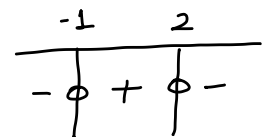
$$-x^2 + x + 2 > 0$$

$$-x \quad 2$$

$$x \quad 1$$

$$(-x + 2) \cdot (x + 1) > 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -1$$



$$\min = 0 \quad \max = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1. (-2, 5) \quad 2. (-3, 3) \quad 3. \{1, 2, 3\} \quad 4. 1$$

2. Dereceden Eşitsizlikler

Δ = 0 Durumunun İncelenmesi

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$$

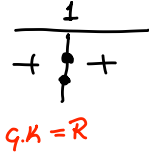
fonksiyonunun x_1 sayısında görüntüsü 0 olup, $f(x)$ fonksiyonu x_1 sayısında işaret değiştirmez.

1. $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(x-1)^2 \geq 0$$

$$x_1 = 1 \text{ (Çift katlı)}$$

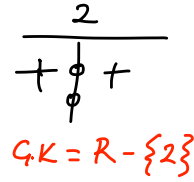


2. $x^2 - 4x + 4 > 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(x-2)^2 > 0$$

$$x_1 = 2 \text{ (Çift katlı)}$$

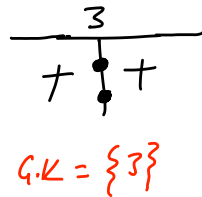


3. $x^2 - 6x + 9 \leq 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(x-3)^2 \leq 0$$

$$x_1 = 3 \text{ (Çift katlı)}$$

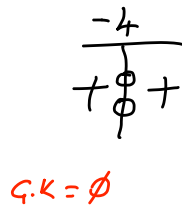


4. $x^2 + 8x + 16 < 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$$(x+4)^2 < 0$$

$$x_1 = -4 \text{ (Çift katlı)}$$



Δ < 0 Durumunun İncelenmesi

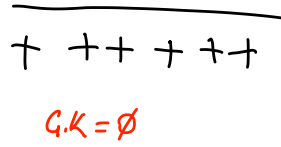
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunda görüntü hiç bir x sayısında sıfır lamadığından $f(x)$ fonksiyonu işaret değiştirmez.

1. $x^2 - x + 2 < 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

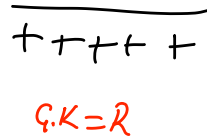
$\Delta < 0$ olduğundan kök yok.



2. $x^2 + 2x + 8 > 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

$\Delta < 0$ kök yok.



3. Reel sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = 2x^2 + mx + 8$ fonksiyonu veriliyor.

Her x reel sayı değeri için $f(x) > 0$ eşitsizliği geçerli olduğuna göre, m reel sayısının alabileceği değerlerin bulunduğu aralığı yazınız.

Demek ki kök yok. $\Delta < 0$

$$m^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 < 0$$

$$m^2 < 64$$

$$-8 < m < 8$$

$$\text{Ç.K} = (-8, 8)$$

2. Dereceden Eşitsizlikler

g(x) · h(x) Biçimindeki Fonksiyonların İşaretlerinin İncelenmesi

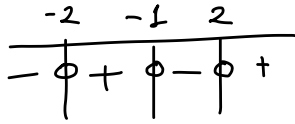
$f(x) = g(x) \cdot h(x)$ olmak üzere, $f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu oluşturulurken $g(x) = 0$ ve $h(x) = 0$ denklemlerinin çözüm kümesi bulunarak $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi oluşturulur.

Oluşturulan çözüm kümesindeki köklerde $f(x)$ fonksiyonun işaret değiştirip değiştirmeyeceği de tespit edilerek $f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu oluşturulur.

1. $(x^2 - 4) \cdot (x + 1) < 0$

eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$x_1 = 2$
 $x_2 = -2$
 $x_3 = -1$



Ç.K = $(-\infty, -2) \cup (-1, 2)$

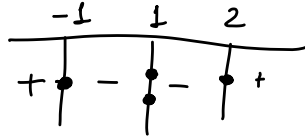
2. $(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 3x + 2) \leq 0$

eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 3x + 2) \leq 0$

$x_1 = 1$ $x_3 = 2$
 $x_2 = -1$ $x_4 = 1$

* 1 çift katlı kök

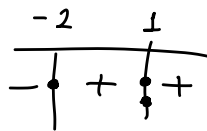


Ç.K = $[-1, 2]$

3. $(x - 1)^2 \cdot (x + 2)^3 \leq 0$

eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$x_1 = 1$ (çift katlı)
 $x_2 = -2$



Ç.K = $(-\infty, -2) \cup \{1\}$

$\frac{g(x)}{h(x)}$ Biçimindeki Fonksiyonların İşaretlerinin İncelenmesi

$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ olmak üzere, $f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu

oluşturulurken $g(x) = 0$ ve $h(x) = 0$ denklemlerinin çözüm kümesi bulunarak $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi oluşturulur.

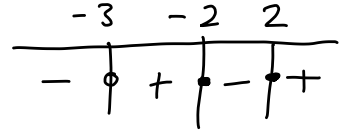
Oluşturulan çözüm kümesindeki köklerde $f(x)$ fonksiyonun işaret değiştirip değiştirmeyeceği de tespit edilerek $f(x)$ fonksiyonunun işaret tablosu oluşturulur.

1. $\frac{x^2 - 4}{x + 3} \geq 0$

eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$\frac{x^2 - 4}{x + 3} \geq 0$

$x_1 = 2$
 $x_2 = -2$
 $x_3 = -3$



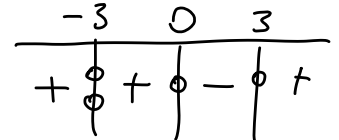
Ç.K = $(-3, -2] \cup [2, \infty)$

2. $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} < 0$

eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$\frac{x^2 - 9}{x \cdot (x + 3)} < 0$

$x_1 = 3$
 $x_2 = -3$ (çift katlı)
 $x_3 = 0$



Ç.K = $(0, 3)$

3. $\frac{3x + 6}{x - 1} \leq 2$

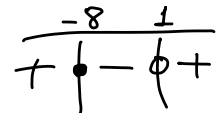
eşitsizliğin reel sayılardaki çözüm kümesini yazınız.

$\frac{3x + 6}{x - 1} - 2 \leq 0$

$\frac{3x + 6 - 2x + 2}{x - 1} \leq 0$

$\frac{x + 8}{x - 1} \leq 0$

$x_1 = -8$
 $x_2 = 1$

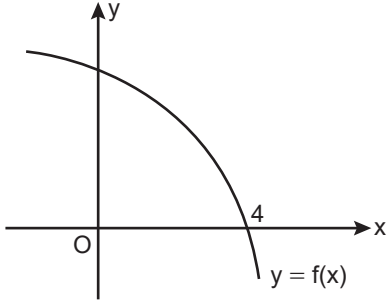


Ç.K = $[-8, 1)$

2. Dereceden Eşitsizlikler

Grafikten Faydalanarak Çözüm Kümesi Bulma - 1

1.



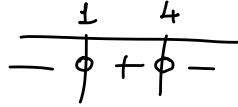
Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini kullanarak

$$(x - 1) \cdot f(x) > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini yazınız.

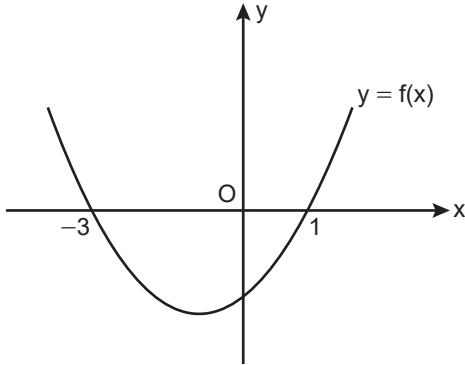
$$(x - 1) \cdot f(x) > 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 4$$



$$\text{Ç.K} = (1, 4)$$

2.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini kullanarak

$$\frac{x+2}{f(x)} \geq 0$$

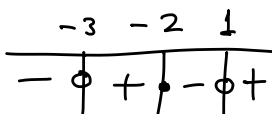
eşitsizliğinin çözüm kümesini yazınız.

$$\frac{x+2}{f(x)} \geq 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -3$$

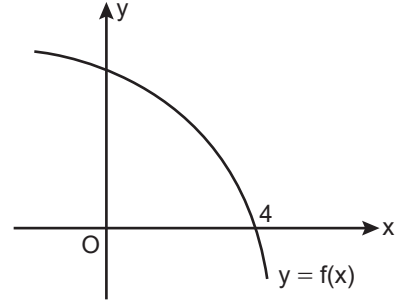
$$x_3 = 1$$



$$\text{Ç.K} = (-3, -2] \cup (1, \infty)$$

Grafikten Faydalanarak Çözüm Kümesi Bulma - 2

1.



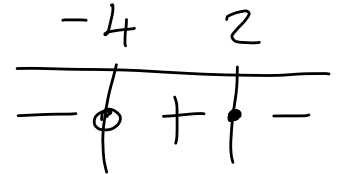
Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini kullanarak

$$\frac{f(x+2)}{f(-x)} \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini yazınız.

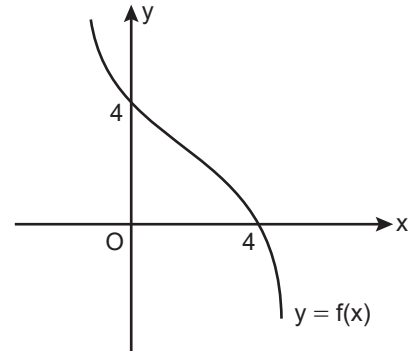
$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -4$$



$$\text{Ç.K} = (-4, 2]$$

2.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğini kullanarak

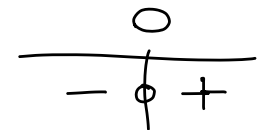
$$(f \circ f)(x) < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini yazınız.

$$f(f(x)) < 0$$

$$f(x) = 4$$

$$x = 0$$



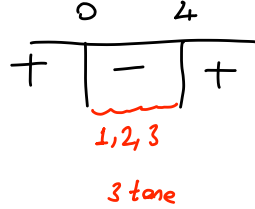
$$\text{Ç.K} = (-\infty, 0)$$

Ödev Testi

2. Dereceden Eşitsizlikler

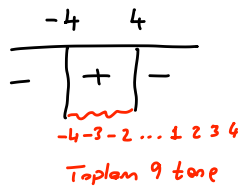
1. Karesi, 4 katından küçük olan kaç tane tam sayı vardır?

$$x^2 < 4x$$
$$x^2 - 4x < 0$$
$$x \cdot (x-4) < 0$$
$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$



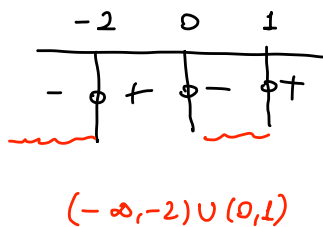
2. $16 - x^2 < 0$ eşitsizliğini sağlamayan kaç tane tam sayı vardır?

$$(4-x) \cdot (4+x) < 0$$
$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$



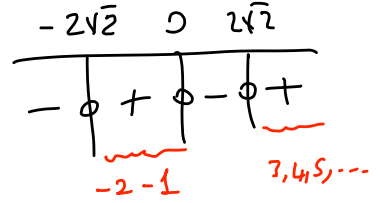
3. $x^3 + x^2 - 2x < 0$ eşitsizliğinin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini yazınız.

$$x \cdot (x^2 + x - 2) < 0$$
$$x \cdot (x+2) \cdot (x-1) < 0$$
$$x_1 = 0$$
$$x_2 = -2$$
$$x_3 = 1$$



4. $x^3 - 8x > 0$ eşitsizliğini sağlayan en küçük tam sayı kaçtır?

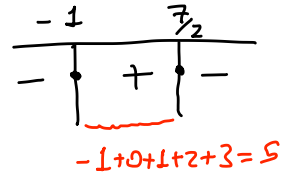
$$x \cdot (x^2 - 8) > 0$$
$$x \cdot (x - 2\sqrt{2}) \cdot (x + 2\sqrt{2}) > 0$$
$$x_1 = 0$$
$$x_2 = 2\sqrt{2}$$
$$x_3 = -2\sqrt{2}$$



En küçük -2

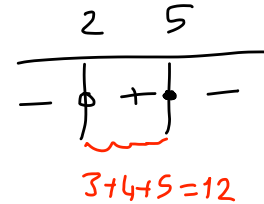
5. $-2x^2 + 5x + 7 \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

$$-2x^2 + 5x + 7 \geq 0$$
$$-2x^2 - x + 7 \geq 0$$
$$(-2x+7) \cdot (x+1) \geq 0$$
$$x_1 = \frac{7}{2} \quad x_2 = -1$$



6. $\frac{5-x}{x-2} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

$$x_1 = 5$$
$$x_2 = 2$$



2. Dereceden Eşitsizlikler

Ödev Testi

11. Sınıf

7. $\frac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3} \leq 0$

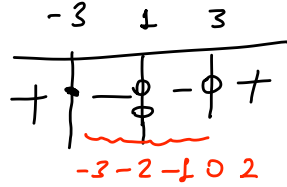
eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

$$\frac{(x+3) \cdot (x-1)}{(x-3) \cdot (x-1)}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 1 \text{ (çift katlı)}$$

$$x_3 = 3$$



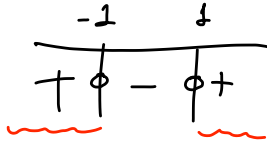
5 tane

8. $\frac{x^2+1}{x^2-1} \geq 0$

eşitsizliğinin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini yazınız.

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1$$



$\text{Ç.K} = \mathbb{R} - [-1, 1]$

9. $\frac{x^2+1}{2x} \geq -1$

eşitsizliğinin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini yazınız.

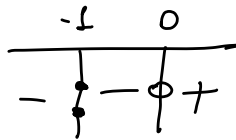
$$\frac{x^2+1}{2x} + 1 \geq 0$$

$$\frac{x^2+2x+1}{2x} \geq 0$$

$$\frac{(x+1)^2}{2x} \geq 0$$

$$x_1 = -1 \text{ (çift katlı)}$$

$$x_2 = 0$$



$\text{Ç.K} = \{-1\} \cup (0, \infty)$

10. $\frac{2}{x-3} > 1$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

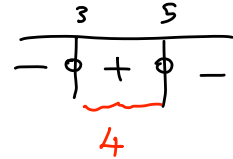
$$\frac{2}{x-3} - 1 > 0$$

$$\frac{2-x+3}{x-3} > 0$$

$$\frac{5-x}{x-3} > 0$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 3$$



1 tane

11. $a < 0 < b$ olduğuna göre,

$$(x^2 + ax) \cdot (x + b) < 0$$

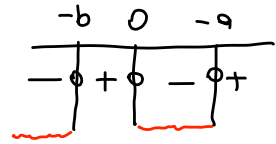
eşitsizliğinin çözüm kümesini yazınız.

$$x \cdot (x+a) \cdot (x+b) < 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = -a$$

$$x_3 = -b$$



$\text{Ç.K} = (-\infty, -b) \cup (0, -a)$

12. $x^2 + (x+2)^2 < (x+4)^2$

eşitsizliğinin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini yazınız.

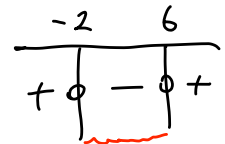
$$x^2 + x^2 + 4x + 4 < x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

$$(x-6) \cdot (x+2) < 0$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = -2$$



$\text{Ç.K} = (-2, 6)$

ACIL MATEMATİK

1. m ve n birer reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + mx - n < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi $(-1, 2)$ olarak veriliyor.

Buna göre, m - n farkı kaçtır?

- AAA A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

Kökler -1 ve 2

$$\begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ + \phi - \phi + \end{array}$$

$$\begin{aligned} x = -1 \text{ için } (-1)^2 - m - n &= 0 & m + n &= 1 \\ x = 2 \text{ için } 2^2 + 2m - n &= 0 & 2m - n &= -4 \\ & & 3m &= -3 \\ & & m &= -1 \\ & & n &= 2 \\ & & m - n &= -3 \end{aligned}$$

2. a ile b birer reel sayı olmak üzere,

$$\frac{x+a}{x-b} \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesi $(2, 6]$ olarak veriliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- BBB A) -8 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

$$\begin{array}{c} 2 \quad 6 \\ + \phi - \phi + \\ (2, 6] \end{array}$$

$x_1 = b = 2$
 $x_2 = -a = 6$ $a = -6$
 $a + b = -4$

3. $mx^2 - 3x + 1 < 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- BBB A) $m > 3$ B) $m > \frac{9}{4}$ C) $m \geq \frac{9}{4}$

D) $m < \frac{9}{4}$ E) $m \leq \frac{9}{4}$

Kök olmalı. $\Delta < 0$

$$\begin{aligned} (-3)^2 - 4 \cdot m \cdot 1 &< 0 \\ 9 &< 4m \\ m &> \frac{9}{4} \end{aligned}$$

4. $x^2 - 6x + m > 0$

eşitsizliği her x reel sayı değeri için sağlandığına göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- CCC A) $m \geq 9$ B) $m \leq 9$ C) $m > 9$
D) $m > 9$ E) $m = 9$

$\Delta < 0$ olmalı.

$$\begin{aligned} (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m &< 0 \\ 36 &< 4m \\ m &> 9 \end{aligned}$$

5. $-2x^2 + 4x + m + 1 \geq 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- AAA A) $m = -3$ B) $m > -3$ C) $m < -3$
D) $m \geq -3$ E) $m \leq -3$

$\Delta = 0$ olmalı.

$$\begin{aligned} 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (m+1) &= 0 \\ 16 + 8m + 8 &= 0 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

tek eleman
(çift katlı kök)

6. $\frac{1}{x-1} \leq \frac{1}{2x-6}$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane doğal sayı vardır?

- DDD A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2x-6} \leq 0$$

$$\frac{2x-6-x+1}{(2x-6)(x-1)} \leq 0$$

$$\frac{x-5}{(2x-6)(x-1)} \leq 0$$

$x_1 = 5$
 $x_2 = 3$
 $x_3 = 1$

$$\begin{array}{c} 1 \quad 3 \quad 5 \\ - \phi + \phi - \phi + \\ 0 \quad 4, 5 \end{array}$$

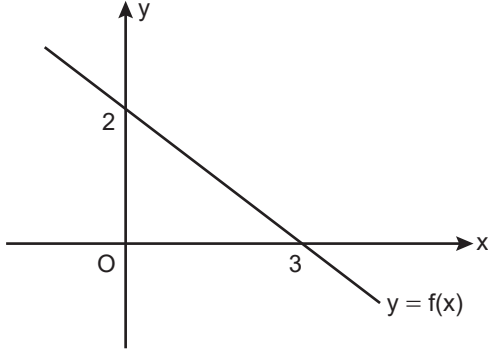
3 tane

2. Dereceden Eşitsizlikler

Uygulama Testi

11. Sınıf

7. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



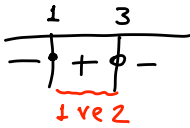
Buna göre, $\frac{x-1}{f(x)} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane

tam sayı vardır?

- BBB A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$x_1 = 1$

$x_2 = 3$



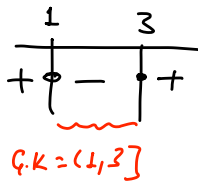
8. $\frac{2^x - 8}{x - 1} \leq 0$

eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- BBB A) (1, 3) B) (1, 3] C) [1, 3] D) [1, 3) E) (2, 3]

$x_1 = 3$

$x_2 = 1$



9. $f(x) = \sqrt{6 + 5x - x^2}$

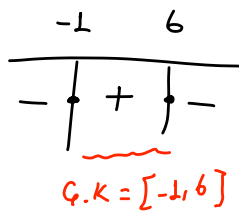
fonksiyonun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- CCC A) (-1, 6) B) (-6, 1) C) [-1, 6] D) [-6, 1] E) $\mathbb{R} - (-1, 6)$

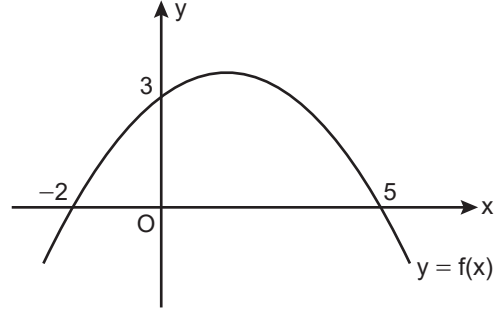
$f(x) = \sqrt{(x+6)(x-1)} \geq 0$

$x_1 = 6$

$x_2 = -1$



10. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



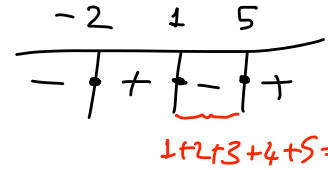
Buna göre, $(1 - x) \cdot f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

- EEE A) 9 B) 11 C) 12 D) 14 E) 15

$x_1 = 1$

$x_2 = -2$

$x_3 = 5$



11. $\frac{\sqrt{x-3}}{x^2-25} \leq 0$

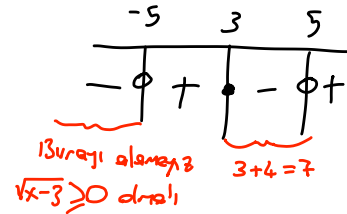
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- AAA A) 7 B) 9 C) 11 D) 12 E) 13

$x_1 = 3$

$x_2 = 5$

$x_3 = -5$



12. Dik koordinat düzleminde

$y = x^2 + 3x - 15$

parabolün üzerinde koordinatları tam sayı olan noktalar inceleniyor.

Buna göre, bu noktalardan kaç tanesinde apsis ordinattan büyüktür?

- BBB A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

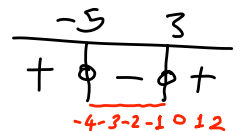
$(x, y) \quad x > x^2 + 3x - 15$

$x^2 + 2x - 15 < 0$

$(x, x^2 + 3x - 15)$

$(x+5)(x-3) < 0$

$x_1 = -5 \quad x_2 = 3$



7 tane

ACIL MATEMATİK

1. Tam sayılar kümesinde

$$x^2 - 5x + 4 < 0$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayılar aynı zamanda da

$$x^2 + mx + n = 0$$

denkleminin birer köküdür.

Buna göre, $n - m$ farkı kaçtır?

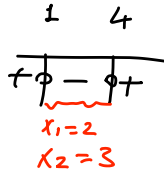
EEE

- A) 1 B) 3 C) 7 D) 9 E) 11

$$(x-4) \cdot (x-1) < 0$$

$$x_1 = 1$$

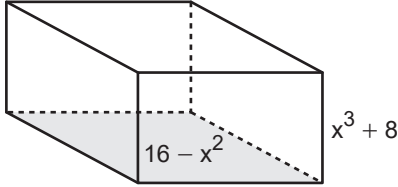
$$x_2 = 4$$



$$x_1 + x_2 = 5 = -m \Rightarrow m = -5 \quad n - m = 6 - (-5) = \underline{\underline{11}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 4 = n$$

2. Aşağıda taban alanı $16 - x^2$ birimkare ve yüksekliği $x^3 + 8$ birim olan bir dikdörtgenler prizması gösterilmiştir.



Buna göre, bu ölçülerde prizmanın çizilebilmesi için x 'in alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

DDD

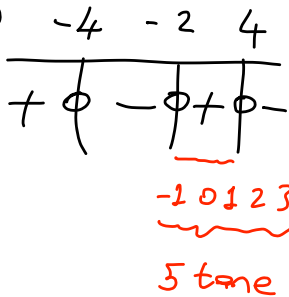
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$(16 - x^2) \cdot (x^3 + 8) > 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -4$$

$$x_3 = -2$$



3. m ve n birer reel sayıdır.

Reel sayılar kümesinde

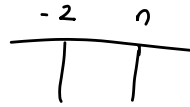
$$mx^2 + nx - 12 \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi $[-2, n]$ olarak veriliyor.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

BBB

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13



$$x_1 + x_2 = -2 + n = -\frac{n}{m}$$

$$n - 2 = -1$$

$$n = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-12}{m} = (-2) \cdot (1)$$

$$m = 6$$

$$\underline{\underline{m+n=7}}$$

4. mn ve nm iki basamaklı ve rakamları farklı birer doğal sayıdır.

$$(x - mn) \cdot (x - nm) < 0$$

eşitsizliğini sağlayan 71 tane x değeri vardır.

Buna göre, mn sayısının rakamlar toplamı kaçtır?

AAA

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Kökler mn ve nm



$$nm - mn - 1 = 71$$

$$nm - mn = 72$$

$$9 \cdot (n - m) = 72$$

$$n - m = 8$$

$$n = 9$$

$$m = 1$$

$$\underline{\underline{m+n=10}}$$

2. Dereceden Eşitsizlikler

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = x^2$ fonksiyonu için

$$\frac{f(x-4)}{f(x)-4} > 0$$

$$f(x-4) = (x-4)^2$$

$$f(x)-4 \Rightarrow x^2-4$$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, bu eşitsizliği sağlayan en küçük üç farklı doğal sayının toplamı kaçtır?

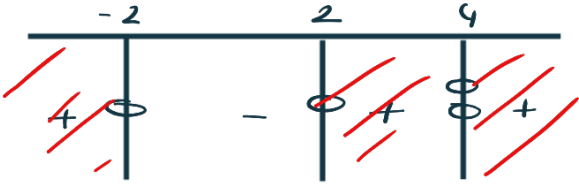
DDD

- A) 11 B) 12 C) 13 ~~D) 14~~ E) 15

$$\frac{(x-4)^2}{x^2-4} > 0$$

$x = 4$ çift zettir

$$\rightarrow (x-2)(x+2) \Rightarrow x = 2, x = -2$$



doğal sayı $\Rightarrow \{3, 5, 6\}$

7. Reel sayılar kümesinde tanımlı

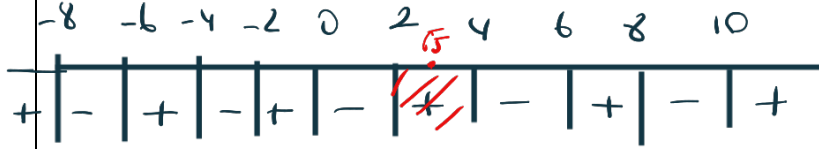
$$f(x) = (x+8) \cdot (x+6) \cdot (x+4) \cdot \dots \cdot (x-10)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

AAA

- ~~A) $f(\sqrt{5}) > 0$~~ B) $f(\sqrt{3}) > 0$ C) $f(\sqrt{2}) > 0$
D) $f(5) > 0$ E) $f(7) < 0$



6. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x + 4$$

$$g(x) = 2x + 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x^2 - x + 1) > g(x^2 - 1)$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?

BBB

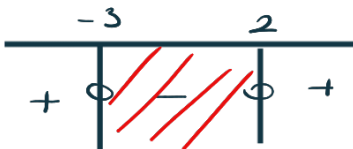
- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -5

$$f(x^2 - x + 1) = x^2 - x + 5$$

$$g(x^2 - 1) = 2x^2 - 1$$

$$x^2 - x + 5 > 2x^2 - 1$$

$$0 > x^2 + x - 6 \quad (x+3)(x-2) < 0$$



-2 //

8. Başkatsayısı ve sabit terimi aynı pozitif reel sayı olan bir $P(x)$ polinomu,

$$(x-1) \cdot P(x) < P(x)$$

eşitsizliğini sağlamaktadır. ✓

$P(x)$ polinomunun derecesi 1 olduğuna göre, bu eşitsizliğin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

EEE

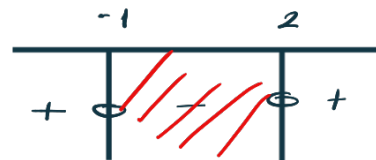
- A) (1, 2) B) (-1, 1) C) (-2, 1)

D) (-2, 2) E) (-1, 2)

$$(x-1) \cdot P(x) - P(x) < 0 \quad P(x) \cdot (x-2) < 0$$

$$(ax+a)(x-2) < 0$$

$$x = -1, x = 2$$



2. Dereceden Eşitsizlikler

İkinci Dereceden Eşitsizlik Sistemleri - 1

$f(x)$ ve $g(x)$ birer fonksiyon olmak üzere

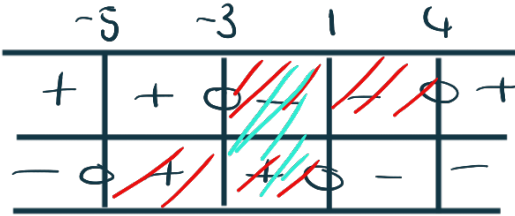
$$f(x) < 0$$

$$g(x) > 0$$

gibi en az iki eşitsizlikten oluşan eşitsizlik sistemleri çözümlerken, eşitsizliklerin çözüm kümelerinin kesişim kümesi bulunur.

1. $(x+3) \cdot (x-4) < 0$ $\Sigma -3, 4$
 $(1-x) \cdot (x+5) > 0$ $\Sigma 1, -5$

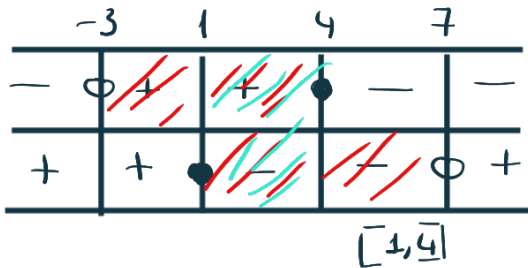
eşitsizlik sisteminin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



$$(-3, 1)$$

2. $\frac{4-x}{x+3} \geq 0$ $x=4, x=-3$
 $\frac{x-1}{x-7} \leq 0$ $x=1, x=7$

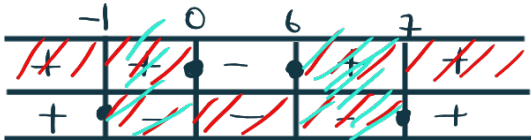
eşitsizlik sisteminin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



3. $4x+1 \leq (x-1)^2 \leq 4x+8$
 eşitsizlik sistemini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

$$\begin{cases} 4x+1 \leq x^2-2x+1 \\ 0 \leq x^2-6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2x+1 \leq 4x+8 \\ x^2-6x-7 \leq 0 \end{cases}$$

$$x(x-6) \geq 0 \quad (x-7) \cdot (x+1) \leq 0$$



$$\Sigma -1, 0, 6, 7$$

1. $(-3, 1)$ 2. $[1, 4]$ 3. 4

İkinci Dereceden Eşitsizlik Sistemleri - 2

$a \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonu her x reel sayısı için

- $f(x) < 0$ olduğunda

$$\Delta < 0$$

$$a < 0$$

- $f(x) > 0$ olduğunda

$$\Delta < 0$$

$$a > 0$$

eşitsizlik sistemleri çözümlenmelidir.

1. $ax^2 - ax - 2 < 0$

eşitsizliği her x reel sayısı için sağlandığına göre, a 'nın alabileceği değerleri bulunuz.

$$\Delta < 0 \quad \underline{a < 0}$$

$$a^2 + 8a < 0 \Rightarrow a(a+8) < 0$$



$$(-8, 0)$$

2. $f(x) = x^2 + 6x + p - 1$

olmak üzere her x reel sayısı için $f(x) > 2$ eşitsizliği sağlanmaktadır.

Buna göre, p 'nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

$$x^2 + 6x + p - 1 > 2$$

$$x^2 + 6x + p - 3 > 0$$

$$\Delta < 0 \quad 36 - 4(p-3) < 0$$

$$48 - 4p < 0$$

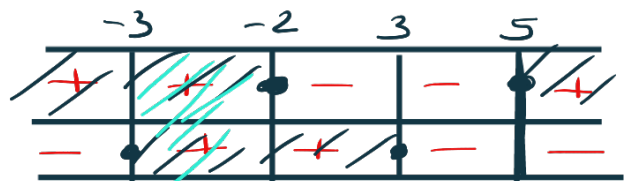
$$12 < p$$

$$p_{\min} = 13$$

3. $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10} + \sqrt{9 - x^2}$

fonksiyonunun en geniş kümesini bulunuz.

$$(x-5) \cdot (x+2) \geq 0 \quad (3-x) \cdot (3+x) \geq 0$$



$$[-3, -2]$$

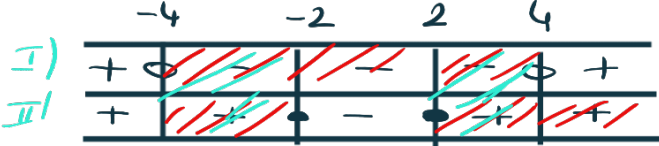
1. $(-\infty, 8)$ 2. 13 3. $[-3, -2]$

Ödev Testi

2. Dereceden Eşitsizlikler

1. $x^2 - 16 < 0$ $(x-4) \cdot (x+4) < 0$
 $x^2 - 4 \geq 0$ $(x-2) \cdot (x+2) \geq 0$

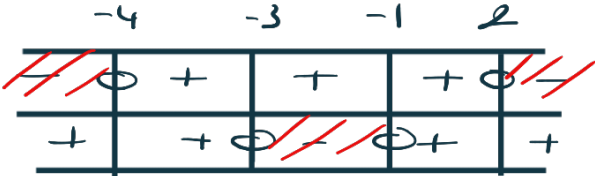
eşitsizlik sisteminin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



$(-4, -2] \cup [2, 4)$

2. $\frac{x+4}{2-x} < 0$ $\rightarrow x = -4$ $\rightarrow x = 2$
 $(x+2)^2 - 1 < 0$ $(x+2-1) \cdot (x+2+1) < 0$ $\rightarrow x = -1$ $\rightarrow x = -3$

eşitsizlik sisteminin reel sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.



Ortal çözüm yok \emptyset

3. $x^2 - |x| \leq 2$
 eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

$x \geq 0$ için $x^2 - x - 2 \leq 0$ $(x-2) \cdot (x+1) \leq 0$
 -1 2
 + - +
 $\in \{0, 1, 2, 3\}$

$x < 0$ için $x^2 + x - 2 \leq 0$ $(x+2) \cdot (x-1) \leq 0$
 -2 1
 + - +
 $\in \{-1, -2, 3\}$

5 tane "

4. $2 < x^2 - x \leq 20$
 eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

$2 < x^2 - x$ $0 < x^2 - x - 2$
 $0 < (x-2) \cdot (x+1)$
 $x^2 - x \leq 20$ $x^2 - x - 20 \leq 0$

$(x-5) \cdot (x+4) \leq 0$



$[-4, -1) \cup [2, 5]$ 6 tane tam sayı

5. Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ parabolü daima,

$y = x^2 + 3x + 1$

$y = x^2 + 3x + 11$

parabelleri arasındadır.

$f(1) = 8$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

$f(x) = x^2 + 3x + c$
 $f(1) = 4 + c = 8$ $c = 4$

$f(x) = x^2 + 3x + 4$
 $f(-1) = 1 - 3 + 4 \Rightarrow 2$

6. Her x reel sayı değeri için

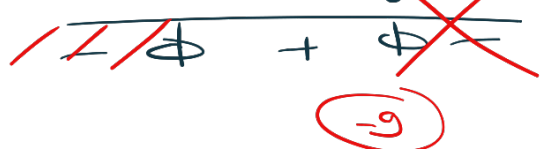
$ax^2 + 16x + a < 0$

eşitsizliği sağlandığına göre, en büyük a tam sayısı kaçtır?

$\Delta < 0$ $(16)^2 - 4(a) \cdot a < 0$

$16^2 - 4a^2 < 0$

$(16 - 2a) \cdot (16 + 2a) < 0$
 -8 8



2. Dereceden Denklemde Kök Varlığı ve İşareti

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde reel köklerin varlığı için $\Delta > 0$ veya $\Delta \geq 0$ eşitsizlikleri kesinlikle sağlanmalıdır.

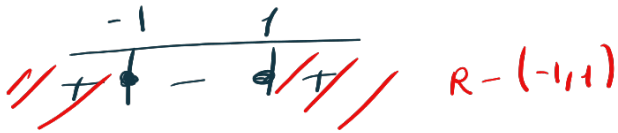
Köklerin işaret bilgisi ile $x_1 + x_2$ ve $x_1 \cdot x_2$ ifadelerinin işaretleri yorumlanmalıdır.

1. $x^2 + 2mx + 1 = 0$

denkleminin iki reel kökü olduğuna göre, m'nin alabileceği değerleri bulunuz.

$\Delta \geq 0 \quad 4m^2 - 4 \geq 0 \quad 4(m^2 - 1) \geq 0$

$4(m-1)(m+1) \geq 0$

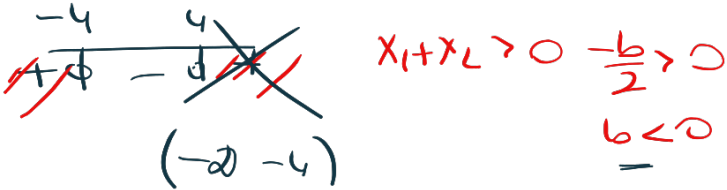


2. $2x^2 + bx + 2 = 0$

denkleminin pozitif işaretli iki farklı reel kökü olduğuna göre, b'nin alabileceği değerleri bulunuz.

$\Delta > 0 \quad b^2 - 4(2 \cdot 2) > 0$

$b^2 - 16 > 0 \quad (b-4)(b+4) > 0$

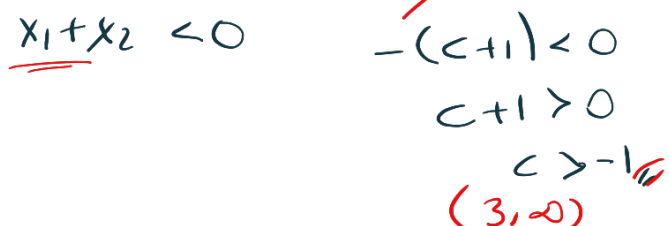


3. $x^2 + (c+1)x + 4 = 0$

denkleminin negatif işaretli iki farklı reel kökü olduğuna göre, c'nin alabileceği değerleri bulunuz.

$\Delta > 0 \quad c^2 + 2c - 15 > 0$

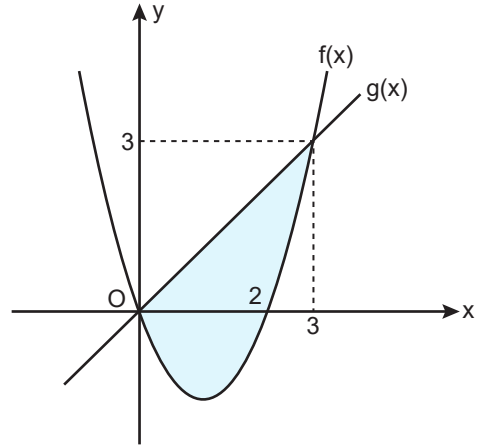
$(c+5)(c-3) > 0$



1. $\mathbb{R} - (-1, 1)$ 2. $(-\infty, -4)$ 3. $(3, \infty)$

Analitik Düzlemde Eşitsizlik Sistemi Yazma

1.



Yukarıda $y = f(x)$ parabolü ile $y = g(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

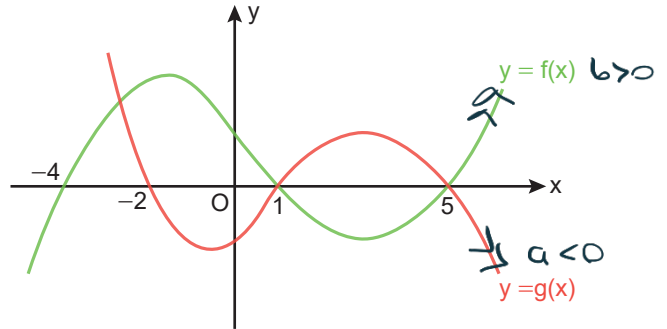
Buna göre, boyalı bölgedeki (x, y) noktalarını ifade eden eşitsizlik sistemi yazınız.

$f(x) = a \cdot (x) \cdot (x-2) \quad f(3) = 3$

$f(x) = x^2 - 2x \quad g(x) = x$

$x^2 - 2x > 0, \quad x \leq 0$

2.

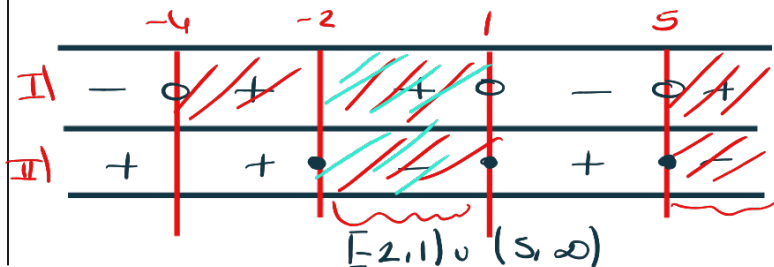


Buna göre,

I) $f(x) > 0 \quad b(x+4)(x-1)(x-5) \quad \{ -4, 1, 5 \}$

II) $g(x) \leq 0 \quad a(x-1)(x-5)(x+2) \quad \{ 1, 5, -2 \}$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini yazınız.



1. $y \geq x^2 - 2x$
 $y \leq x$ 2. $[-2, 1) \cup (5, \infty)$

Ödev Testi

2. Dereceden Eşitsizlikler

1. c reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + (c + 1)x + c = 0$$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 'dir.

Buna göre,

- I. $0 < x_1 < x_2$
- II. $x_1 < 0 < x_2$ ✓
- III. $x_1 < x_2 < 0$ ✓

ifadelerinden hangileri doğru olamaz?

	x_1+x_2	x_1x_2	x_1+x_2	x_1x_2	
I)	+	+	$-c-1$	c	olamaz
II)	?	-	$-c-1$	c	olabilir
III)	-	+	$-c-1$	c	olabilir.

2. $x^2 + (m - 2)x - 4 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 'dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 0$$

olduğuna göre, m'nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

$$\Delta > 0 \quad m^2 - 4m + 20 > 0$$

$$\frac{x_1+x_2}{x_1x_2} < 0 \quad \frac{2-m}{-4} < 0$$

en büyük 1

3. a bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 - (a - 2)x - 2a = 0$$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 'dir.

$$x_1 < x_2 < 0$$

$$x_1 \cdot x_2 > 10$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

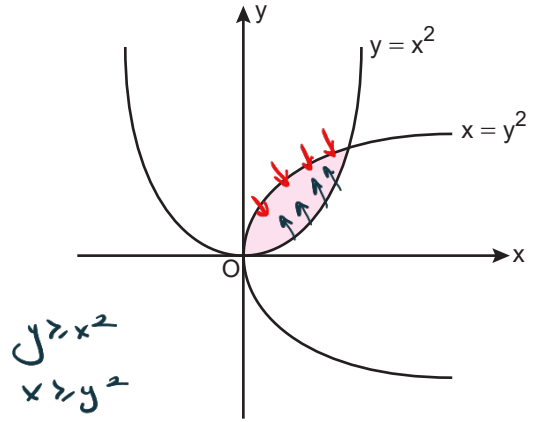
$$x_1 + x_2 < 0$$

$$0 - 2 < 0 \quad a < 2$$

$$x_1 x_2 > 10 \quad -2a > 10 \quad a < -5$$

en büyük -6

4.

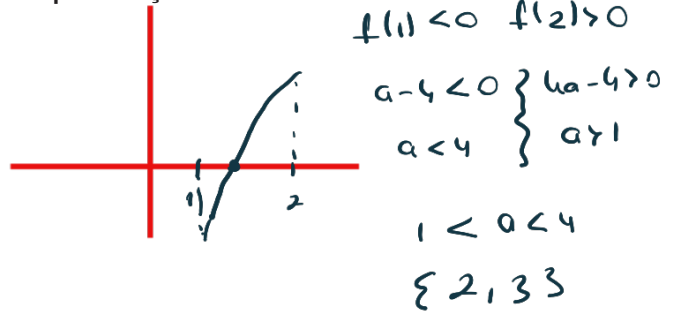


Dik koordinat düzleminde boyalı bölgedeki (x, y) noktalarını ifade eden eşitsizlik sistemini yazınız.

5.

$$ax^2 - 4 = 0$$

denkleminin köklerinden sadece biri (1, 2) aralığında olduğuna göre, a'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?



6.

Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 8 - 2x$$

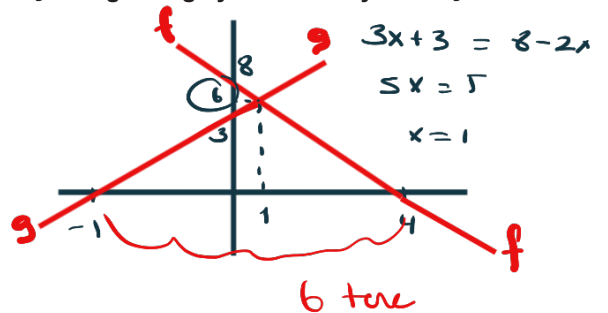
$$g(x) = 3x + 3$$

fonksiyonları veriliyor.

h(x) fonksiyonu, $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$ biçiminde tanımlandığına göre,

$$h(x) \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayıları kaç tanedir?



1. $(\sqrt{x} - 2) \cdot (5 - \sqrt{x}) > 0$

eşitsizliğini sağlayan x'in en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- DDD A) 4 B) 6 C) 21 ~~D) 24~~ E) 26

$$\sqrt{x} = 2, \quad 5 = \sqrt{x}$$

$$\frac{4}{- \quad + \quad -}$$

2. $(n! - 24) \cdot (n! - 2) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane n doğal sayısı vardır?

- DDD A) 0 B) 1 C) 2 ~~D) 3~~ E) 4

$$\Sigma 2, 3, 4, 3$$

3. $\frac{x-7}{x-\sqrt{7}} < 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- CCC A) 2 B) 3 ~~C) 4~~ D) 5 E) 6

$$\frac{7}{+ \quad - \quad - \quad +}$$

$$\Sigma 3, 4, 5, 6, 3$$

4. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 5}}{\sqrt{16 - x^2}} \Rightarrow \Delta < 0$ *denim pozitif*
 $\Rightarrow 16 - x^2 > 0$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- DDD A) (-4, 0) B) (0, 4) C) [-4, 4]
~~D) (-4, 4)~~ E) (4, ∞)

$$\frac{-4}{- \quad + \quad -}$$

5. $|a| = a \Rightarrow a \geq 0$
 $a^2 > \frac{27}{a}$

eşitsizliğini sağlayan a değerleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- BBB A) $a > 9$ ~~B) $a > 3$~~ C) $a \leq 3$
D) $0 < a < 3$ E) $0 < a < 9$

$$a^2 - \frac{27}{a} > 0 \quad \frac{a^3 - 27}{a} > 0$$

$$(a-3)(a^2+3a+9) < 0$$

$$\frac{3}{+ \quad - \quad +}$$

6. $\frac{(x+2) \cdot (x+4) - 8}{(x-1) \cdot (x+5) + 5} < 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayısı kaçtır?

- CCC A) -7 B) -6 ~~C) -5~~ D) -4 E) -3

$$\frac{x^2+6x}{x^2+4x} < 0 \quad \frac{x(x+6)}{x(x+4)} < 0$$

$$\frac{-6 \quad -4 \quad 0}{+ \quad - \quad + \quad +}$$

2. Dereceden Eşitsizlikler

Uygulama Testi

11. Sınıf

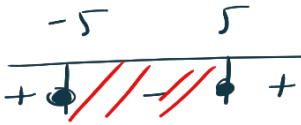
7.
$$0 \leq \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x-3} + \sqrt{9-x}} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x'in kaç tane tam sayı değeri vardır?

- DDD A) 0 B) 1 C) 2 ~~D) 3~~ E) 4

$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$, $9-x \geq 0 \Rightarrow 9 \geq x$

$x^2 - 25 \leq 0$, $(x-5) \cdot (x+5) \leq 0$



$\{ -5, -4, \dots, 0, 1, 2, \dots, 5 \}$

$3 \leq x \leq 9 \Rightarrow \{ 3, 4, 5 \}$

8. Dik koordinat düzleminde

$y = -x^2 + (m-2)x - 4$

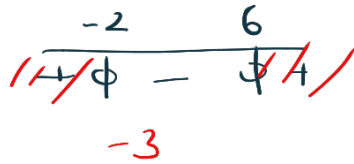
parabolü Ox eksenini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre, m'nin en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

- CCC A) -5 B) -4 ~~C) -3~~ D) -2 E) -1

$\Delta > 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(-4)(-1) > 0$

$m^2 - 4m - 12 > 0 \Rightarrow (m-6)(m+2) > 0$



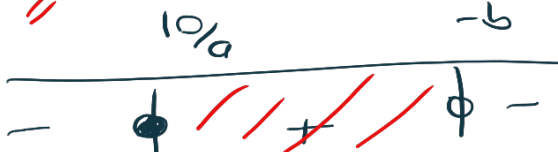
-3

9. $\frac{ax-10}{x+b} \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi $[-5, 3]$ olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

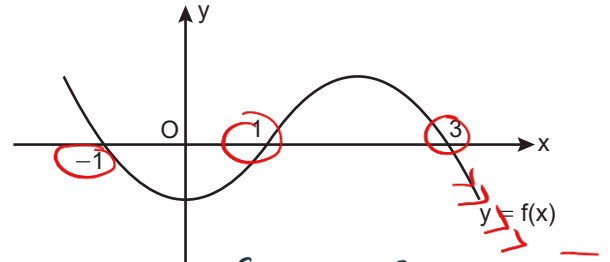
- AAA ~~A) 6~~ B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

$x = \frac{10}{a}$, $x = -b$



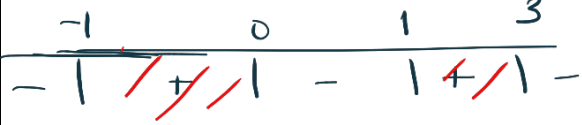
$\frac{10}{a} = -5 \Rightarrow a = -2$, $-b = 3 \Rightarrow b = -3$

10.



Buna göre, $\frac{f(x)}{x} > 0$ eşitsizliğini sağlayan x'in tam sayı değeri kaçtır?

- CCC A) -3 B) -2 ~~C) 2~~ D) 4 E) 5



{ 2 }

11. Bir ayrıtı a birim olan bir küpün hacminin sayısal değeri tüm ayrıtlarının uzunluğunun sayısal değerinden daha büyüktür.

Buna göre, bu küpün yüzey alanının birimkare cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- CCC A) 71 B) 72 ~~C) 73~~ D) 95 E) 96



$V = a^3$ ayrıtı $\Rightarrow 12a$

$a^3 > 12a \Rightarrow a^3 - 12a > 0$

$a(a^2 - 12) > 0$



yüzey alanı $6a^2$
 $a > 2\sqrt{3} \Rightarrow a^2 > 12$
 $6a^2 > 72 \Rightarrow 73$

12. m ile n birer tam sayı

- $m = -n^2 + 5n + 6$
- $m > 0$
- $n > 0$

olduğuna göre, yukarıdaki ifadeleri sağlayan kaç tane (m, n) ikilisi vardır?

- BBB A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$m > 0$ için $-(n^2 - 5n - 6) > 0$

$-(n-6) \cdot (n+1) > 0$



$\{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

ACIL MATEMATİK

1. Bir kırtasyede kalınlığı önemsiz kare biçimindeki yazı tahtalarının satış fiyatı için iki ayrı kampanya belirlenmiştir.

1. Kampanya : Yüzey alanı üzerinden birimkare başına 60 TL

$$x^2 \cdot 60$$

2. Kampanya : Çevre uzunluğu üzerinden birim başına 120 TL

$$4x \cdot 120$$

Bir ayrıtı x birim olan bu yazı tahtalarından almak isteyen bir müşteri 2. kampanyanın daha hesaplı olduğunu fark ediyor.

Buna göre, x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- ccc A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$60x^2 > 4x \cdot 120$$

$$60x^2 > 480x \quad 0 \quad 8$$

$$x(x-8) < 0 \quad + \quad - \quad + \quad -$$

2. Dik koordinat düzleminde

$$y = ax^2 + 3x + 4 \quad ax^2 + 3x + 4 = x + 3$$

$$y = x + 3 \quad ax^2 + 2x + 1 = 0$$

denklemleri ile verilen parabol ile doğru kesişmemektedir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- ddd A) $a \geq 1$ B) $a < 1$ C) $a > 0$

$$\Delta < 0 \quad D) a > 1 \quad E) 0 < a < 1$$

$$4 - 4(a+1) < 0 \quad 4 < 4a$$

$$1 < a$$

3. $(x-4) \cdot (x+2) \cdot (x-1) < 5-5x$

eşitsizliğinin doğal sayılar kümesinde çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- ddd A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$$(x-4) \cdot (x+2) \cdot (x-1) + 5(x-1) < 0$$

$$(x-1) \cdot [x^2 - 2x - 3] < 0 \quad \Sigma -1, 3, 3$$

$$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$$

$$\Sigma 2, 3$$

4. Birinci dereceden bir P(x) polinomu sadece iki farklı tam sayı değeri için

$$P(x) \cdot P(x-2) < 0$$

eşitsizliğini sağlamaktadır.

$$I) (2x-1) \cdot (2x-5) < 0$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{2}$$

$$+ \quad - \quad - \quad +$$

$$\Sigma 1, 2, 3$$

Buna göre,

$$I. 2x-1$$

$$II. x-2$$

$$III. 2x+4$$

ifadelerinden hangileri P(x) polinomu olabilir?

- aaa A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

5. Her x reel sayı değeri için

$$x^2 + mx + 4 > x$$

eşitsizliği sağlanmaktadır.

Buna göre, m'nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- ccc A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$x^2 + x(m-1) + 4 > 0 \quad \Delta < 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - 16 < 0 \quad m^2 - 2m - 15 < 0$$

$$m \quad m \quad -5 \quad 3$$

$$-3 \quad 5$$

$$+ \quad - \quad +$$

6. Dik koordinat düzleminde

$$y = mx - 12$$

doğrusu Ox eksenini (2, 3) aralığında kesmektedir.

Buna göre, m tam sayısı kaçtır?

- bbb A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$mx - 12 = 0 \quad x = \frac{12}{m}$$

$$2 < \frac{12}{m} < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{m}{12} < \frac{1}{2}$$

$$4 < m < 6$$

$$\Sigma 5, 3$$