

10⁰ Sınıf



TEMELİNİ SAĞLAM AT...

**KİŞİ
KİTABI**

ACİL MATEMATİK

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Editörler

Hamza SİNCAR

Aslıhan KALENDER BOZKURT

Kadir YİĞİT

İlker TOPBAŞTEKİN

Büşra GÜNKAYA

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 9

Bileşke ve Ters Fonksiyon3

ÜNİTE 10

Polinomlar.....25

ÜNİTE 11

Çarpanlara Ayırma52

ÜNİTE 12

İkinci Dereceden Denklemler
Karmaşık Sayılar.....86





YANINDA BULUNSUN

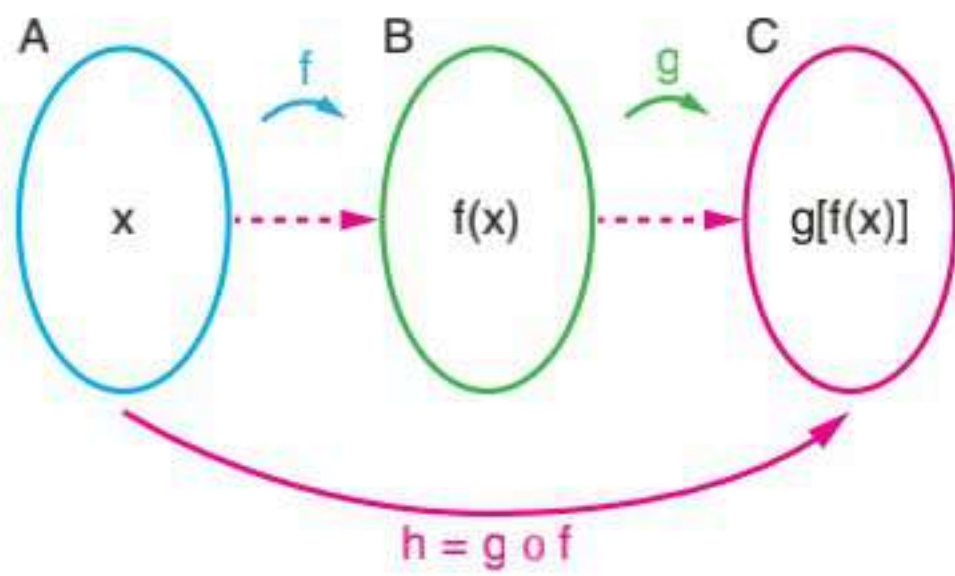
BİLEŞKE FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ örten ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin. A'nın elemanlarını, f ve g fonksiyonlarıyla C'nin elemanları ile eşleyen fonksiyona "**Bileşke Fonksiyon**" denir.

Başka bir ifadeyle, $f: A \rightarrow B$ örten ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin.

$\forall x \in A$ için $h(x) = g(f(x))$ şeklinde tanımlanan $h: A \rightarrow C$ fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının bileşke fonksiyonu denir ve $h = (g \circ f)$ ile gösterilir.

$(g \circ f): A \rightarrow C$, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ şeklinde gösterilir ve "g bileşke f" diye okunur.



ÖRNEK 1.

$$f(x) = 3x - 1 \text{ ve}$$

$$g(x) = x^2 + 2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonları için aşağıdaki bileşke fonksiyonların değerlerini bulunuz.

a) $(g \circ f)(1) = ?$

b) $(f \circ g)(-1) = ?$

c) $(f \circ f)(0) = ?$



ÇÖZÜM

a) $(g \circ f)(1) = g(2) = 6$

b) $(f \circ g)(-1) = f(3) = 8$

c) $(f \circ f)(0) = f(-1) = -4$



ÖRNEK 2.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 3 \text{ ve}$$

$$g(x) = 2x + 1$$

biçiminde tanımlanan f ve g fonksiyonları için aşağıdaki bileşke fonksiyonlarını bulunuz.

a) $(f \circ g)(x) = ?$

b) $(g \circ f)(x) = ?$



ÇÖZÜM

a) $(f \circ g)(x) = (2x+1)^2 - 3$
 $= 4x^2 + 4x - 2$

b) $(g \circ f)(x) = 2 \cdot (x^2 - 3) + 1$
 $= 2x^2 - 5$

SONUÇ

Fonksiyonlarda bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

Yani herhangi iki f ve g fonksiyonu için,

$$f \circ g = g \circ f$$

olmak zorunda değildir.

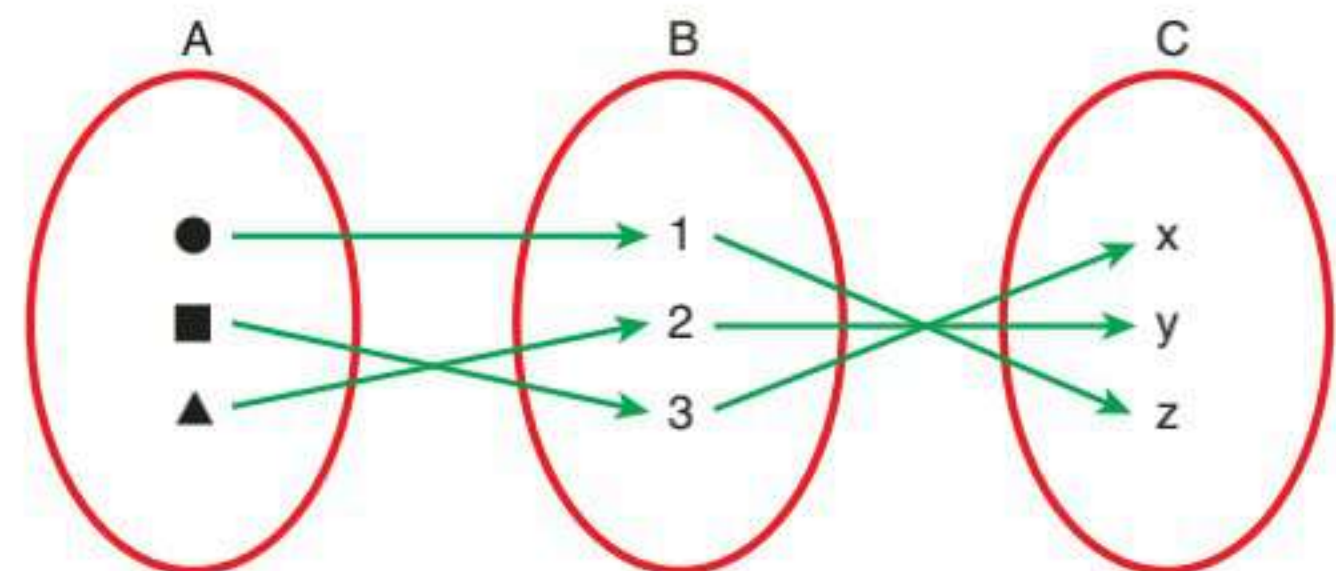


ÖRNEK 3.

$$f: A \rightarrow B \text{ ve}$$

$$g: B \rightarrow C$$

fonksiyonları tanımlanıyor.



Yukarıda verilen Venn şemalarındaki gösterimlere göre, $(g \circ f)(\bullet)$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON

✓ ÇÖZÜM

$$(g \circ f)(1) = g(1) \\ = 2$$

? ÖRNEK 4.

$$g(x) = 3x - 4 \text{ ve}$$

$$(g \circ f)(x) = 6x - 10$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$3 \cdot f(x) - 4 = 6x - 10$$

$$3 \cdot f(x) = 6x - 6$$

$$f(x) = 2x - 2$$

? ÖRNEK 5.

$f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$g(x) = -2x + 11$$

$$g(x - 5) = f(3x + 2) \text{ dir.}$$

Buna göre, $(f \circ g)(3)$ değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$g(3) = -2 \cdot 3 + 11 = 5$$

$$x=1 \text{ için } g(-4) = f(5)$$

$$f(5) = -2 \cdot (-4) + 11 = 19$$

$$(f \circ g)(3) = f(5) = 19$$

? ÖRNEK 6.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f doğrusal bir fonksiyondur.

$$(f \circ f)(x) = 9x + 8$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM $f(x) = ax + b$

$$a \cdot (ax + b) + b = 9x + 8$$

$$a^2x + ab + b = 9x + 8$$

$$a = 3 \Rightarrow b = 2$$

$$a = -3 \Rightarrow b = -4$$

$$f(x) = 3x + 2 \vee f(x) = -3x - 4$$

$$f(-1) = -1 \quad f(-1) = -1$$

? ÖRNEK 7.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 5 - 2x, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(-3)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f(-3) = 5 - 2 \cdot (-3) = 11$$

$$f(11) = 11 + 3 = 14$$

$$(f \circ f)(-3) = f(11) = 14$$

? ÖRNEK 8.

Uygun koşullar altında,

$$f(x) = 4x - 3 \text{ ve}$$

$$(f \circ g)(x) = 7x + 4 + 2g(x)$$

olduğuna göre, $g(-2)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot g(x) - 3 = 7x + 4 + 2 \cdot g(x)$$

$$2 \cdot g(x) = 7x + 7$$

$$2 \cdot g(-2) = -7 \Rightarrow g(-2) = -\frac{7}{2}$$

ÖRNEK 9.

$$(f \circ g)(x) = 5^{2x} + 5^{x+1} \text{ ve}$$

$$g(x) = 5^x$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

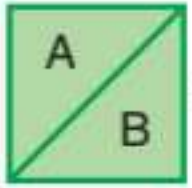
ÇÖZÜM

$$f(\underbrace{5^x}_x) = (\underbrace{5^x}_x)^2 + 5 \cdot \underbrace{5^x}_x$$

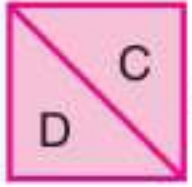
$$f(x) = x^2 + 5x$$

$$f(3) = 3^2 + 5 \cdot 3$$

$$f(3) = 9 + 15 = 24$$

ÖRNEK 10.

: A ve B fonksiyonlarından görüntüsü büyük olanı



: C ve D fonksiyonlarından görüntüsü küçük olanı

şeklinde tanımlanmıştır.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{matrix} x \\ \sqrt{x} \end{matrix} \text{ ve}$$

$$g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(x) = \begin{matrix} \frac{1}{x} \\ \frac{2}{x} \end{matrix}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)\left(\frac{1}{4}\right)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$(g \circ f)\left(\frac{1}{4}\right) = g\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

**NOT**

- Bir fonksiyonun birim fonksiyon ($I(x) = x$) ile bileşkesi kendisine eşittir.

$$f \circ I = I \circ f = f$$

- Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

$$f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

ÖRNEK 11.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve}$$

$$I: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + 3 \text{ ve } I(x)$$

birim fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ I)(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(f \circ I)(x) = f(x) \\ = x^2 + 3$$

ÖRNEK 12.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 2x + 1$$

fonksiyonları veriliyor.

$$[f \circ (g \circ h)](2) = [(f \circ g) \circ h](2)$$

eşitliğini gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$[f \circ (g \circ h)](2) = [(f \circ g) \circ h](2)$$

$$f \circ g \circ h = (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

$$f \circ (g(5)) = (f \circ g)(5)$$

$$f(25) = f(25) \\ 22 = 22$$

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON

ÖRNEK 13.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$$

$$h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \sqrt{x}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g \circ h)(x)$ fonksiyonunun eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} (f \circ g)(\sqrt{x}) &= f((\sqrt{x})^2) \\ &= f(x) \\ &= 3x - 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK 14.

Pozitif reel sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = 3x - 5$$

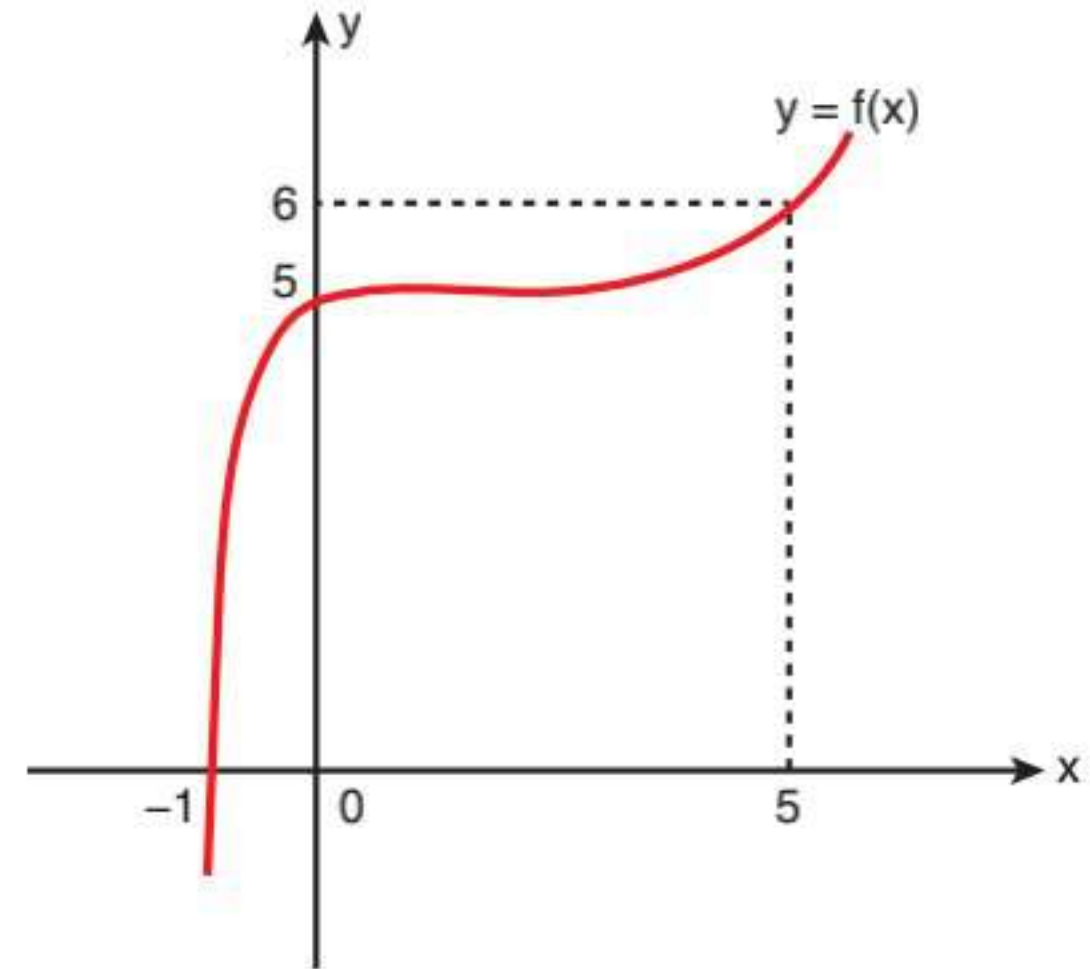
olduğuna göre, $g(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 3 \cdot g(x) - 5 &= (3x - 5) \cdot g(x) \\ 3 \cdot g(1) - 5 &= -2 \cdot g(1) \\ 5 \cdot g(1) &= 5 \\ g(1) &= 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK 15.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$(f \circ f)(1 - 3x) = 6$$

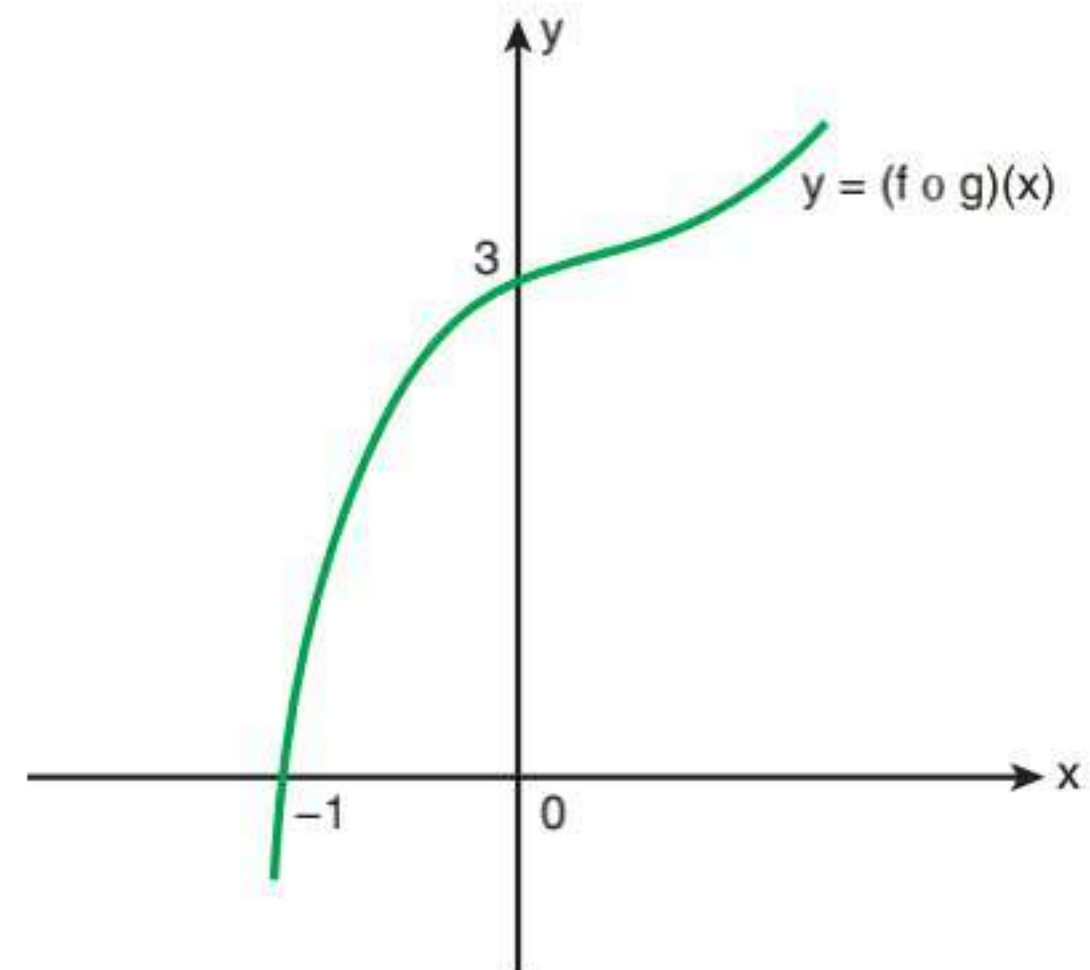
olduğuna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(f(1 - 3x)) &= 6 \\ f(1 - 3x) &= 5 \Rightarrow 1 - 3x = 0 \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK 16.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde $y = (f \circ g)(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = 2x - 1$$

olduğuna göre, $g(-1)$ ve $g(0)$ değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

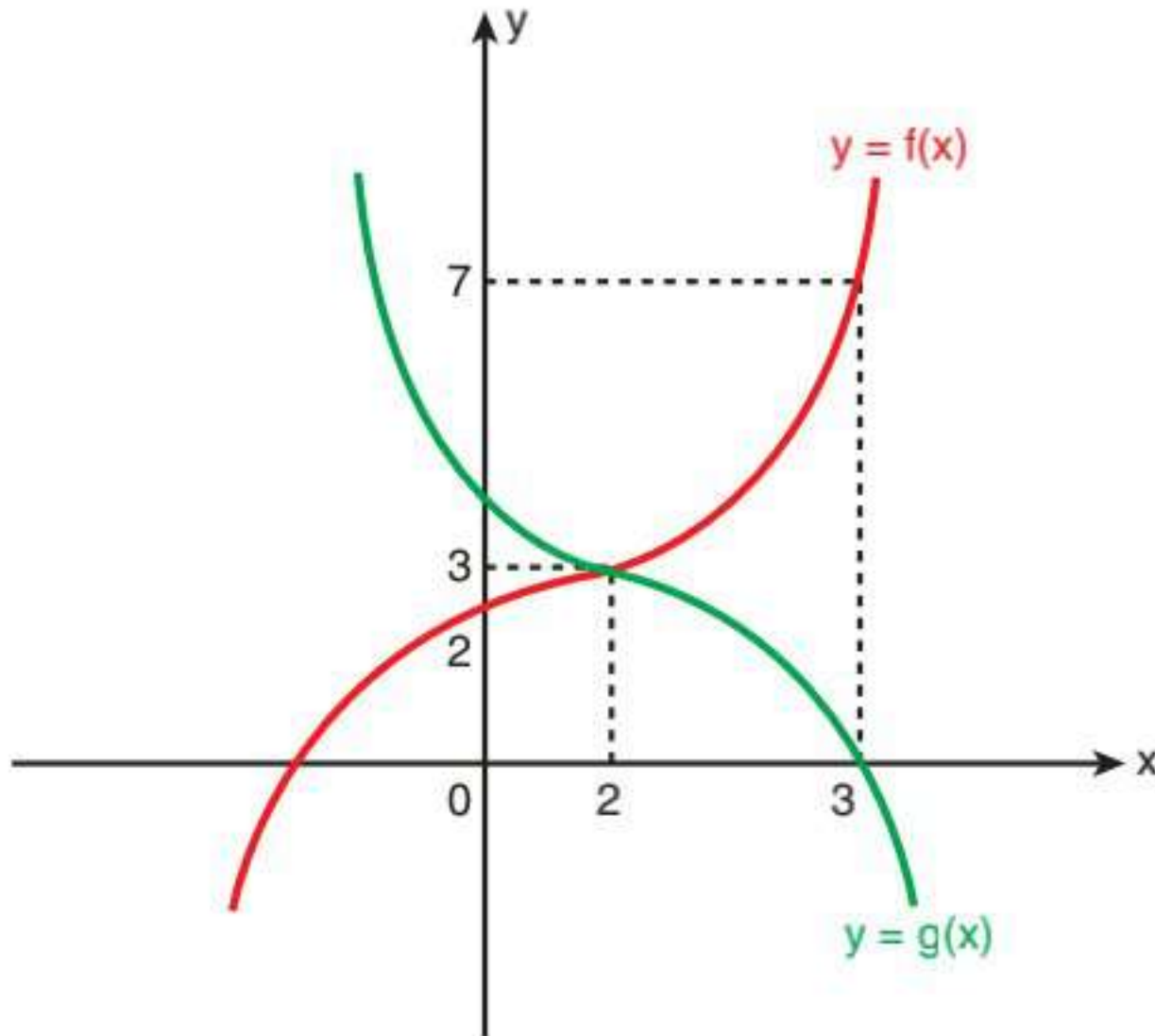
$$(f \circ g)(-1) = 0, \quad (f \circ g)(0) = 3$$

$$2 \cdot g(-1) - 1 = 0 \quad 2 \cdot g(0) - 1 = 3$$

$$g(-1) = \frac{1}{2} \quad g(0) = 2$$

? ÖRNEK 17.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(g \circ f)(0)$ ve $(f \circ g)(2)$ değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

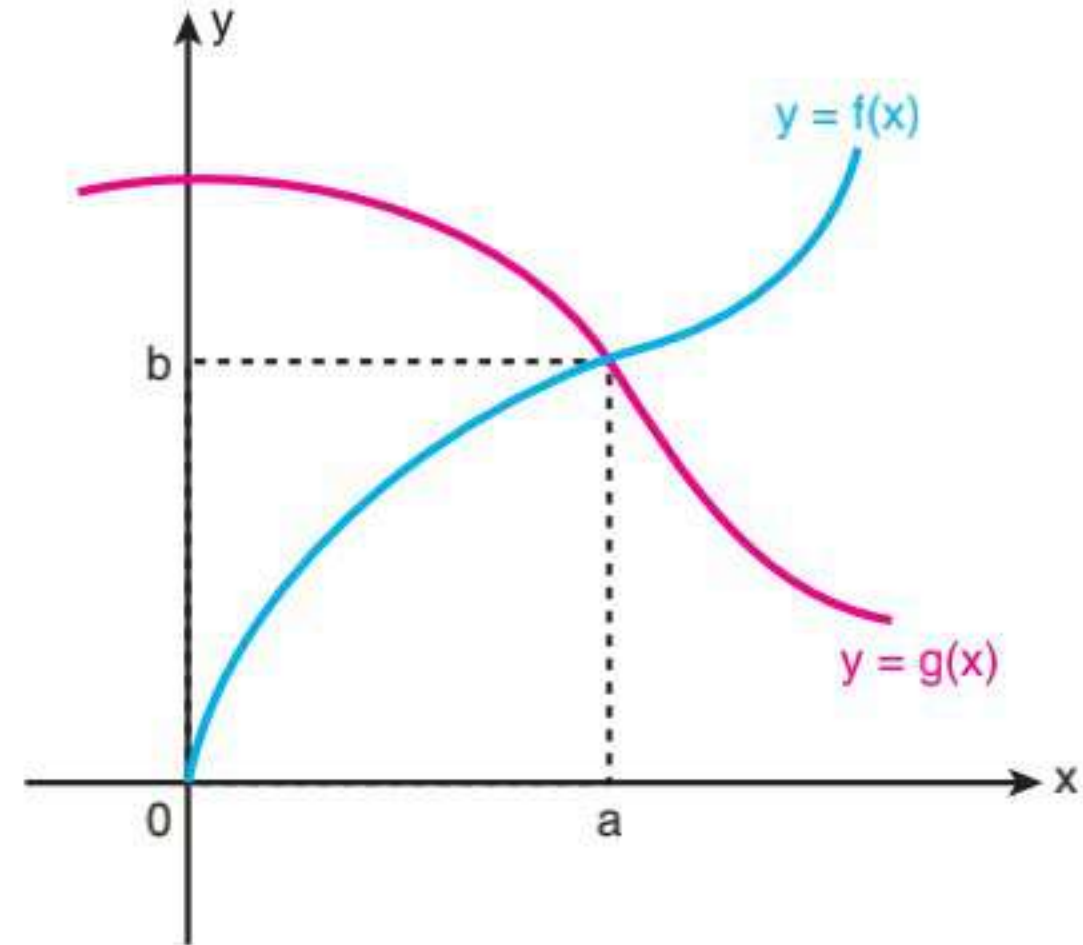
$$f(0) = 2, \quad g(2) = 3, \quad f(3) = 7$$

$$(g \circ f)(0) = g(2) = 3$$

$$(f \circ g)(2) = f(3) = 7$$

? ÖRNEK 18.

Aşağıdaki $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

- I. $(g \circ f)(a) > b$
- II. $(f \circ g)(a) > b$ ise $a < b$ dir.
- III. $f(a) = g(a)$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

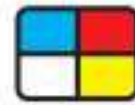
$$f(a) = b, \quad g(a) = b$$

$$\text{I. } g(\underbrace{f(a)}_b) > b \Rightarrow g(b) > b \text{ ise } b < a$$

$$\text{II. } f(g(a)) > b \Rightarrow f(b) > b \text{ ise } b > a$$

$$\text{III. } f(a) = g(a) = b$$

II ve III kesin doğru



ARAŞTIRMA SORULARI

$f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları için,

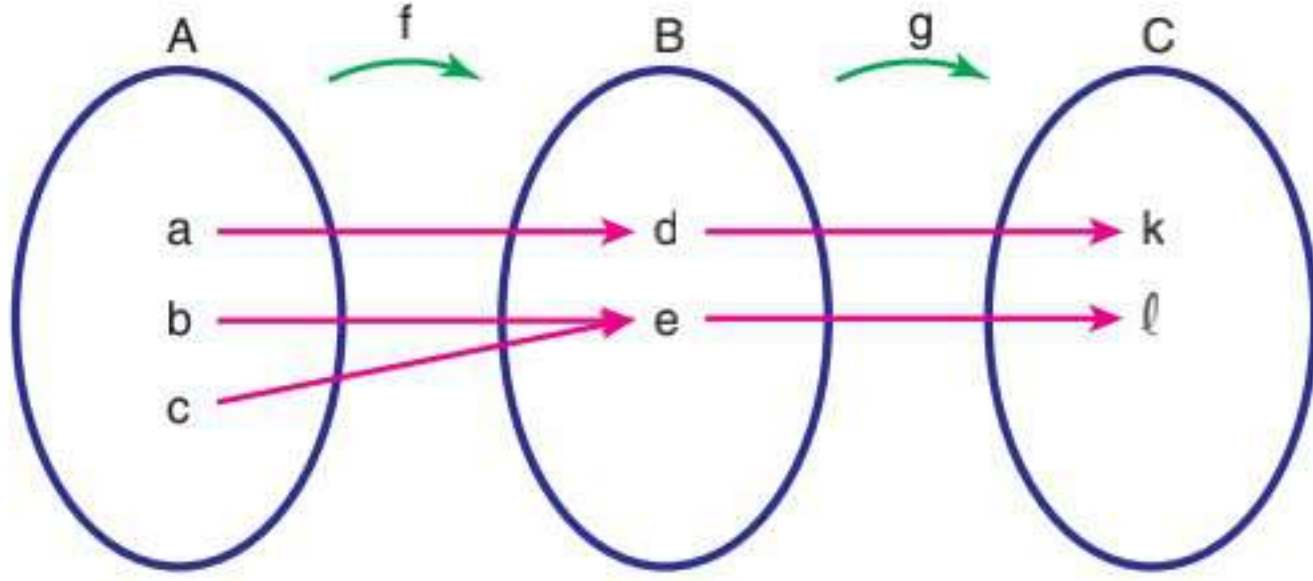
- 1) f ve g fonksiyonları bire bir ise $(g \circ f)$ bire birdir.
- 2) f ve g fonksiyonları örten ise $(g \circ f)$ örtendir.

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON



NOT

f örten, g bire bir ise $(g \circ f)$ bire bir fonksiyon mudur? ifadesinin yanlış olduğunu bir örnekle gösterelim.



Şekilde görüldüğü gibi f örten ve g bire birdir.

$$\begin{aligned} b \neq c \text{ iken } (g \circ f)(b) & \stackrel{?}{=} (g \circ f)(c) \\ & = g(f(b)) \stackrel{?}{=} g(f(c)) \\ & = g(e) \stackrel{?}{=} g(e) \\ & = l = l \end{aligned}$$

olduğundan bire bir değildir.

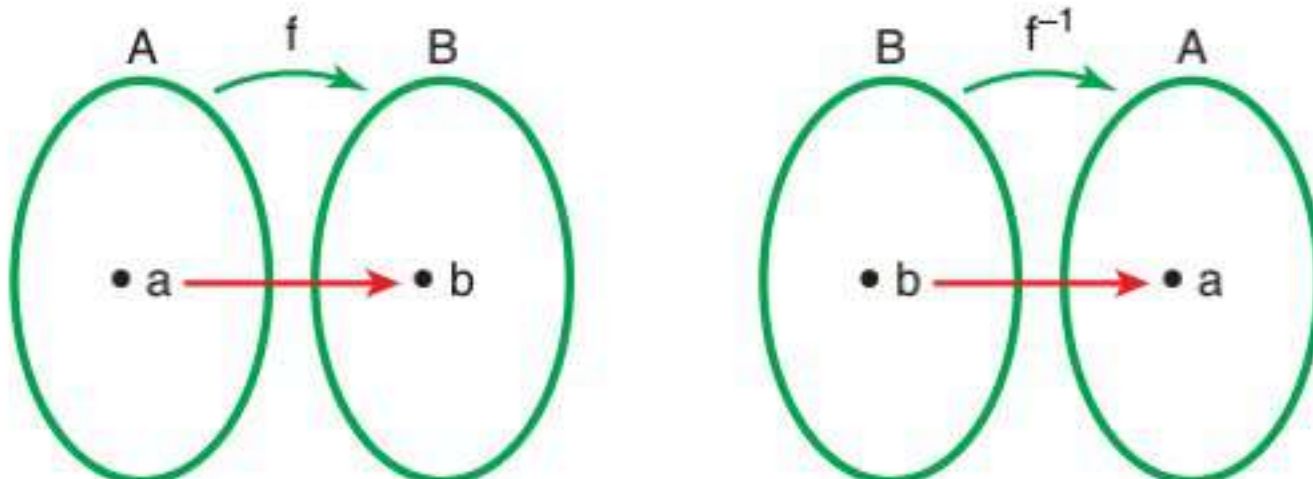


YANINDA BULUNSUN

BİR FONKSİYONUN TERSİ

$f: A \rightarrow B$ olmak üzere, $y = f(x)$ bire bir ve örten fonksiyon olsun. $x \in A$ için $f(x) = y$ iken $f^{-1}(y) = x$ oluyorsa f^{-1} fonksiyonuna "**f Fonksiyonun Tersi**" denir.

f fonksiyonu A kümesinden B kümesine tanımlı iken f^{-1} fonksiyonu B kümesinden A kümesine tanımlı olur.



$$f: A \rightarrow B \text{ ise } f^{-1}: B \rightarrow A$$



NOT

Her fonksiyonun tersi fonksiyon olmayabilir. Bir fonksiyonun tersinin de bir fonksiyon olması için fonksiyonun bire bir ve örten olması gerekir.

Bu durumu bir örnekle açıklayalım.

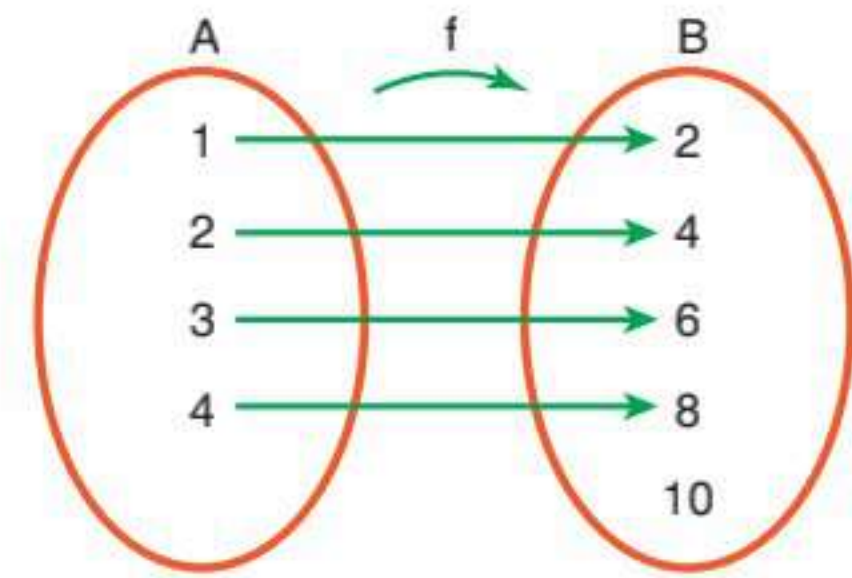
$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

kümeleri verilsin.

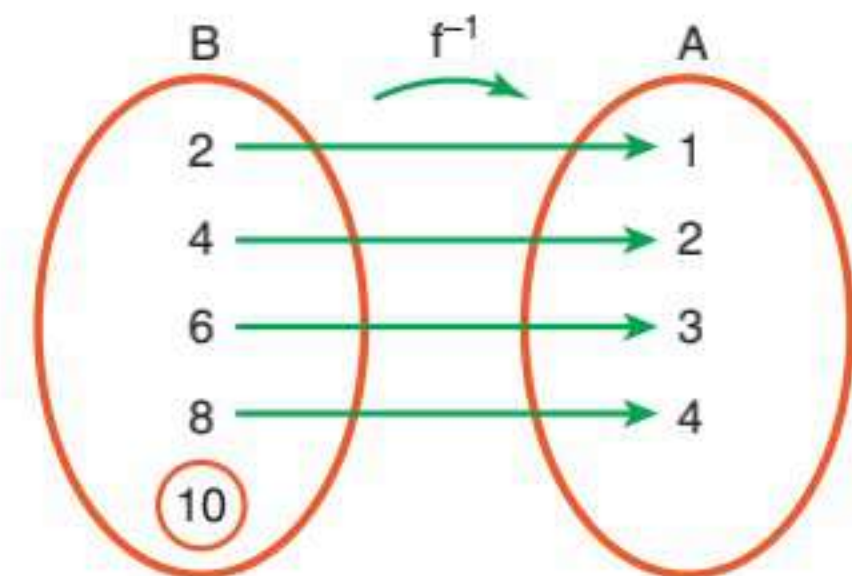
$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 2x \text{ fonksiyonu için,}$$



$$f: A \rightarrow B \text{ iken}$$

$$f^{-1}: B \rightarrow A \text{ olması gerekirdi.}$$



Tanım kümesinde 10 sayısı açıkta kaldığından f^{-1} fonksiyon olamaz.

Dolayısıyla, f fonksiyonu örten olmadığından f fonksiyonunun tersi fonksiyon değildir.



ÖRNEK 19.

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

$$B = \{0, 1\}$$

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = x^2$$

fonksiyonunun tersinin bir fonksiyon olmadığını gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

Tersi olması için 1-1 ve örten olmalıdır.

$f(1) = f(-1) = 1$ olduğundan
1-1 fonksiyon değildir.
Dolayısı ile tersi yoktur.

? ÖRNEK 20.

$A = \{1, 2, 3\}$ ve

$B = \{x, y, z\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

$f = \{(1, y), (2, z), (3, x)\}$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f^{-1} = \{(y, 1), (z, 2), (x, 3)\}$$



NOT

Bir fonksiyonun tersinin eşleştirme kuralını bulmak için,

- $y = f(x)$ kuralında x yerine y , y yerine x yazılır.
- Elde edilen eşitlikte y yalnız bırakılır.
- Bulunan ifade $y = f^{-1}(x)$ tir.

? ÖRNEK 21.

Aşağıda $\mathbb{R}$ 'den $\mathbb{R}$ 'ye üç tane fonksiyon verilmiştir.

- $f(x) = 2x - 1$
- $g(x) = \frac{1-5x}{3}$
- $h(x) = x^3 - 7$

Buna göre, fonksiyonların terslerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) x = 2y - 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

$$b) x = \frac{1-5y}{3} \Rightarrow y = \frac{1-3x}{5} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1-3x}{5}$$

$$c) x = y^3 - 7 \Rightarrow y^3 = x+7 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x+7} \\ h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+7}$$

? ÖRNEK 22.

Bir pazarlamacı aylık 1200 lira sabit ücret ve her sattığı ürün için 50 lira prim almaktadır.

Pazarlamacının bir ayda sattığı ürün sayısı x olmak üzere pazarlamacının bir ay sonunda aldığı aylık ücret $f(x)$ fonksiyonu ile ifade edilecek olursa $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = 50 \cdot x + 1200$$

$$50y + 1200 = x \Rightarrow y = \frac{x-1200}{50}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1200}{50}$$

? ÖRNEK 23.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5 - 2x \Rightarrow x = \frac{5-f(x)}{2}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ in $f(x)$ türünden eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+5}{2} \\ = -\frac{1}{2} \cdot \frac{5-f(x)}{2} + \frac{5}{2} \\ = \frac{5+f(x)}{4}$$

$$20. f^{-1} = \{(y, 1), (z, 2), (x, 3)\}$$

$$21. a) f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \quad b) g^{-1}(x) = \frac{1-3x}{5} \quad c) h^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+7}$$

$$22. \frac{x-1200}{50}$$

$$23. f^{-1}(x) = \frac{f(x)+5}{4}$$

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON

? ÖRNEK 24.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 2x + a$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f^{-1}(3) = 1$$

olduğuna göre, a kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f^{-1}(3) = 1 \Rightarrow f(1) = 3$$

$$1 + 2 + a = 3$$

$$a = 0$$

? ÖRNEK 25.

$$f(x) = 3^{x-4}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(81)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$3^{x-4} = 81$$

$$3^{x-4} = 3^4$$

$$x-4 = 4$$

$$x = 8 \rightarrow f^{-1}(81) = 8$$

? ÖRNEK 26.

$$f: [-1, \infty) \rightarrow [-5, \infty)$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 4$$

olduğuna göre,

a) $f^{-1}(11)$ kaçtır?

b) $f^{-1}(x)$ fonksiyonunun kuralını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) x^2 + 2x - 4 = 11 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = 3 \vee x = -5$$

$$b) x = y^2 + 2y - 4 \Rightarrow x = (y+1)^2 - 5$$

$$(y+1)^2 = x+5 \Rightarrow |y+1| = \sqrt{x+5}$$

$$y = -1 + \sqrt{x+5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+5} - 1$$

$$a) f^{-1}(11) = \sqrt{16} - 1 = 4 - 1 = 3$$



NOT

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{-d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

fonksiyonunun tersi,

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 27.

Aşağıdaki fonksiyonların terslerini bulunuz.

$$a) f: \mathbb{R} - \{-5\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$$

$$f(x) = \frac{3x-1}{x+5}$$

$$b) g: \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{5} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = \frac{5x+2}{5x-1}$$

✓ ÇÖZÜM

$$a) f^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{x-3}$$

$$b) g^{-1}(x) = \frac{x+2}{5x-0} = \frac{x+2}{5x}$$

? ÖRNEK 28.

$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1+3x}{-7x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = \frac{3x+1}{-7x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{-7x-3}$$

$$-7a = 0$$

$$a = 0$$

$$-7b-3=0$$

$$b = -\frac{3}{7}$$

$$a+b = -\frac{3}{7}$$

$$24. 0 \quad 25. 8 \quad 26. a) 3 \quad b) f^{-1}(x) = \sqrt{x+5} - 1$$

$$27. a) f^{-1}(x) = \frac{-5x-1}{x-3} \quad b) g^{-1}(x) = \frac{x+2}{5x} \quad 28. -\frac{3}{7}$$

ÖRNEK 29.

$$f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$x = \frac{-3 + 2f(x)}{1 + f(x)}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(3)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x) = \frac{-3 + 2x}{1 + x}$$

$$f^{-1}(3) = \frac{3}{4}$$

ÖRNEK 30.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x + 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g^{-1})(2)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$2x + 3 = 2$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$g^{-1}(2) = -\frac{1}{2}$$

$$(f \circ g^{-1})(2) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4$$

$$= \frac{17}{4}$$

**NOT**

Uygun koşullarda tanımlı f , g ve h fonksiyonları için,

- a) $(f^{-1})^{-1} = f$
- b) $(f \circ f^{-1}) = (f^{-1} \circ f) = \mathbb{I}$ dir.
($\mathbb{I}$ birim fonksiyon)
- c) $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ dir.
- d) $(f \circ g)(x) = x$ ise $f = g^{-1}$ veya $g = f^{-1}$ dir.

ÖRNEK 31.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f^{-1}(x) = 4x - 7$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(f^{-1})^{-1} = f$$

$$f(x) = \frac{x+7}{4}$$

ÖRNEK 32.

Tanımlı olduğu aralıklarda,

$$f(x) = \frac{2x-5}{3} \text{ ve}$$

$$g^{-1}(x) = 3x + 1 \Rightarrow g^{-1}(7) = 3 \cdot 7 + 1 = 22$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f^{-1})^{-1}(7)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(g \circ f^{-1})^{-1}(7) = (f \circ g^{-1})(7)$$

$$f(g^{-1}(7)) = f(22) = \frac{2 \cdot 22 - 5}{3}$$

$$= 13$$

ÖRNEK 33.

Uygun tanım aralığında,

$$f(x) = \frac{mx+2}{2x-3}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$(f \circ f)(x) = x$$

olduğuna göre, m kaçtır?

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON

✓ ÇÖZÜM

$$(f \circ f)(x) = x \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f(x) = \frac{mx+2}{2x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+2}{2x-m}$$

$$m = 3$$

? ÖRNEK 34.

f ve g gerçekte sayılarda tanımlı iki fonksiyon olsun.

$$(f^{-1} \circ g)(x) = x + 3 \text{ ve}$$

$$f(x) = 2x - 5$$

olduğuna göre, g(x) fonksiyonunun kuralını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$$

$$\frac{g(x)+5}{2} = x+3$$

$$g(x) = 2x + 1$$

? ÖRNEK 35.

f ve g; gerçekte sayılarda tanımlı bire bir ve örten iki fonksiyondur.

$$(f \circ g^{-1})(x) = 3x + 5$$

$$(g \circ f)(x) = 2x + 7$$

olduğuna göre, (f o f)(x) fonksiyonunun kuralını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(f \circ g^{-1})(g \circ f)(x) = 3 \cdot (2x + 7) + 5$$

$$(f \circ g^{-1} \circ g \circ f)(x) = 6x + 26$$

$$(f \circ f)(x) = 6x + 26$$

? ÖRNEK 36.

Pınar isimli öğrenci,

$$27 \cdot \frac{23x+18}{35x-27} + 18$$

$$35 \cdot \frac{23x+18}{35x-27} - 23$$

ifadesinin en sade eşitini, fonksiyonların bileşkesi sayesinde işlem yapmadan zihninden bulmuştur.

Buna göre, Pınar'ın bulduğu sonuç nedir?

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = \frac{23x+18}{35x-27} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{27x+18}{35x-23}$$

İstenen

$$(f^{-1} \circ f)(x) = I(x) = x$$

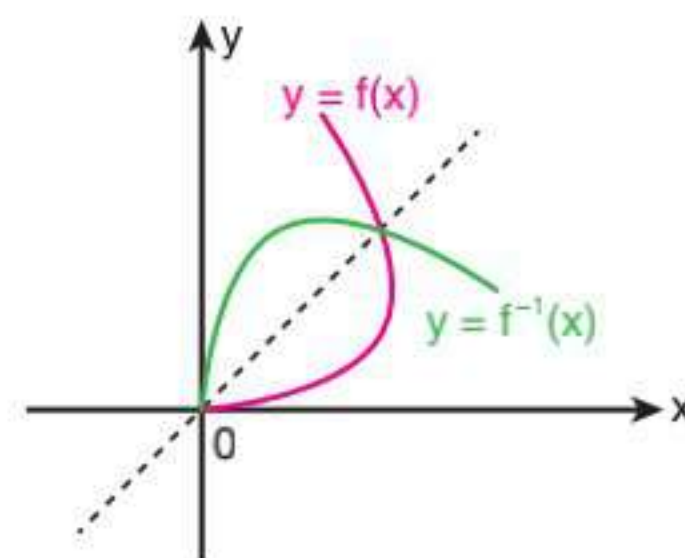


NOT

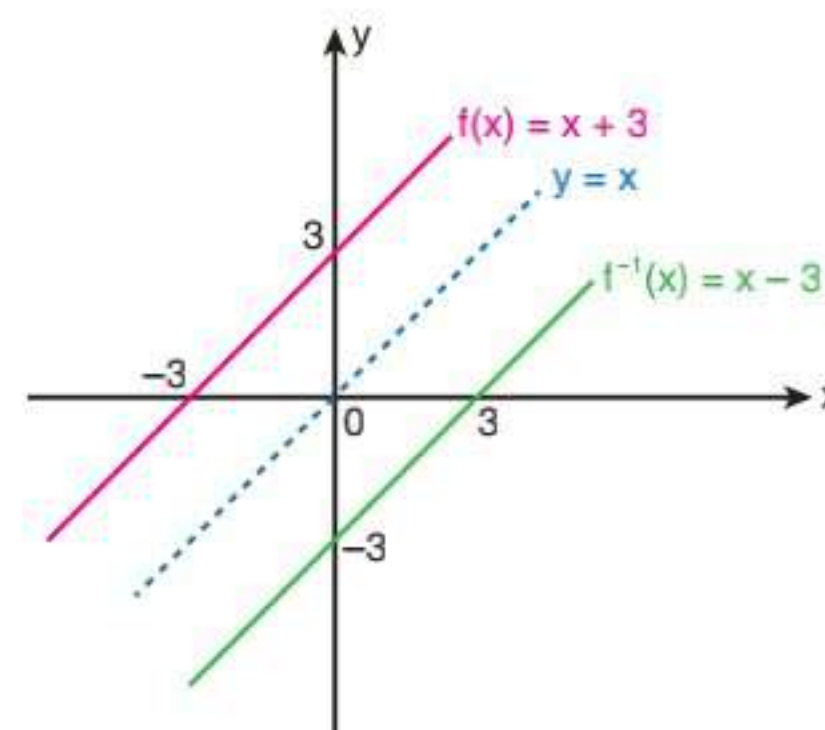
y = f(x) fonksiyonunun grafiği ile y = f⁻¹(x) ters fonksiyonunun grafiği y = x doğrusuna göre birbirinin simetriğidir.

Örneğin;

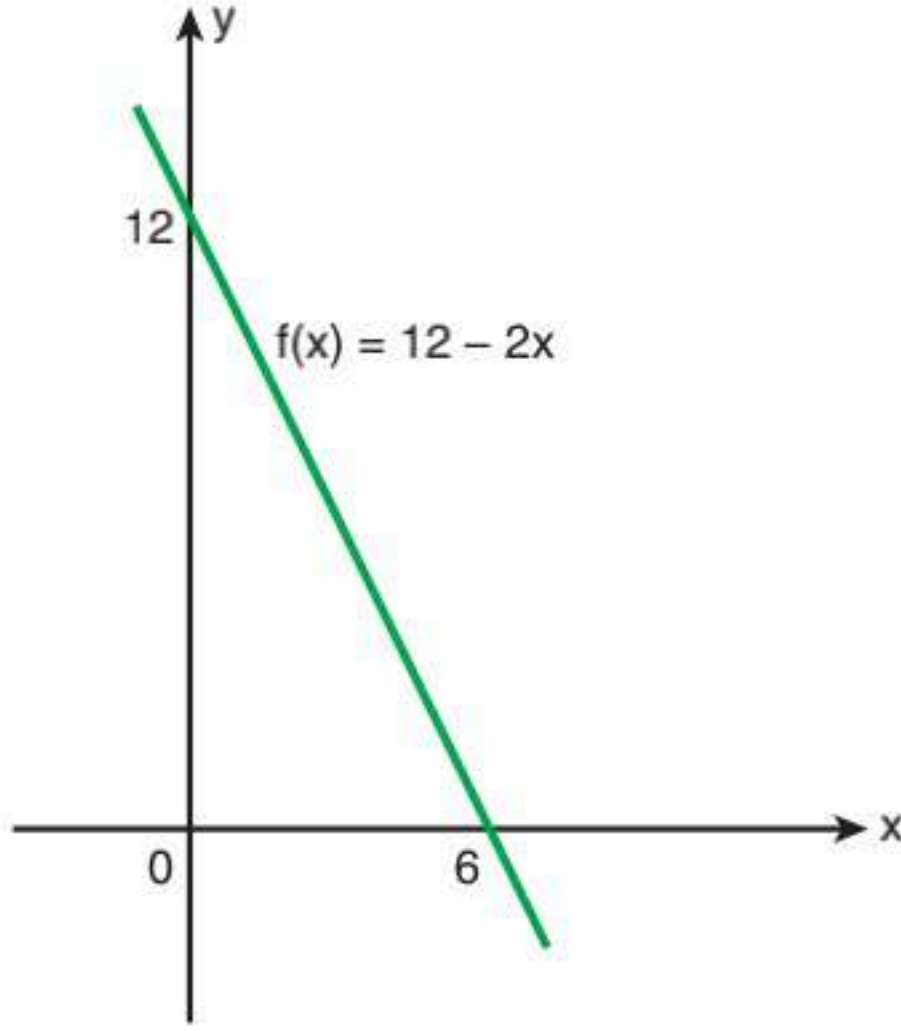
a)



b)



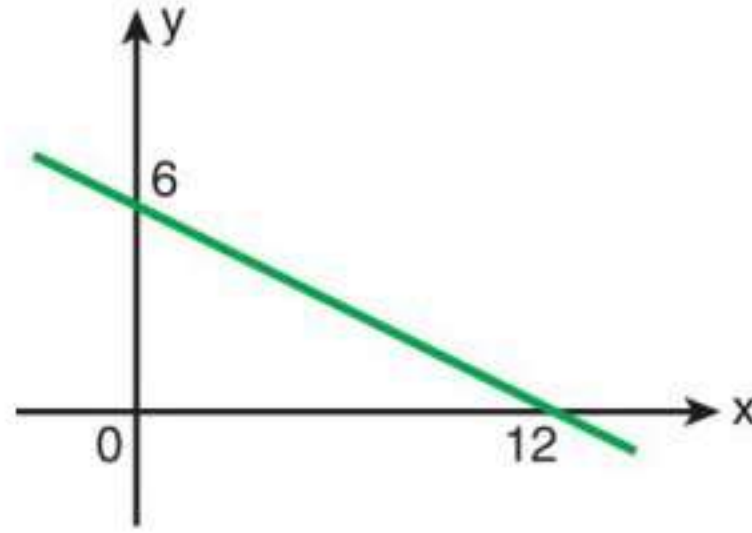
ÖRNEK 37.



Yukarıda verilen $f(x) = 12 - 2x$ fonksiyonunun tersinin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$f^{-1}(x) = \frac{12-x}{2}$$



ÖRNEK 38.

$$f(x) = \frac{5x+1}{3}$$

fonksiyonunun grafiği ile hangi fonksiyonun grafiği $y = x$ doğrusuna göre simetriktir?

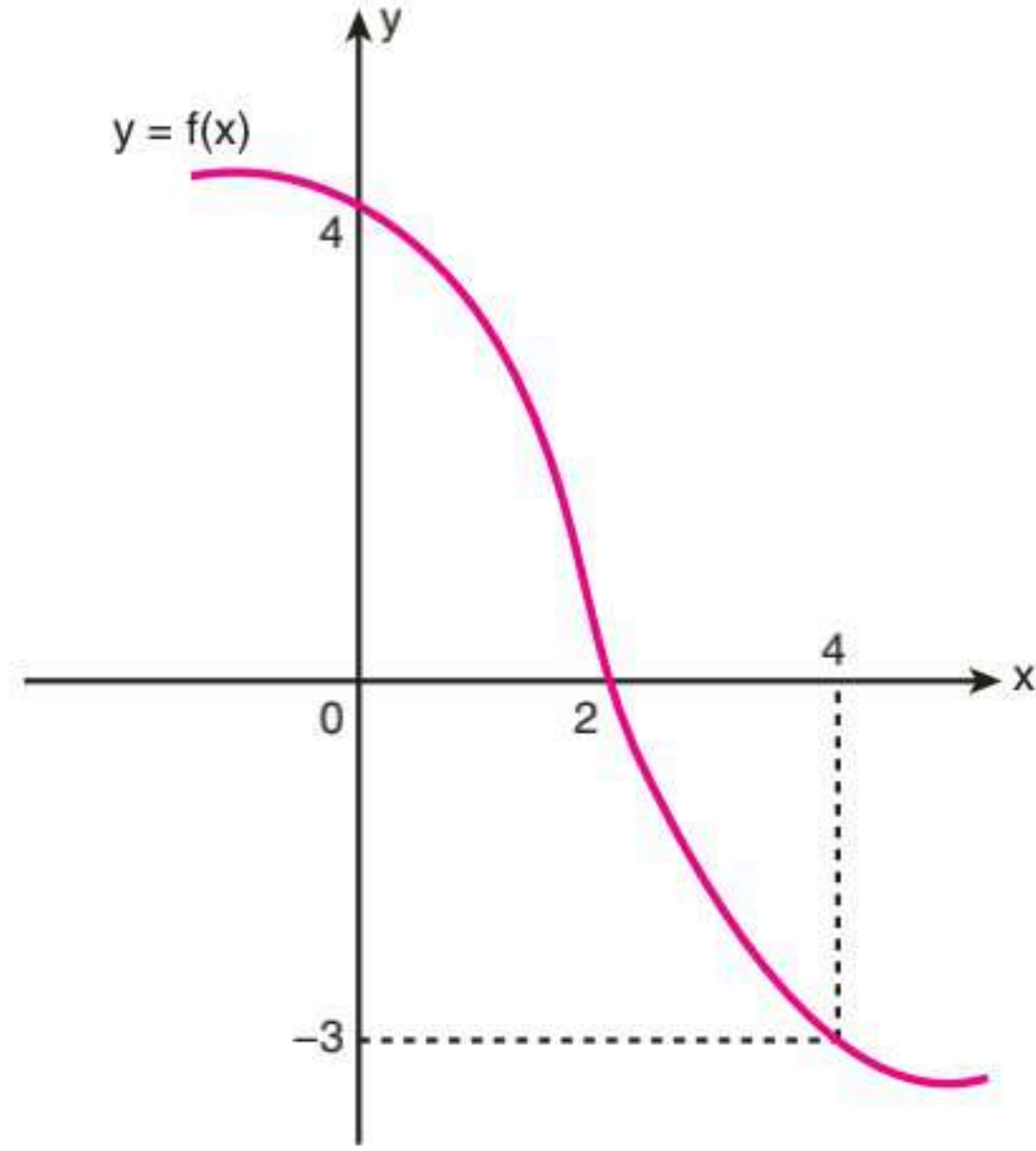
ÇÖZÜM

$$f(x) = \frac{5x+1}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{5}$$

ÖRNEK 39.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



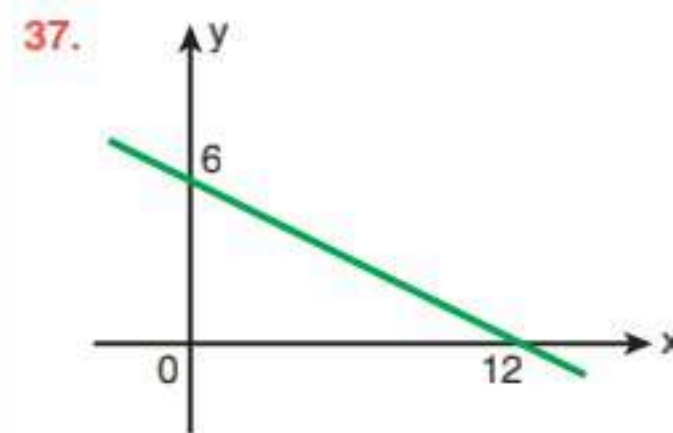
Buna göre, $f^{-1}(-3) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(4) = -3 \Rightarrow f^{-1}(-3) = 4$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 2$$

$$4 + 2 = 6$$

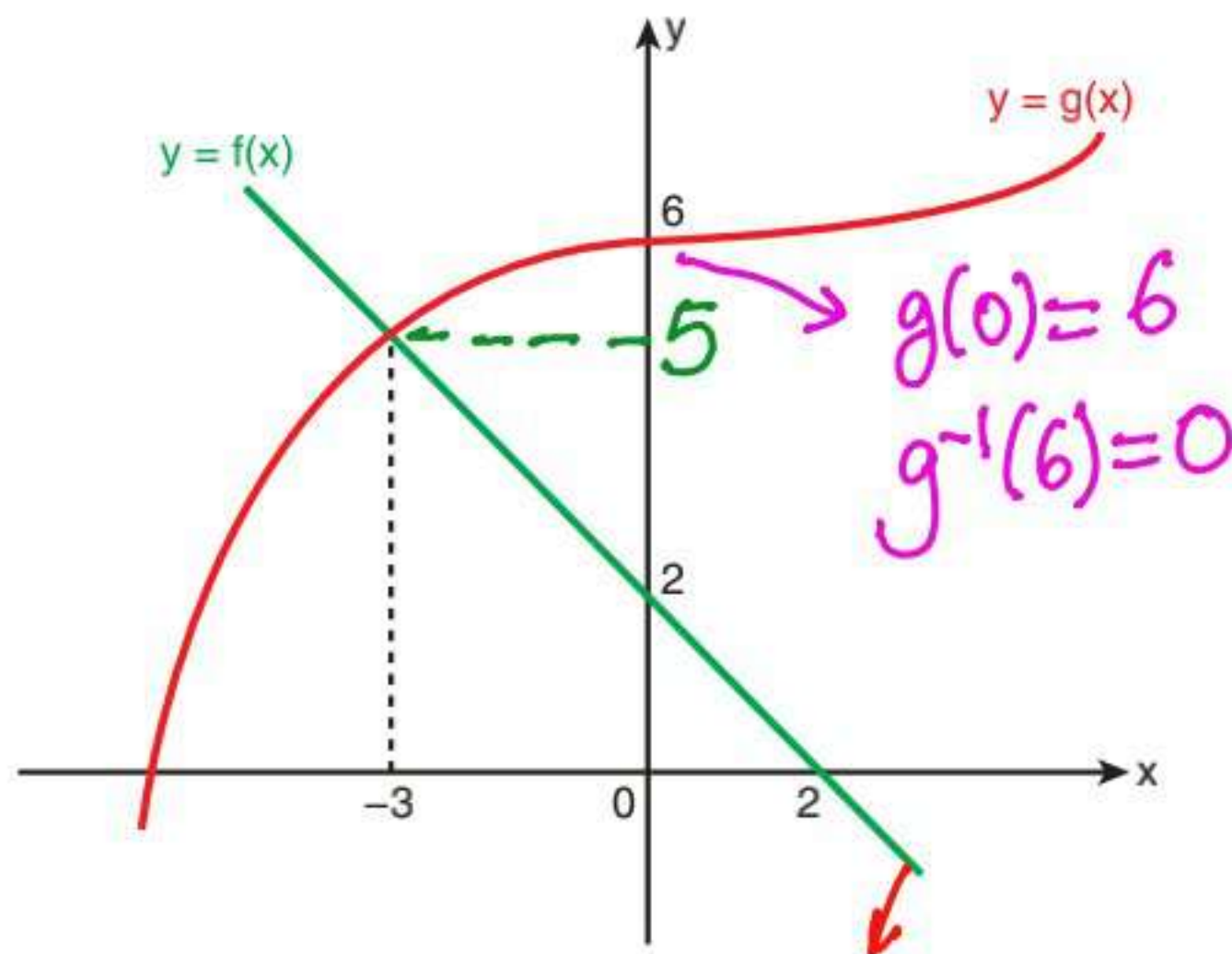


$$38. f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{5} \quad 39. 6$$

BİLEŞKE VE TERS FONKSİYON

ÖRNEK 40.

Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$$(f \circ g)(-3) + (f \circ g^{-1})(6)$$

toplamı kaçtır?

$$f(x) = -x + 2$$

$$f(-3) = 5$$

ÇÖZÜM

$$(f \circ g)(-3) + (f \circ g^{-1})(6)$$

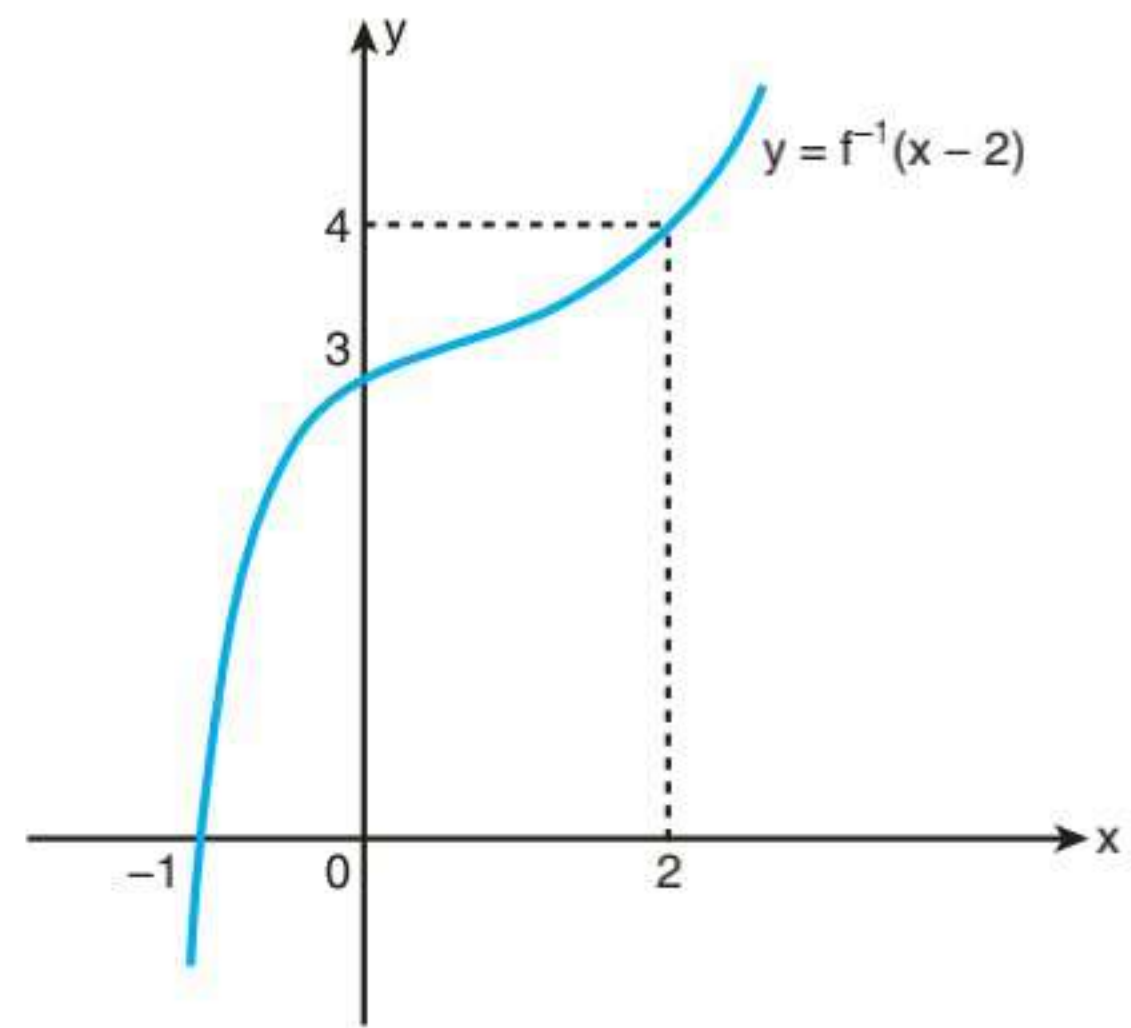
$$f(\underbrace{g(-3)}_5) + f(\underbrace{g^{-1}(6)}_0)$$

$$f(5) + f(0)$$

$$-5 + 2 + 2 = -1$$

ÖRNEK 41.

Aşağıda $y = f^{-1}(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\frac{f(4) + f(0)}{f^{-1}(-2)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x=2 \text{ için } f^{-1}(0)=4$$

$$f(4)=0$$

$$x=0 \text{ için } f^{-1}(-2)=3$$

$$f(3)=-2$$

$$x=-1 \text{ için } f^{-1}(-3)=0$$

$$f(0)=-3$$

$$\frac{f(4) + f(0)}{f^{-1}(-2)} = \frac{0 - 3}{3} = -1$$

1. $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 3 \text{ ve}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{3}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(5)$ kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{3}$ ☒ D) 1 E) 2

$$g(5) = 2, f(2) = 1$$

$$(f \circ g)(5) = f(2) = 1$$

2. $f(x) = 5x - 1$ ve

$$g(x) = x + 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- ☒ A) $5x + 14$ B) $5x + 13$ C) $5x + 11$
D) $5x + 7$ E) $5x + 2$

$$(f \circ g)(x) = 5 \cdot (x+3) - 1 = 5x + 14$$

3. $(g \circ f)(x) = 3f(x) - 2$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $g^{-1}(13)$ kaçtır?

- A) 6 ☒ B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$g(f(x)) = 3 \cdot f(x) - 2$$

$$g(x) = 3x - 2 = 13$$

$$x = 5$$

$$g^{-1}(13) = 5$$

4. $f(x) = 2x + 3$ ve

$$(f \circ g)(x) = 6x + 13$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- ☒ A) $3x + 5$ B) $4x + 3$ C) $3x + 2$
D) $3x + 4$ E) $2x + 5$

$$2 \cdot g(x) + 3 = 6x + 13$$

$$g(x) = 3x + 5$$

5. $g(x) = x - 3$ ve

$$(f \circ g)(x) = x^2 - 6x + 10$$

fonksiyonları veriliyor.

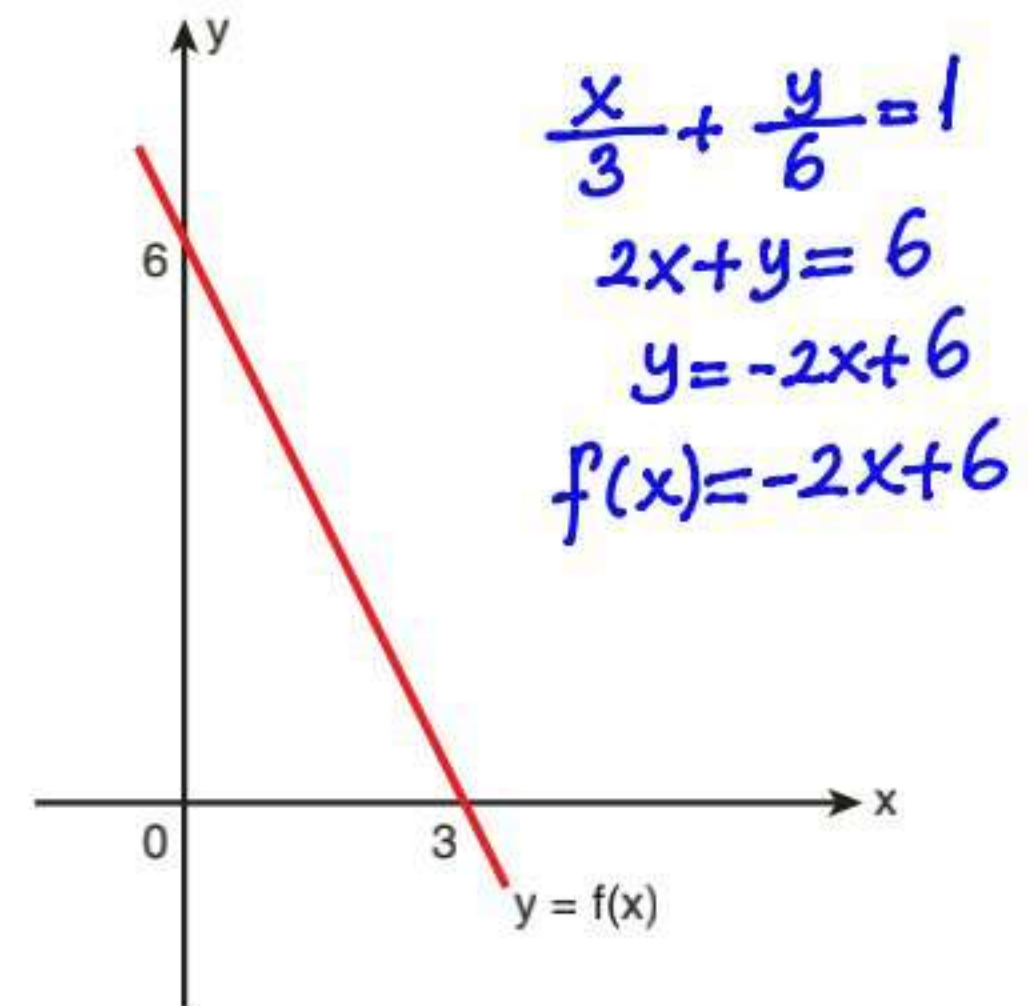
Buna göre, $(g \circ f)(1)$ kaçtır?

- A) -2 ☒ B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$f(\underbrace{x-3}_x) = (\underbrace{x-3}_x)^2 + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + 1$$

$$(g \circ f)(1) = g(2) = 2 - 3 = -1$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f)(4)$ kaçtır?

- ☒ A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= -2 \cdot 4 + 6 = -2 \\ f(-2) &= -2 \cdot (-2) + 6 = 10 \end{aligned} \right\} (f \circ f)(4) = 10$$

Bileşke ve Ters Fonksiyon - Test I

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 1$$

olduğuna göre, $f^{-1}(5)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 ☒ E) 2

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$$

$$f^{-1}(5) = \frac{6}{3} = 2$$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1-5x}{3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- ☒ A) $\frac{1-3x}{5}$ B) $\frac{3x-1}{5}$ C) $\frac{5x-1}{3}$
D) $5 \cdot (1-3x)$ E) $5 \cdot (3x-1)$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{-5}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1-3x}{5}$$

9. $f: \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$,

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-5}$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{5x-1}{x+2}$ B) $\frac{5x+1}{x+2}$ ☒ C) $\frac{5x-1}{x-2}$
D) $\frac{2x-5}{x-2}$ E) $\frac{2x+5}{x+2}$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x-1}{x-2}$$

10. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x+3} - 5$$

biçiminde tanımlanan bire bir ve örten f fonksiyonu için $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 10x + 20$ ☒ B) $x^2 + 10x + 22$
C) $x^2 + 5x + 11$ D) $x^2 + 20x + 20$
E) $x^2 + 5x + 15$

$$\sqrt{y+3} - 5 = x$$

$$\sqrt{y+3} = x+5$$

$$y+3 = x^2 + 10x + 25$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 10x + 22$$

11. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(2x-1) = 4x^2 + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 + x + 3$ B) $x^2 + x + 4$ C) $x^2 + 2x + 2$
D) $x^2 + 2x + 3$ ☒ E) $x^2 + 2x + 4$

$$2x-1 \text{ in tersi } \frac{x+1}{2}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \cdot \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 3 \\ &= (x+1)^2 + 3 \\ &= x^2 + 2x + 4 \end{aligned}$$

12. f , doğrusal bir fonksiyondur.

$$f(0) = 3 \text{ ve } f^{-1}(4) = \frac{1}{5} \text{ dir. } f\left(\frac{1}{5}\right) = 4$$

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 ☒ D) 13 E) 12

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = b = 3$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{5}\right) &= \frac{a}{5} + 3 = 4 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$f(x) = 5x + 3$$

$$f(2) = 13$$

13. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$f^{-1}(3x-5) = g(x-7)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(-5)$ kaçtır?

- A) -2 B) 0 ☒ C) 1 D) 3 E) 5

$$(f \circ g)(x-7) = 3x-5$$

$x=2$ için

$$(f \circ g)(-5) = 3 \cdot 2 - 5 = 1$$

14. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$h(x) = (f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

funksiyonu veriliyor.

$$(h \circ f)(x) = 3x - 7$$

olduğuna göre, $g(5)$ kaçtır?

- A) 5 ☒ B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$(h \circ f)(x) = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(x)$$

$$g^{-1}(x) = 3x - 7 \Rightarrow g(x) = \frac{x+7}{3}$$

$$g(5) = \frac{5+7}{3} = 4$$

15. Bire bir ve örten olduğu aralıkta,

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{6-3x}{2x+2} = \frac{-3(x-2)}{2(x+1)}$$

funksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}\left(\frac{1}{12}\right)$ kaçtır?

- A) -24 B) -20 ☒ C) -18 D) -16 E) -12

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{-3}{2} \cdot \frac{x-2}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{-3}{2x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = -18$$

$$f^{-1}\left(\frac{1}{12}\right) = -18$$

16. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; tanımlı, bire bir ve örten fonksiyondur.

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{5}$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 11 ☒ B) 9 C) 7 D) 5 E) 3

$$\frac{3x-2}{5} = 5$$

$$3x = 27 \Rightarrow x = 9$$

$$f(5) = 9$$

17. $(f \circ g^{-1})(x) = 8x - 10$ ve

$$g(x) = 3x + 6$$

funksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(14)$ kaçtır?

- A) -2 ☒ B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$(f \circ g^{-1} \circ g)(x) = 8 \cdot (3x+6) - 10$$

$$f(x) = 24x + 38$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-38}{24} \Rightarrow f^{-1}(14) = -1$$

18. f ve g bire bir ve örten birer fonksiyondur.

$$2 \cdot f(x) = 5 \cdot g(x) - 11 \text{ ve}$$

$$g^{-1}(3) = 2 \Rightarrow g(2) = 3$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 ☒ E) 2

$$2 \cdot f(2) = 5 \cdot \frac{g(2)}{3} - 11$$

$$2 \cdot f(2) = 4 \Rightarrow f(2) = 2$$

Bileşke ve Ters Fonksiyon - Test I

19. I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 5$
 II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$
 III. $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, h(x) = 5x - 1$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangilerinin tersi de bir fonksiyondur?

- ☒ A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

I. 1-1 ve örten

II. $f(-1) = f(1) = 1$
 1-1 değil

III. fonksiyon değil

20. $f: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow A$ 'ya tanımlı bire bir ve örten fonksiyondur.

$$f(x) = \frac{2x-3}{3x+6}$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

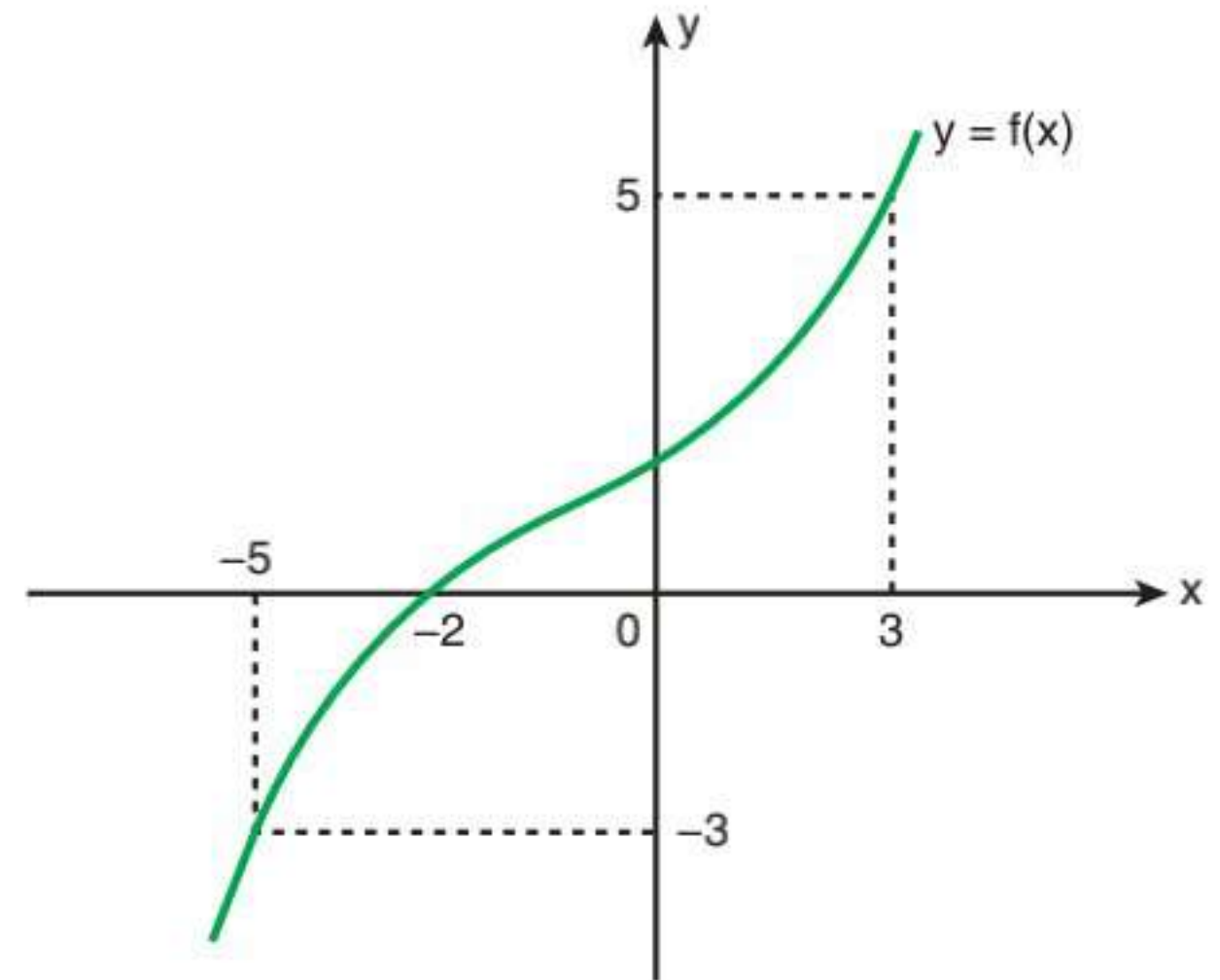
- A) $\mathbb{R} - \{2\}$ B) $\mathbb{R} - \{3\}$ ☒ C) $\mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$
 D) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ E) $\mathbb{R} - \left\{\frac{-3}{2}\right\}$

$$f^{-1}(x) = \frac{-6x-3}{3x-2}$$

$$3x-2=0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$A = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$$

21. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



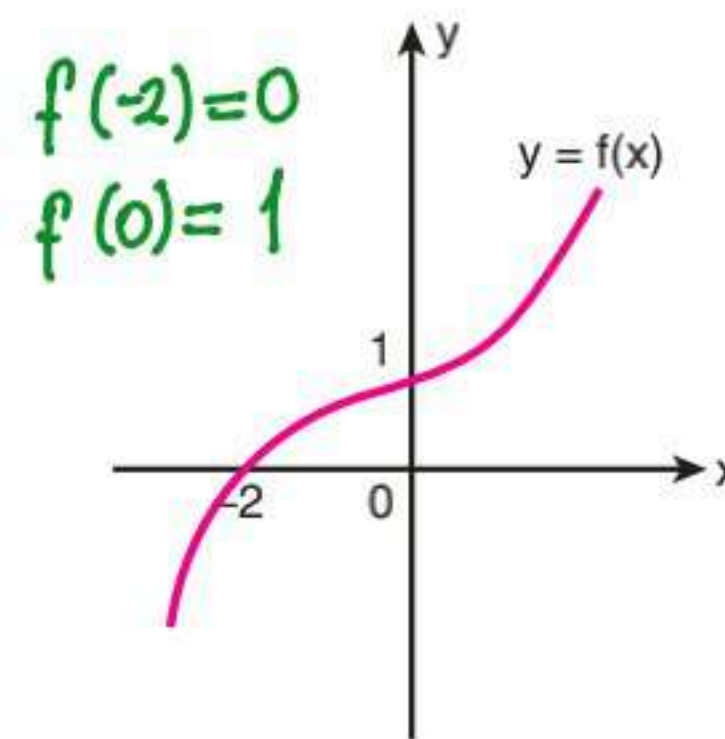
Buna göre, $\frac{f^{-1}(5) - f(-5)}{f^{-1}(0)}$ oranı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 ☒ D) -3 E) -2

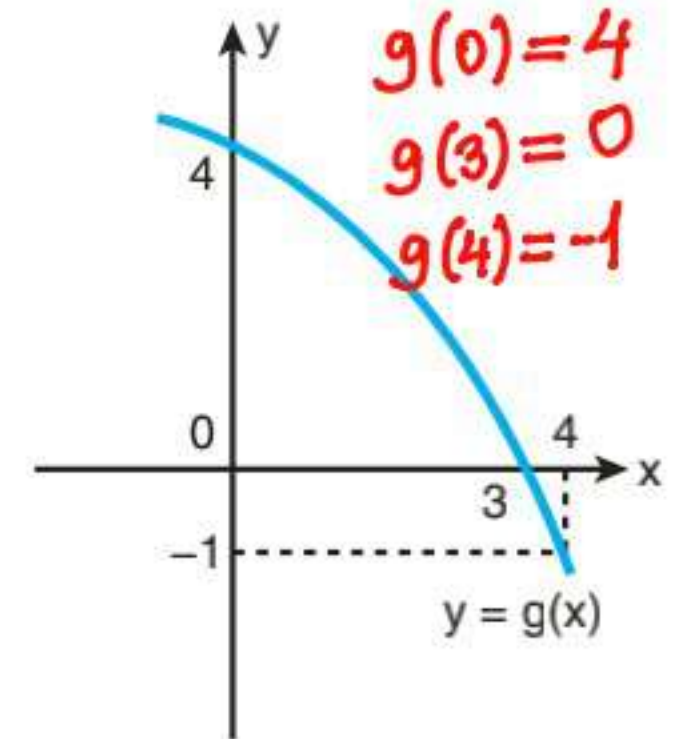
$$\begin{aligned} f(3) = 5 &\Rightarrow f^{-1}(5) = 3 \\ f(-2) = 0 &\Rightarrow f^{-1}(0) = -2 \\ f(-5) = -3 &\Rightarrow f^{-1}(-3) = -5 \end{aligned}$$

$$\frac{3+3}{-2} = -3$$

22. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$$\begin{aligned} f(-2) &= 0 \\ f(0) &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} g(0) &= 4 \\ g(3) &= 0 \\ g(4) &= -1 \end{aligned}$$

Buna göre, $(f \circ g^{-1})(4) + (f \circ f^{-1})(5)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 ☒ C) 6 D) 5 E) 4

$$\begin{aligned} f(g^{-1}(4)) + (f \circ f^{-1})(5) \\ f(0) + 5 = 1 + 5 = 6 \end{aligned}$$

1. D	2. A	3. B	4. A	5. B	6. A
7. E	8. A	9. C	10. B	11. E	12. D
13. C	14. B	15. C	16. B	17. B	18. E
19. A	20. C	21. D	22. C		

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 2$$

fonksiyonu veriliyor.

a bir rakam olmak üzere, $f^{-1}(a)$ bir tam sayıdır.

Buna göre, a 'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 ☒ D) 12 E) 11

$$f(x) = 3x - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$f^{-1}(a) = \frac{a+2}{3}$$

$$a = 1, 4, 7 \rightarrow 1 + 4 + 7 = 12$$

2. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = 3^{2x+1} - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(26)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 ☒ D) 1 E) 2

$$3^{2x+1} - 1 = 26$$

$$3^{2x+1} = 27 \Rightarrow 2x+1 = 3$$

$$x = 1$$

$$f^{-1}(26) = 1$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

olmak üzere,

$$f(x) = mx + 2$$

$$g(x) = 3x + n$$

$(f \circ g)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre, n kaçtır?

- A) -8 ☒ B) -6 C) -4 D) -2 E) 0

$$(f \circ g)(x) = m(3x+n) + 2$$

$$= 3mx + mn + 2$$

$$(f \circ g)(x) = x \text{ olmalı.}$$

$$3m = 1$$

$$m = \frac{1}{3}$$

$$\frac{n}{3} + 2 = 0$$

$$n = -6$$

4. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f^{-1}(x) = 3x + 6 \text{ ve } \rightarrow f(x) = \frac{x-6}{3}$$

$$g(x) = 3x - 1 \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g^{-1})(8)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 ☒ C) -1 D) 1 E) 2

$$(f \circ g^{-1})(8) = f(g^{-1}(8))$$

$$= f(3)$$

$$= \frac{3-6}{3} = -1$$

5. Bire bir ve örten olduğu aralıkta,

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{4-2x}{3x+3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right)$ kaçtır?

- ☒ A) -6 B) -3 C) $-\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

$$f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = \frac{-2 \cdot (x-2)}{3 \cdot (x+1)}$$

$$f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{-2}{3 \cdot \frac{1}{9}}$$

$$f(x) = \frac{-2}{3x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2}{3x} \quad f^{-1}\left(\frac{1}{9}\right) = -6$$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 4 \text{ ve}$$

$$g(x) = f^2(x)$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- ☒ A) $27x^2 - 72x + 44$ B) $27x^2 - 24x + 44$
C) $18x^2 - 72x + 48$ D) $9x^2 - 72x - 44$

$$E) 18x^2 - 72x + 44$$

$$g(x) = (3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$(f \circ g)(x) = 3(9x^2 - 24x + 16) - 4$$

$$= 27x^2 - 72x + 44$$

Bileşke ve Ters Fonksiyon - Test 2

7. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$

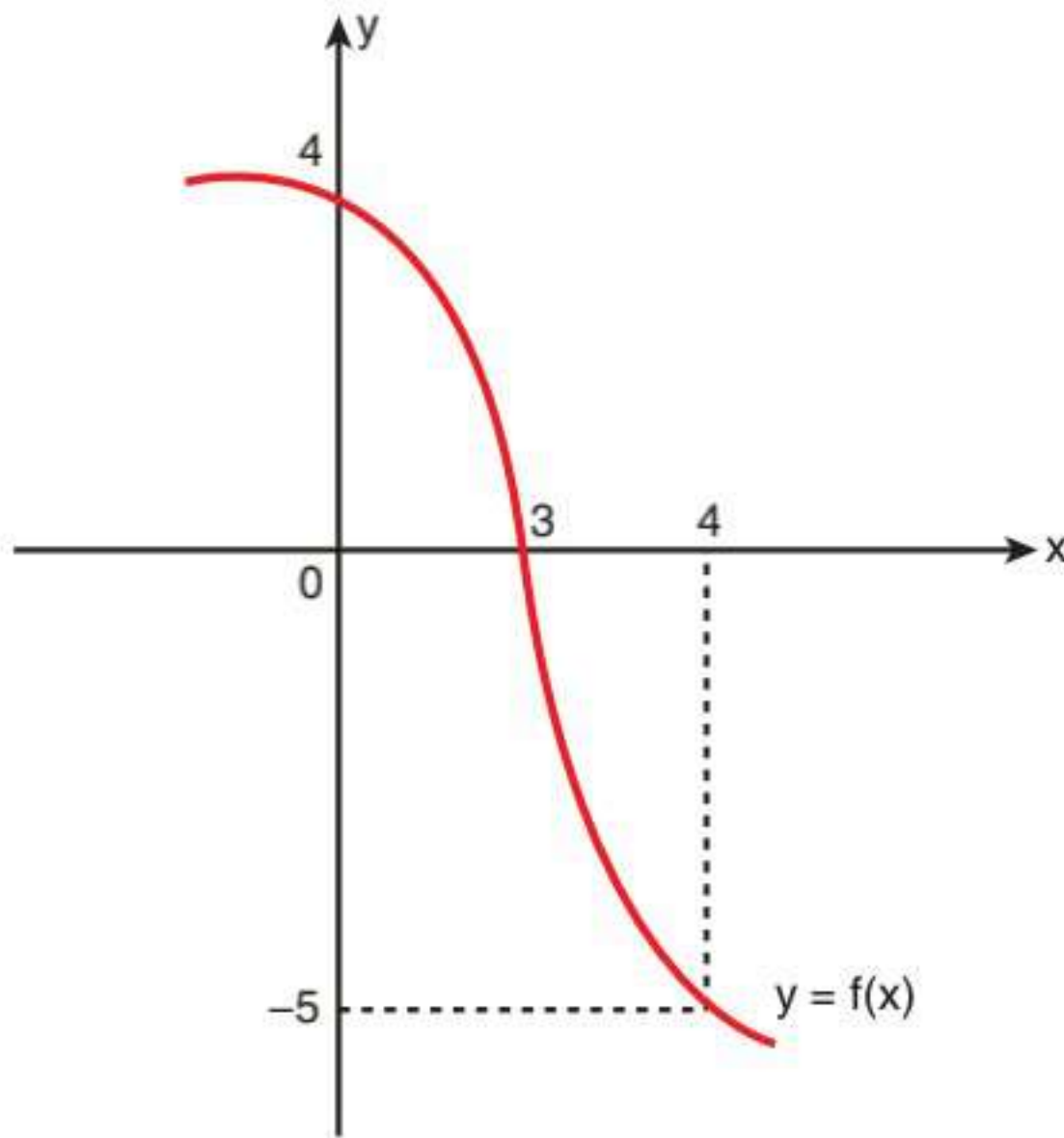
$$f(x) = \frac{3x+5}{x-7} \quad f^{-1}(x) = \frac{7x+5}{x-3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 6
- ☒
- B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

$$\begin{aligned} a-7 &= 0 & b-3 &= 0 \\ a &= 7 & b &= 3 \\ a+b &= 7+3 = 10 \end{aligned}$$

8. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $\frac{(f \circ f)(3)}{f^{-1}(-5)}$ oranı kaçtır?

- A) -1 B)
- $-\frac{1}{2}$
- ☒
- C) 1 D)
- $\frac{1}{2}$
- E) 2

$$\begin{aligned} f(0) &= 4 \\ f(3) &= 0 \\ f(4) &= -5 \\ \frac{(f \circ f)(3)}{f^{-1}(-5)} &= \frac{f(0)}{f^{-1}(-5)} = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x \geq 1 \\ x-4, & x < 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{2x-4}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{3x+4}{2}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g^{-1} \circ f)(0)$ kaçtır?

- A) -8 B) -6
- ☒
- C) -4 D) -2 E) 2

$$(g^{-1} \circ f)(0) = g^{-1}(f(0)) = g^{-1}(-4) = -4$$

10. $f(x) = 5x + 6$

$$g(x) = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(15)$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8
- ☒
- D) 9 E) 12

$$\begin{aligned} g(15) &= \frac{3}{5} \\ f\left(\frac{3}{5}\right) &= 5 \cdot \frac{3}{5} + 6 = 9 \\ (f \circ g)(15) &= f\left(g(15)\right) = f\left(\frac{3}{5}\right) = 9 \end{aligned}$$

11. Tanımlı olduğu aralıkta,

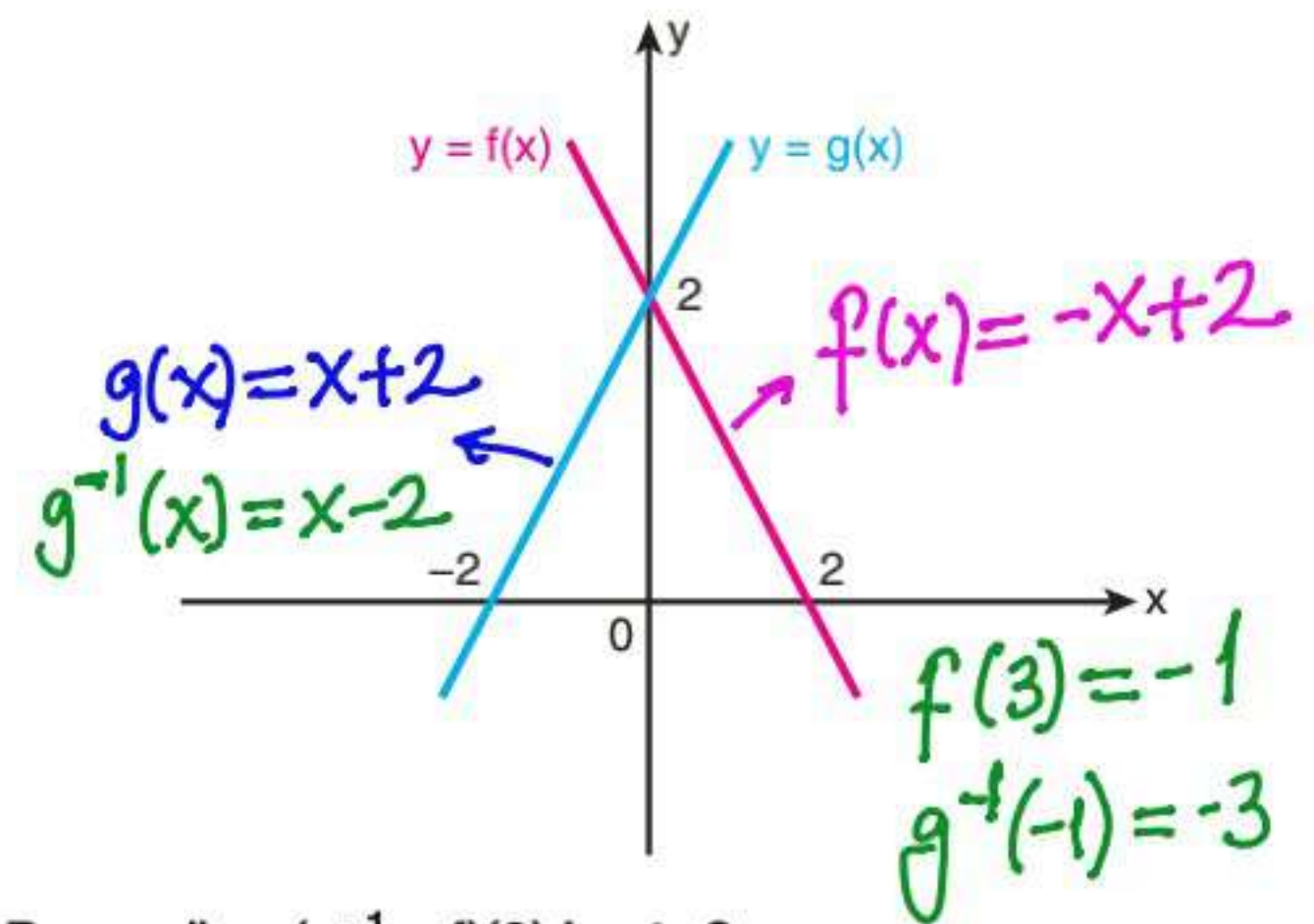
$$f(x) = \frac{1}{2-x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2x+1}{-x} = \frac{2x-1}{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(a) = f(-1)$ eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A)
- $\frac{6}{5}$
- B) 1 C)
- $\frac{4}{5}$
- ☒
- D)
- $\frac{3}{5}$
- E)
- $\frac{2}{5}$

$$\frac{2a-1}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow 6a-3=a \Rightarrow 5a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{5}$$

12. Aşağıda f ve g doğrusal fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.Buna göre, $(g^{-1} \circ f)(3)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4
- ☒
- C) -3 D) -2 E) -1

$$(g^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(-1) = -3$$

1. D	2. D	3. B	4. C	5. A	6. A
7. B	8. C	9. C	10. D	11. D	12. C

1. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = 3x - 1 \text{ ve}$$

$$g(x) = x - 13$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(x) > 0$ eşitsizliğini sağlayan x 'in en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

$$(f \circ g)(x) = 3 \cdot (x - 13) - 1 > 0$$

$$3x - 40 > 0$$

$$x > \frac{40}{3} = 13, \dots$$

x en az 14 dur.

2. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = 3x - 5$$

$$(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+7}{4}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(1)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$(g \circ f)(x) = 4x - 7$$

$$g(3x - 5) = 4x - 7$$

$$3x - 5 = 1 \quad g(1) = 4 \cdot 2 - 7$$

$$x = 2 \quad g(1) = 1$$

3. $f(x) = \frac{x+3}{2}$ ve

$$(f \circ g)^{-1}(x) = x$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x-3}{2}$ B) $\frac{x-2}{3}$ C) $2x-3$ D) $3x-2$ E) $3x+2$

$$(f \circ g)(x) = x \Rightarrow g(x) = f^{-1}(x)$$

$$g(x) = 2x - 3$$

4. $f = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0), (3, 1), (4, 3)\}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ f \circ f)(1)$ kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$(f \circ f \circ f)(1) = (f \circ f)(f(1))$$

$$= f(f(2))$$

$$= f(0) = 1$$

5. Aşağıdaki tabloda gösterilen f fonksiyonu gerçekte sayılarda tanımlı başkatsayısı pozitif olan bir fonksiyondur.

0	$x+1$	f
$x+1$	$x+2$	
f		$4x-9$

"0" işlemi fonksiyonların bileşke işlemini göstermektedir.

Örneğin; Pembe renkli karenin içindeki $x+2$ fonksiyonu sırasıyla 1. satır ve 1. sütundaki fonksiyonların bileşkesi alınarak bulunmuştur.

Buna göre, yeşile boyalı kısma aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi yazılabilir?

- A) $3x-2$ B) $2x-3$ C) $2x-1$ D) $2x+1$ E) $2x+3$

$$(f \circ f)(x) = 4x - 9$$

$$f(x) = ax + b$$

$$a(ax+b)+b=4x-9$$

$$a^2x+ab+b=4x-9$$

$$a=2, b=-3 \vee a=-2, b=9$$

$$f(x) = 2x-3 \vee f(x) = -2x+9$$

$$f(x+1) = 2x-1 \text{ olabilir.}$$

6. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x-1) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x+4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x+1}{x}$$

$$f^{-1}(x) = -4 + \frac{1}{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) $-\frac{7}{2}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) -2

$$f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 + \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -6$$

Bileşke ve Ters Fonksiyon - Test 3

7. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$f(x+5) = g^{-1}(3x+1)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)(8)$ kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11 ☒ D) 10 E) 9

$$(g \circ f)(x+5) = 3x+1$$

$x=3$ için

$$(g \circ f)(8) = 3 \cdot 3 + 1 = 10$$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(2x^2 - x) = 6x^2 - 3x + 5$$

olduğuna göre, $f^{-1}(11)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 ☒ E) 2

$$f(\underbrace{2x^2 - x}_x) = 3(\underbrace{2x^2 - x}_x) + 5$$

$$f(x) = 3x + 5 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$$

$$f^{-1}(11) = \frac{11-5}{3} = 2$$

9. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$(g \circ f)(x) = 3x + 1 \text{ ve}$$

$$[g \circ (f \circ g)^{-1}](x) = 2x - 1$$

eşitliklerine göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x-1}{3}$ B) $\frac{x+2}{6}$ ☒ C) $6x-2$

D) $2x-6$

E) $\frac{x-2}{6}$

$$[g \circ g^{-1} \circ f^{-1}](x) = 2x-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x-1$$

$$(g \circ f)(f^{-1}(x)) = 3 \cdot (2x-1) + 1$$

$$g(x) = 6x-2$$

10. 33 sayfalık bir defter A, B ve C olmak üzere 3 eşit bölüme ayrılmıştır.

Defterin A, B ve C kısımlarının her biri 0, 1, 2, 3, ..., 10 olacak şekilde numaralandırılmıştır. Defterin A bölümü bittiğinde hemen sonra B bölümünün sıfır numaralı sayfası, B bölümü bittiğinde ise hemen sonra C bölümünün sıfır numaralı sayfası başlamaktadır.

- f fonksiyonu herhangi bir sayfadan 18 sayfa sonrasına,
- g fonksiyonu herhangi bir sayfadan 3 sayfa öncesi-ne götüreceği biçimde tanımlanmıştır.

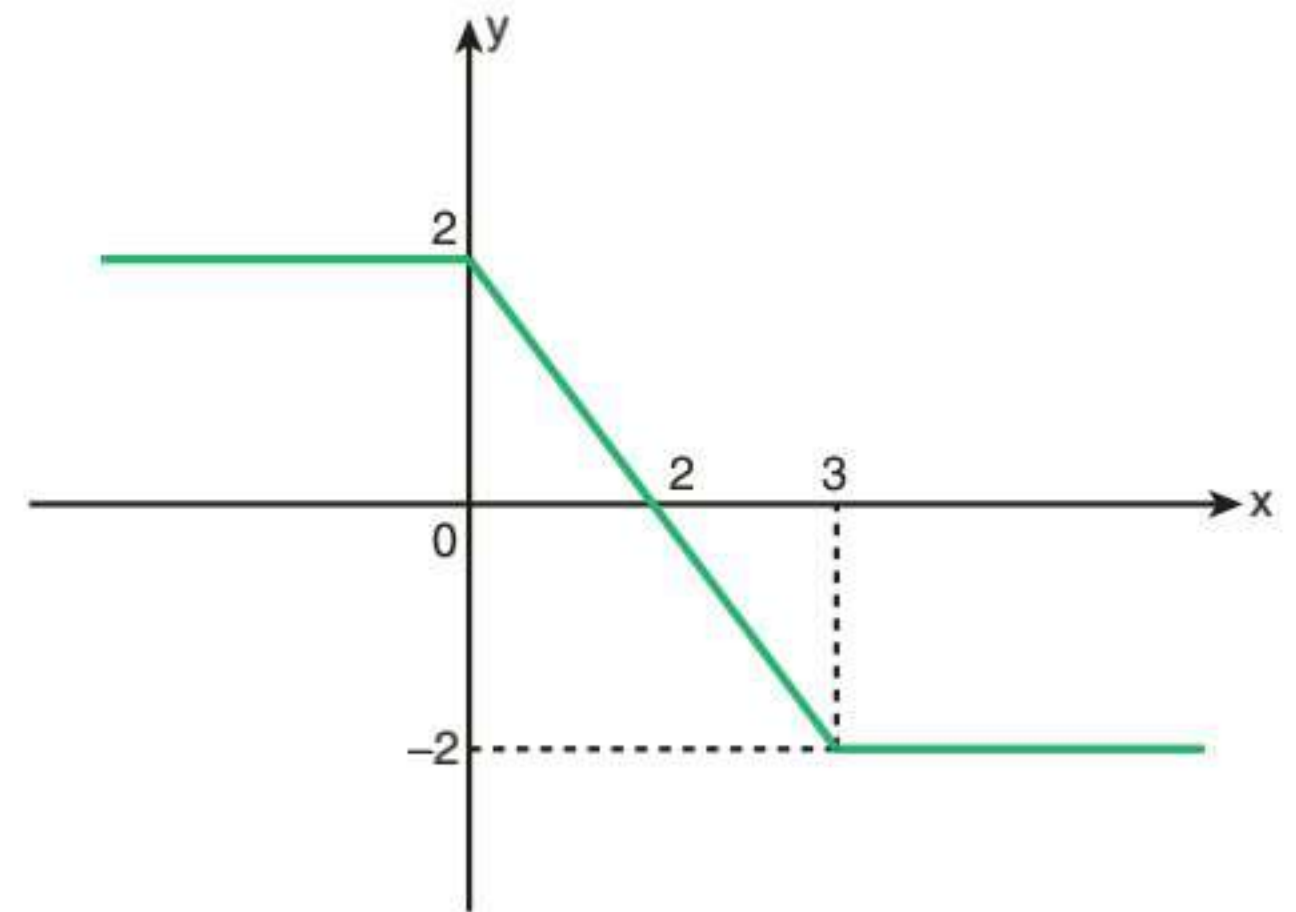
Örneğin; g fonksiyonu C bölümündeki 10 numaralı sayfayı, C bölümündeki 7 numaralı sayfa ile eşleştirir. Yani, $g(C-10) = C-7$ dir.

Buna göre, $(g \circ f)(A-4)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $B-6$ B) $B-7$ ☒ C) $B-8$
D) $C-3$ E) $C-2$

$$g(f(A-4)) = g(B-11) = g(B-8)$$

11. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ f \circ f)(4)$ kaçtır?

- A) -2 ☒ B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

$$(f \circ f)(\underbrace{f(4)}_{-2}) = f(\underbrace{f(-2)}_2) = f(2) = 0$$

12. m ve n sıfırdan farklı gerçel sayılardır.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = 3x - m \text{ ve } f^{-1}(x) = \frac{x+m}{3}$$

$$f^{-1}(n) = f(n)$$

olduğuna göre, m ile n arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $m + n = 0$ B) $m = 2n$ C) $m + 2n = 0$
D) $n = 2m$ E) $n + 2m = 0$

$$\begin{aligned} \frac{n+m}{3} &= 3n-m \\ n+m &= 9n-3m \\ 4m &= 8n \Rightarrow m=2n \end{aligned}$$

13. f : "Sayı doğrusu üzerindeki x sayısının x^2 sayısına olan uzaklığı"

şeklinde tanımlanıyor.

$$f(x) = |x - x^2|$$

Örneğin; $f(3) = 6$

$$f(-1) = 2 \text{ dir.}$$

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(f \circ f)(-2) = f(a) \text{ dir.}$$

Buna göre, a'nın en küçük değeri kaçtır?

- A) -10 B) -6 C) -5 D) 3 E) 6

$$\begin{aligned} f(f(-2)) &= f(a) \\ 30 &= |a - a^2| \Rightarrow a = -5 \vee a = 6 \end{aligned}$$

14. Tanım: Toplamları 90° olan iki açıya "Tümler Açılar", toplamları 180° olan iki açıya "Bütünler Açılar" denir.

f ve g iki fonksiyon olmak üzere,

f : "x açısını tümleri ile eşleştirir."

g : "x açısını bütünleri ile eşleştirir."

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ g)(100^\circ)$ değeri kaç derecedir?

- A) 5 B) 10 C) 20 D) 30 E) 40

$$f(g(100)) = f(80) = 10$$

15. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ olmak üzere,

f : "x doğal sayısının rakamları çarpımı"

g : "x doğal sayısının rakamları toplamı"

olarak tanımlanıyor.

$$(g \circ f)(147) = f(a)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, üç basamaklı a sayısının en küçük değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 251 B) 245 C) 125 D) 128 E) 127

$$\begin{aligned} g(1.4.7) &= f(a) \\ g(28) &= f(a) = 2+8 \\ f(a) &= 10 \Rightarrow a = 125 \end{aligned}$$

16. 72 basamaklı bir merdivenin basamakları aşağıdan yukarıya doğru 1'den 72'ye kadar olan doğal sayılarla numaralandırılıyor.

Salih, bu merdiveni önce her adımda 2 basamak atacak şekilde çıkıp sonra her adımda 3 basamak atacak şekilde iniyor.

$f: x \rightarrow$ "Salih'in x. adımda kaçınıcı basamakta olduğu"

biçiminde bir f fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)(20)$ değeri kaçtır?

- A) 24 B) 38 C) 48 D) 60 E) 64

$$\begin{aligned} \text{Çıkarken } \frac{72}{2} &= 36 \text{ adım} \\ \text{İnerken } \frac{72}{3} &= 24 \text{ adım} \\ f(x) &= \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 36 \text{ çıkış} \\ 72-3x, & 0 \leq x \leq 24 \text{ iniş} \end{cases} \\ f(f(20)) &= f(40) \\ f(40) &= 72-3 \cdot 4 = 60 \end{aligned}$$

17. f bire bir ve örten bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} f^{-1}(x+4), & x < 1 \\ g(x-3), & x \geq 1 \end{cases}$$

f fonksiyonu veriliyor.

$$f(-2) = f(4)$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(1)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$f f^{-1}(2) = g(1) \Rightarrow (f \circ g)(1) = 2$$

Bileşke ve Ters Fonksiyon - Test 3

18. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 1 \text{ ve } g(x) = f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(x) > g(x)$ eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 3) B) (2, ∞) C) $(-\infty, -1)$
☒ D) (1, ∞) E) $(-1, 1)$

$$2x - 1 > \frac{x+1}{2} \Rightarrow 4x - 2 > x + 1$$

$$3x > 3$$

$$x > 1$$

$$G.K = (1, \infty)$$

19. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(3x - 1) = 2x + a$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(a)$ değeri kaçtır?

- A) -2 ☒ B) -1 C) 0 D) 1

$$f^{-1}(2x+a) = 3x-1$$

$x=0$ için

$$f^{-1}(a) = -1$$

20. ab iki basamaklı bir sayı olmak üzere,

$$f(ab) = |a^2 - b^2|$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)(64)$ değeri kaçtır?

- A) 1 ☒ B) 4 C) 8 D) 10

$$f(64) = |6^2 - 4^2| = 20$$

$$f(20) = |2^2 - 0^2| = 4$$

21.

...	...	...	...
13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

Yukarıda verilen birim karelerin içine 1'den başlayarak gösterilen düzende doğal sayılar yazmıştır.

Herhangi bir birim kare içinde yazan sayı x olmak üzere,

$f: x \rightarrow$ "x yazan birim kare ile ortak bir kenara sahip komşu birim karelerdeki sayıların toplamı"

biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; $f(1) = 2 + 5 = 7$

$$f(7) = 11 + 3 + 8 + 6 = 28 \text{ dir.}$$

Buna göre, $(f \circ f)(10)$ kaçtır?

- ☒ A) 119 B) 120 C) 121 D) 122 E) 123

	$x+4$	
$x-1$	x	$x+1$
	$x-4$	

10 için

$$f(10) = 9 + 14 + 6 + 11 = 40$$

	$x+4$	
$x-1$	x	
	$x-4$	

40 için

$$f(40) = 44 + 36 + 39$$

$$f(40) = 119$$

1. C	2. D	3. C	4. B	5. C	6. A	7. D
8. E	9. C	10. C	11. B	12. B	13. C	14. B
15. C	16. D	17. D	18. D	19. B	20. B	21. A



YANINDA BULUNSUN

POLİNOM TANIMI

x bir değişken, n bir doğal sayı ve $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ birer gerçektek sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

ifadesine bir değişkenli "Polinom (Çok Terimli)" denir.

x değişkenine bağlı polinomlar $P(x), Q(x), R(x), \dots$ şeklinde isimlendirilir.



ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen ifadelerden hangileri bir polinomdur?

I. $P(x) = x^3 - 7$

II. $Q(x) = \frac{1}{x} + 2$

III. $R(x) = \sqrt{2}x^2 - 3$

IV. $T(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1$



ÇÖZÜM

I. $P(x) = x^3 - 7$ Polinom

II. $Q(x) = \frac{1}{x} + 2 = x^{-1} + 2$ $-1 \notin \mathbb{N}$

III. $R(x) = \sqrt{2}x^2 - 3$ Polinom

IV. $T(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1 = x^2 + x^{\frac{1}{2}} - 1$ $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$



ÖRNEK 2.

$$P(x) = \sqrt[m]{x^6} - 2$$

ifadesi bir polinom belirtmektedir.

Buna göre, m 'nin alacağı değerleri bulunuz.



ÇÖZÜM

$$P(x) = x^{\frac{6}{m}} - 2$$

$$\frac{6}{m} \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 1, 2, 3, 6$$



ÖRNEK 3.

$$P(x) = x^{n-2} + 3 \cdot x^{5-n} + 1$$

ifadesinin bir polinom belirtmesi için n 'nin alacağı değerleri bulunuz.



ÇÖZÜM

$$n-2 \geq 0 \quad 5-n \geq 0$$

$$n \geq 2 \quad 5 \geq n$$

$$2 \leq n \leq 5$$

$$2, 3, 4, 5$$



YANINDA BULUNSUN

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ polinomunda;

- $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, a_2 x^2, a_1 x, a_0$ ifadelerine polinomun terimleri,
- $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ gerçektek sayılarına polinomun katsayıları,
- x değişkeninin aldığı en büyük üsse polinomun derecesi, ($\deg[P(x)]$ ile gösterilir.)
- Bir polinomun en büyük dereceli teriminin katsayısına polinomun başkatsayısı,
- a_0 terimine polinomun sabit terimi denir.



ÖRNEK 4.

$$P(x) = 5 \cdot x^3 + x^2 - x + 7$$

polinomu veriliyor.

Buna göre $P(x)$ polinomunun,

- Derecesini
- Başkatsayısını
- Katsayılarını
- Sabit terimini bulunuz.



ÇÖZÜM

I. Derecesi = 3

II. Başkatsayısı = 5

III. Katsayıları = 5, 1, -1, 7

IV. Sabit terimi = 7

? ÖRNEK 5.

$$P(x) = 3 \cdot x^{a-2} + x^{2-a} + 4$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$a-2=0 \text{ olmalı}$$

$$a=2$$

$$P(x) = 3 \cdot x^0 + x^0 + 4$$

$$P(x) = 8$$

? ÖRNEK 6.

Üçüncü dereceden dört terimli bir $P(x)$ polinomunun sabit terimi 3'tür. Bu polinomun sabit terimi dışındaki her bir katsayısı o terimin derecesine eşittir.

Buna göre, yukarıdaki şartı sağlayan $P(x)$ polinomunu yazınız.

✓ ÇÖZÜM

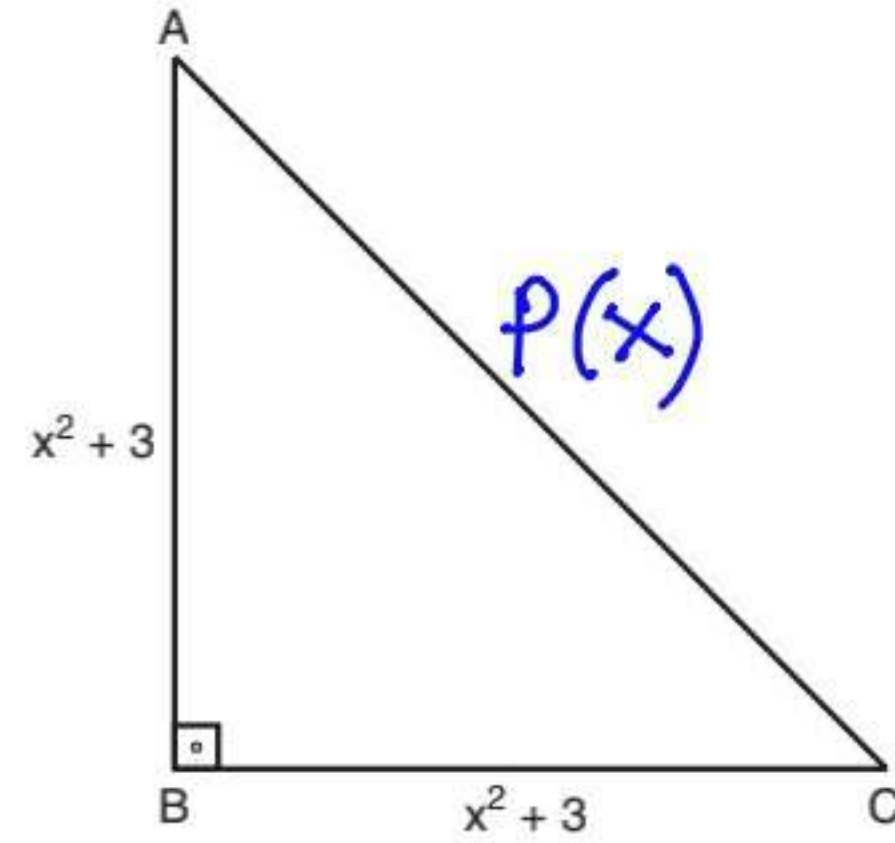
$$P(x) = 3x^3 + 2x^2 + x + 3$$

? ÖRNEK 7.

ABC bir dik üçgendir.

$$|AB| = x^2 + 3 \text{ ve}$$

$$|BC| = x^2 + 3 \text{ birimdir.}$$



Buna göre, $|AC|$ için,

- I. Bir polinom belirtmez.
- II. Sabit terimi $3\sqrt{2}$ dir.
- III. Başkatsayısı $\sqrt{2}$ olan ikinci dereceden bir polinomdur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = (x^2 + 3) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}$$

I. Polinomdur.

II. Sabit terimi $3\sqrt{2}$ dir.

III. Başkatsayısı $\sqrt{2}$ olan ikinci dereceden polinomdur.



NOT

Gerçek katsayılı her polinom aynı zamanda gerçek sayılarda tanımlı bir fonksiyon belirtir.

Örneğin;

- $P(x)$ polinomu verilip $P(2)$ sorulursa x yerine 2 yazılır.
- $P(x)$ polinomu verilip $P(x-2)$ polinomu sorulursa x yerine $x-2$ yazılır.

ÖRNEK 8.

$$P(x) = x^2 - 4$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(-1) + P(\sqrt{7})$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(-1) = (-1)^2 - 4 = -3$$

$$P(\sqrt{7}) = (\sqrt{7})^2 - 4 = 3$$

$$-3 + 3 = 0$$

ÖRNEK 9.

$$P(x + 1) = x^2 - 3x + 1$$

polinomu veriliyor.

Buna göre,

- $P(-2)$ kaçtır?
- $P(2x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

a) $x = -3$ için

$$P(-2) = 9 + 9 + 1 = 19$$

b) x yerine $2x-1$ yazılırsa

$$P(2x) = (2x-1)^2 - 3(2x-1) + 1$$

$$= 4x^2 - 10x + 5$$

ÖRNEK 10.

$P(x)$ bir polinomdur.

$$(x + 2) \cdot P(x) = x^3 - mx + 6$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$x = -2$ için

$$0 = -8 + 2m + 6 \Rightarrow m = 1$$

$$(x+2) \cdot P(x) = x^3 - x + 6$$

$x = 1$ için

$$3 \cdot P(1) = 6 \Rightarrow P(1) = 2$$

ÖRNEK 11.

Aşağıda elektronik sistemle çalışan bir panjur görseli verilmiştir. Pencere dikdörtgen şeklinde olup boyutları $x^2 + 1$ ve $x^2 + 3x + 5$ birimdir.



$x^2 + 1$ birim

$x^2 + 3x + 5$ birim

$2x-2$ açılır.

$$x^2 + 3x + 5 - (2x - 2)$$

$$x^2 + x + 7$$

Panjur tamamen kapalıyken kumandaya basıldığında panjur her saniyede dikdörtgenin enine paralel olacak şekilde $x - 1$ birim yukarıya çıkmaktadır.

Buna göre, kumandaya basıldıktan 2 saniye sonra pencerenin kapalı kalan kısmının alanı $P(x)$ polinomu ile ifade edilirse $P(2)$ kaç olur?

ÇÖZÜM

$$P(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 + x + 7)$$

$$P(2) = 5 \cdot 13$$

$$P(2) = 65$$



YANINDA BULUNSUN

Sabit Terim ve Katsayılar Toplamı

x bir değişken, n bir doğal sayı ve $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ birer gerçektek sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \text{ polinomunun}$$

- Katsayılar toplamı

$$P(1) = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 \text{ biçiminde}$$

- Sabit terimi

$$P(0) = a_0 \text{ biçiminde bulunur.}$$

**NOT**

Bir polinomun katsayılar toplamı polinomun değişkeninin yerine 1, sabit terimi ise 0 yazılmasıyla bulunur.

- $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(1)$ dir.
- $P(x)$ polinomunun sabit terimi $P(0)$ dir.
- $P(x - 3)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(-2)$ dir.
- $P(2x + 5)$ polinomunun sabit terimi $P(5)$ tir.

**ÖRNEK 12.**

$$P(x) = (x^2 - 3)^2 + (x + 1)^3$$

polinomunun,

- Sabit terimini
- Katsayılar toplamını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$a) P(0) = (-3)^2 + 1^3 = 10$$

$$b) P(1) = (-2)^2 + 2^3 = 12$$

**ÖRNEK 13.**

$$P(x) = ax^2 + 3x + a - 1$$

polinomunun katsayılar toplamı 7'dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$P(1) = a + 3 + a - 1 = 7$$

$$2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

$$P(0) = a - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$$

**ÖRNEK 14.**

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + c$$

polinomunun katsayılarının aritmetik ortalaması 6'dır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

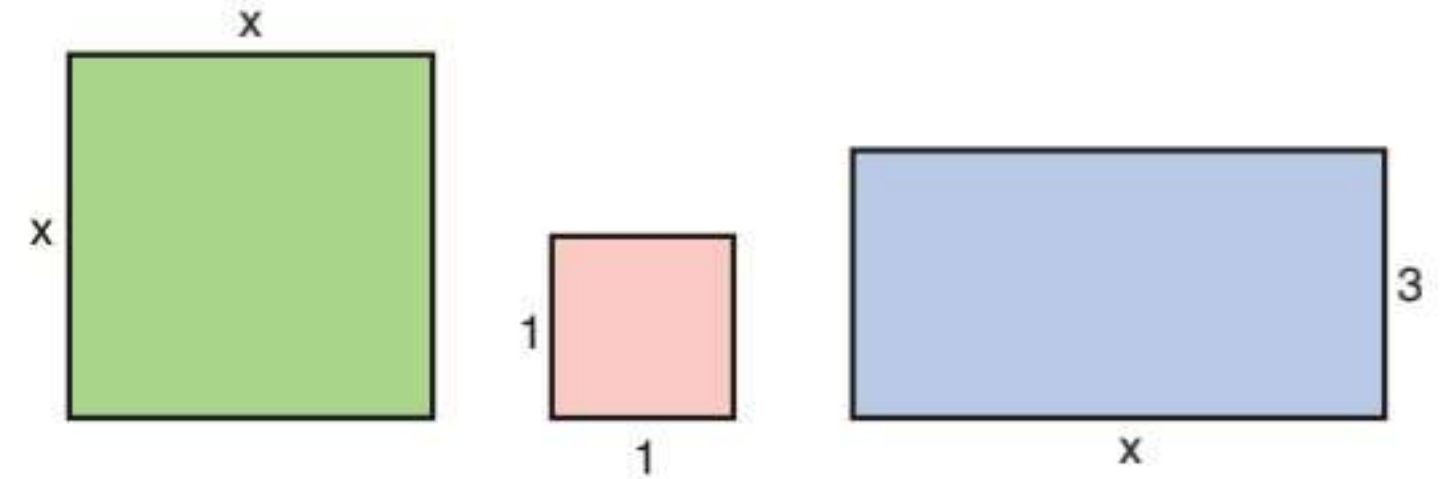
$$\frac{a+b+c}{3} = 6 \Rightarrow a+b+c = 18$$

$$P(1) = a + b + c$$

$$P(1) = 18$$

**ÖRNEK 15.**

$x > 0$ olmak üzere, aşağıda kenar uzunluklarıyla birlikte bir tane dikdörtgen ve iki tane kare görseli verilmiştir.



Şekillerin alanları toplamı $P(x)$ polinomu ile ifade edilmiştir.

Buna göre,

- $P(x + 2)$ polinomunun katsayılar toplamını
- $P(3x + 4)$ polinomunun sabit terimini bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$P(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$a) x=1 \text{ için } P(3)$$

$$P(3) = 9 + 9 + 1 = 19$$

$$b) x=0 \text{ için } P(4)$$

$$P(4) = 16 + 12 + 1 = 29$$

ÖRNEK 16.

$$P(x+2) = x^3 - a \cdot x + 3$$

polinomu veriliyor.

$P(x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı 11 olduğuna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x=1 \text{ için } P(0)=11$$

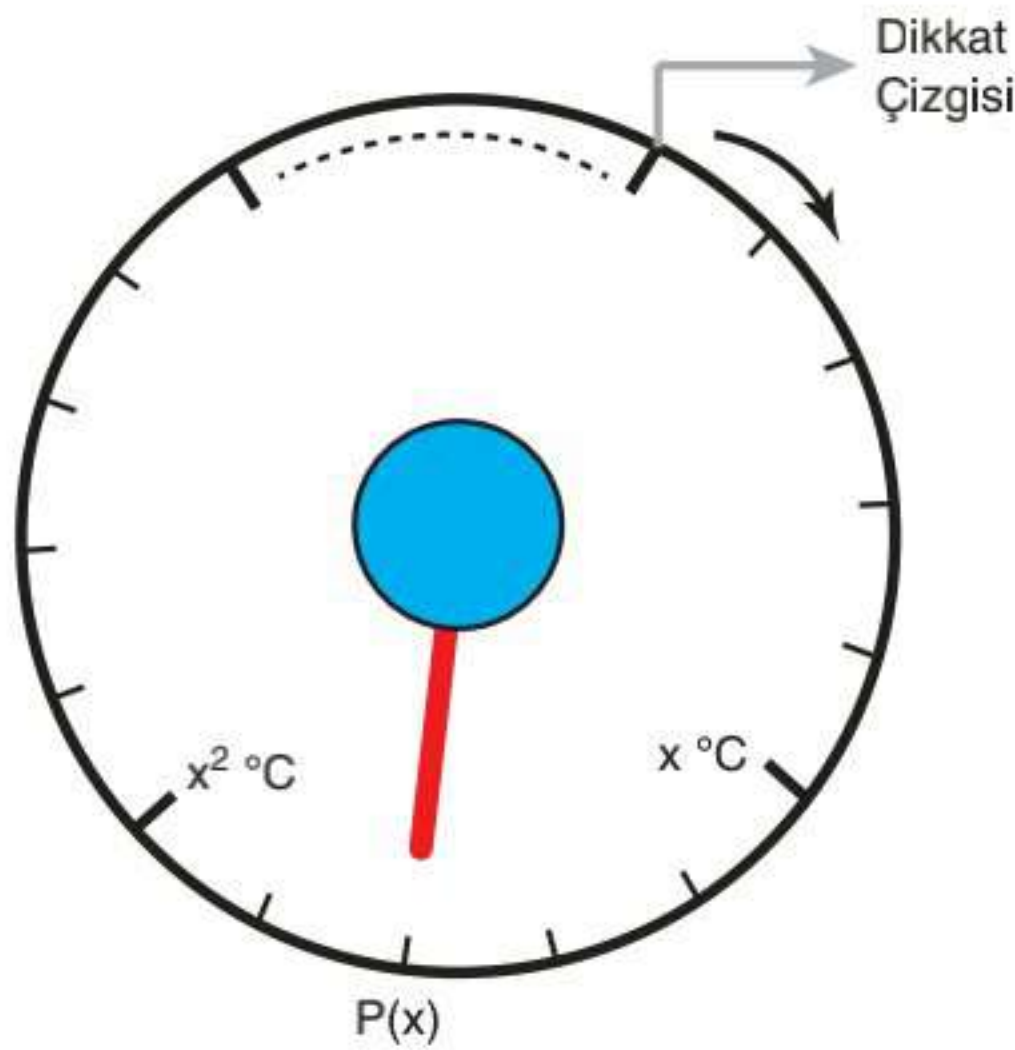
$$x=-2 \text{ için } P(0) = -8 + 2a + 3 = 11$$

$$2a = 16$$

$$a = 8$$

ÖRNEK 17.

Aşağıda sıfırdan büyük sıcaklıkları ölçen bir ölçüm cihazı verilmiştir. Ölçüm cihazının her iki ardışık dikkat çizgisi arası 5 eşit bölmeye ayrılmıştır.



Ölçüm cihazındaki kırmızı ibrenin gösterdiği cebirsel ifade $P(x)$ polinomu ile ifade edilmiştir.

Buna göre, $P(x+1)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

$$x=1 \text{ için } P(2)=?$$

ÇÖZÜM

$$P(x) = x + 3 \cdot \frac{x^2 - x}{5}$$

$$P(2) = 2 + 3 \cdot \frac{2}{5}$$

$$P(2) = 3,2$$



YANINDA BULUNSUN

Bir $P(x)$ Polinomunun Tek ve Çift Dereceli Terimlerinin Katsayıları Toplamı

$$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \text{ polinomunda,}$$

- ax^4 , cx^2 ve e çift dereceli terimler
- bx^3 ve dx tek dereceli terimlerdir.

$$P(1) = a + b + c + d + e$$

$$+ P(-1) = a - b + c - d + e$$

$$P(1) + P(-1) = 2a + 2c + 2e$$

$$P(1) + P(-1) = 2 \cdot (a + c + e)$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = a + c + e \text{ (Çift dereceli terimlerin katsayıları toplamı)}$$

$$P(1) = a + b + c + d + e$$

$$- P(-1) = a - b + c - d + e$$

$$P(1) - P(-1) = 2b + 2d$$

$$P(1) - P(-1) = 2 \cdot (b + d)$$

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2} = b + d \text{ (Tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı)}$$

SONUÇ

Bir $P(x)$ polinomunda

- Çift dereceli terimlerin katsayıları toplamı: $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$
- Tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı: $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$ dir.

ÖRNEK 18.

$$P(x) = (x^2 - x + 1)^2$$

polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(1) = 1, P(-1) = 3^2 = 9$$

$$\frac{1+9}{2} = 5$$

ÖRNEK 19.

$$P(x) = x^2 + 2x + 4$$

polinomu veriliyor.

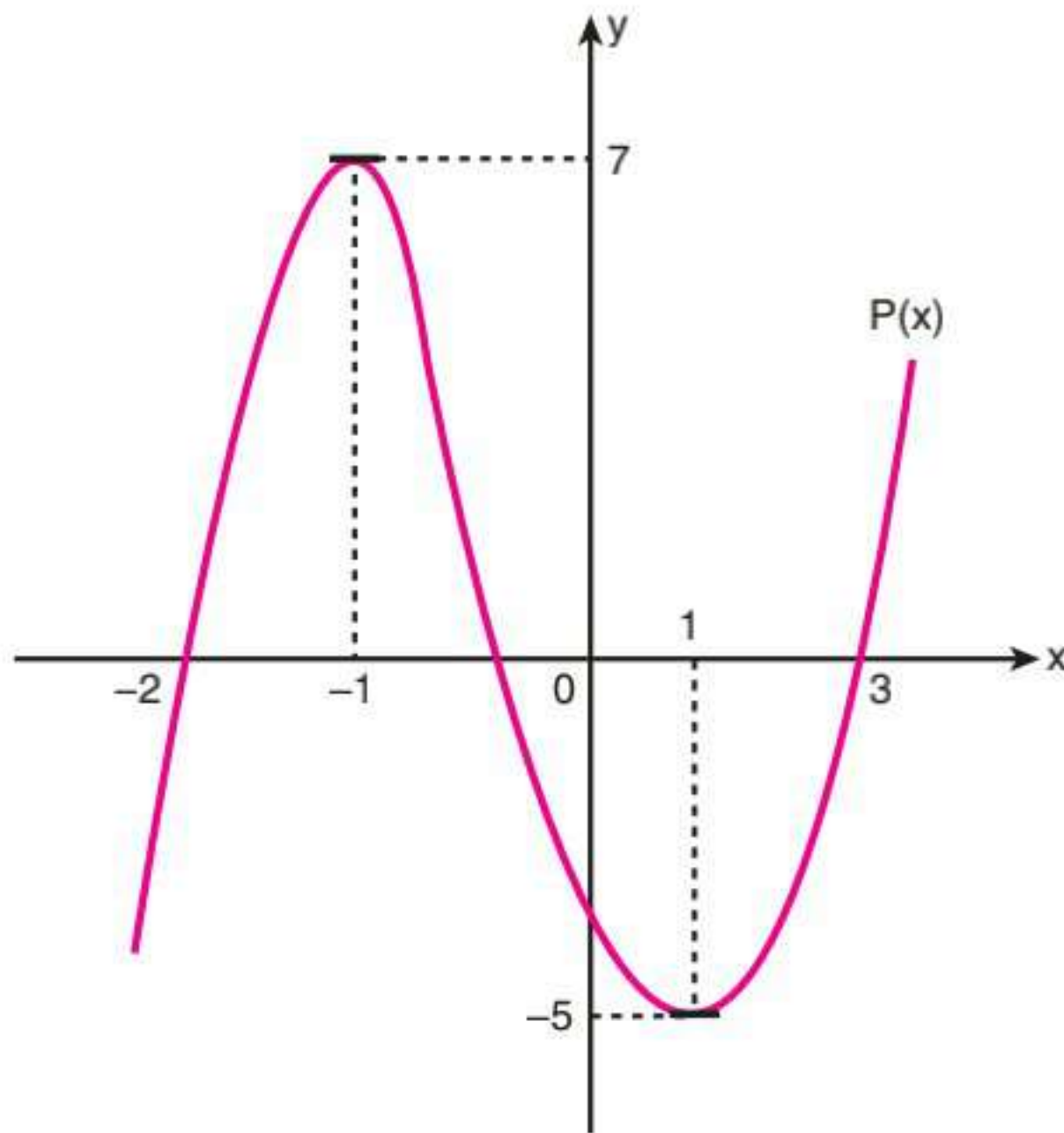
Buna göre, $P(x - 1)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{P(0) - P(-2)}{2} = \frac{4 - 4}{2} = 0$$

ÖRNEK 20.

Aşağıda bir $P(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

**YANINDA BULUNSUN****Sabit ve Sıfır Polinom**

c sıfırdan farklı bir gerçekteki sayı olmak üzere $P(x) = c$ şeklindeki polinomlara "**Sabit Polinom**" denir. Sabit polinomun derecesi sıfıra eşittir.

Örneğin; $P(x) = 7$, $Q(x) = m^2 - 2$ birer sabit polinomdur.

$P(x) = 0$ polinomuna "**Sıfır Polinomu**" denir. Sıfır polinomunun derecesi hakkında yorum yapılamaz.

Örneğin; $P(x) = 0 \cdot x^3 = 0$
 $P(x) = 0 \cdot x^2 = 0$
 $P(x) = 0 \cdot x^{72} = 0$

Polinomlarının her birinin derecesi farklı olmasına rağmen her biri sıfır polinomudur.

ÖRNEK 21.

$P(x)$ sabit bir polinomdur.

$$2 \cdot P(x) + 3 \cdot P(-1) = 20$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(10)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(x) = c \text{ olsun.}$$

$$2 \cdot c + 3 \cdot c = 20$$

$$5c = 20 \Rightarrow c = 4$$

$$P(x) = 4$$

$$P(10) = 4$$

ÖRNEK 22.

$P(x)$ sabit bir polinomdur.

$$P(x) = (a - 2)x^2 + (b + 3)x + ab$$

olduğuna göre, $P(5)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a - 2 = 0 \quad b + 3 = 0$$

$$a = 2 \quad b = -3$$

$$P(x) = -6 \Rightarrow P(5) = -6$$

ÖRNEK 23.

$$P(x) = (m - 2) \cdot x^2 + (n + 5) \cdot x + k + 2$$

polinomu sıfır polinomudur.

Buna göre, $m \cdot n \cdot k$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{lll} m-2=0 & n+5=0 & k+2=0 \\ m=2 & n=-5 & k=-2 \end{array}$$

$$m \cdot n \cdot k = 2 \cdot (-5) \cdot (-2) = 20$$

ÖRNEK 24.

Aşağıdaki görselde verilen lastikte, başlangıçta 25 bar hava bulunmaktadır.



Lastiğe birim zamanda basılan hava miktarı, lastikte bulunan delikten sızan birim zamandaki hava miktarı ile aynıdır.

Lastiğe hava basılmaya başlandıktan sonra lastikte biriken hava miktarı, $P(x) = (m - 10)x + n$ polinomuyla ifade edilmektedir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(x) = 25 \text{ olmalı.}$$

$$\begin{array}{ll} m-10=0 & n=25 \\ m=10 & \end{array}$$

$$m \cdot n = 10 \cdot 25 = 250$$



YANINDA BULUNSUN

Polinomlarda Toplama / Çıkarma / Çarpma

- Polinomlar toplanırken / çıkarılırken eşit dereceli olan terimlerin katsayıları toplanır / çıkarılır.
- İki polinom çarpılırken, polinomlardan birinin her bir terimi, diğer polinomun her bir terimi ile çarpılıp, her bir çarpımın sonucu toplanır.
- Polinomların toplamı, farkı ve çarpımının sonucunda elde edilen ifade yine bir polinomdur.



NOT

$$P(x) = a \cdot x^n + b \cdot x^m \text{ ve}$$

$$Q(x) = c \cdot x^n + d$$

polinomları verilsin.

Bu durumda,

- $P(x) + Q(x) = (a + c) \cdot x^n + b \cdot x^m + d$
- $P(x) - Q(x) = (a - c) \cdot x^n + b \cdot x^m - d$
- $P(x) \cdot Q(x) = a \cdot c \cdot x^{2n} + a \cdot d \cdot x^n + b \cdot c \cdot x^{m+n} + b \cdot d \cdot x^m$ olur.

ÖRNEK 25.

$$P(x) = x^2 - x - 2 \text{ ve}$$

$$Q(x) = x^2 + 5x$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) - 2 \cdot Q(x)$ polinomunda x 'li terimin katsayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x^2 - x - 2 - 2 \cdot (x^2 + 5x)$$

$$-x^2 - 11x - 2$$

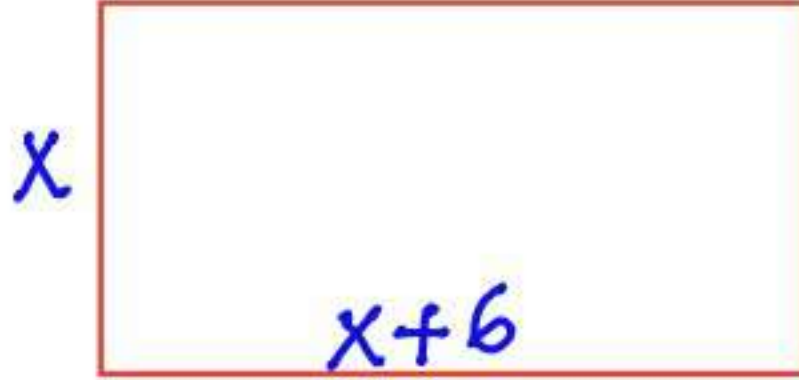
$$x \text{ li terimin katsayısı } -11$$

? ÖRNEK 26.

Kısa kenarı x birim olmak üzere, uzun kenarı kısa kenarından 6 birim fazla olan bir dikdörtgenin alan polinomu $A(x)$ ve çevre polinomu $\Ç(x)$ dir.

Buna göre, $A(x) - \Ç(x)$ farkını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM



$$A(x) = x^2 + 6x \quad \Ç(x) = 2(2x + 6)$$

$$A(x) - \Ç(x) = x^2 + 2x - 12$$

? ÖRNEK 27.

$$(x^2 + x - 5) \cdot (x^3 - 7x + 1)$$

çarpımında x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

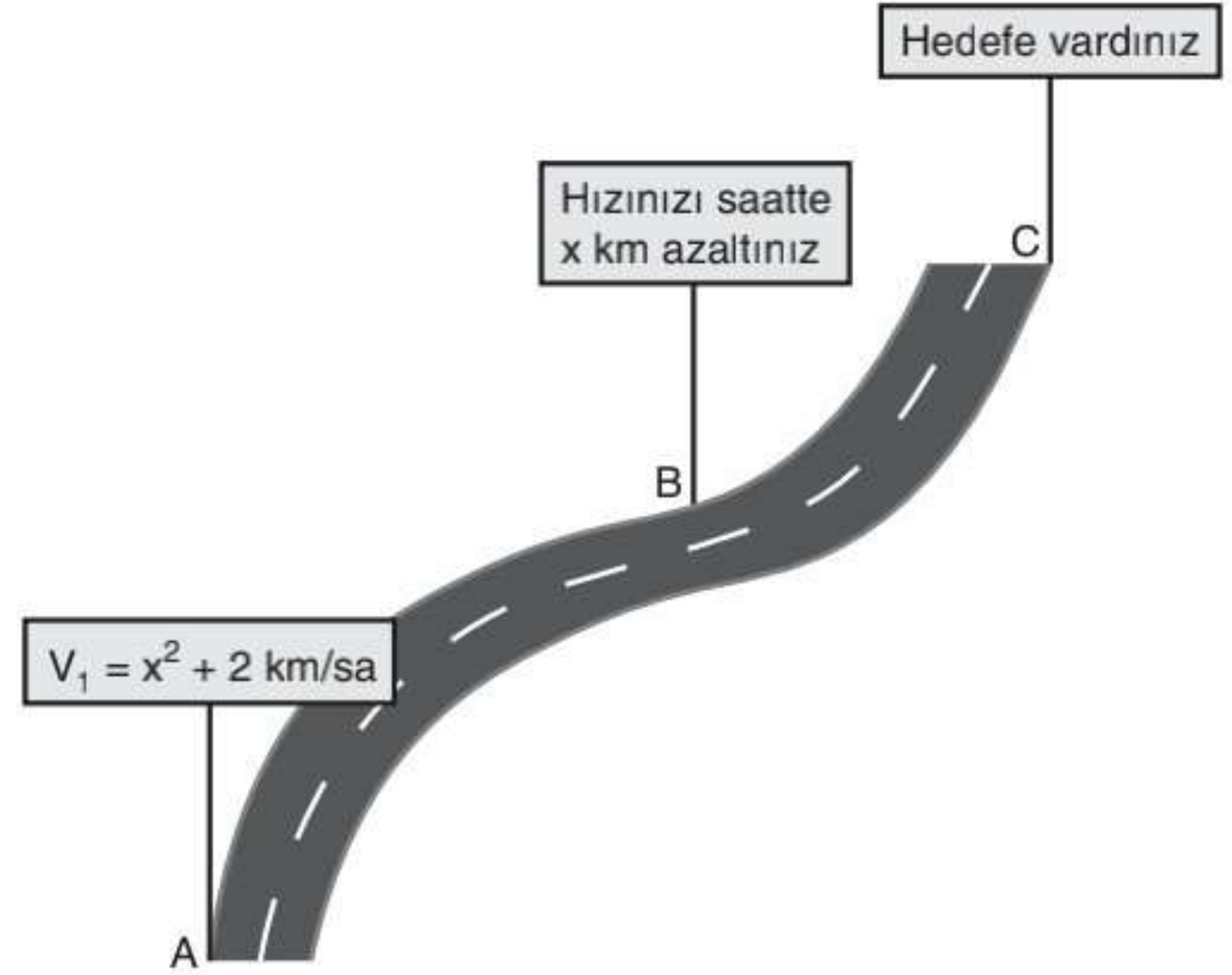
✓ ÇÖZÜM

$$-5x^3 - 7x^3 = -12x^3$$

Katsayı -12

? ÖRNEK 28.

Aşağıdaki yol görselinde A noktasından yola çıkan bir araç A ve B tablolarında belirtilen hızlarla yol alarak C noktasına ulaşmıştır.



Araç, AB yolunu $x + 3$ saatte ve BC yolunu 2 saatte gitmiştir.

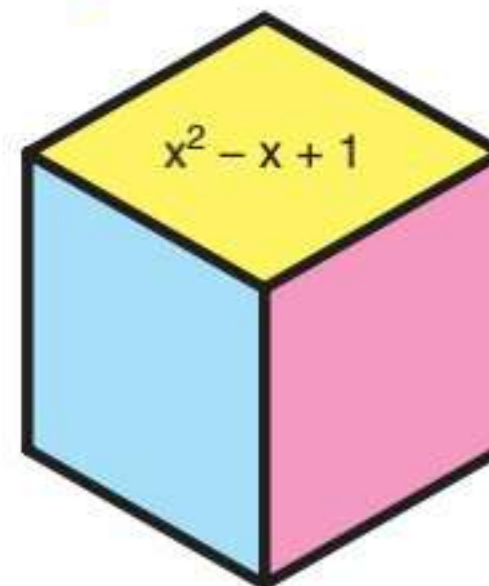
x km birimine göre olmak üzere, AC yolu $P(x)$ polinomuyla ifade edilirse, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = (x^2 + 2) \cdot (x + 3) + (x^2 - x + 2) \cdot 2$$

$$P(1) = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 16$$

? ÖRNEK 29.



Yandaki küpün üst yüzüne $x^2 - x + 1$ cebirsel ifadesi yazılmıştır. Küpün karşılıklı yüzlerindeki cebirsel ifadelerin toplamı x^2 dir.

Buna göre, küpün tüm yüzlerindeki cebirsel ifadelerin toplamı ile küpün tabanındaki cebirsel ifadenin çarpımını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

Tüm yüzlerin toplamı $3x^2$
 Alt yüz $x^2 - (x^2 - x + 1) = x - 1$
 $3x^2 \cdot (x - 1) = 3x^3 - 3x^2$



YANINDA BULUNSUN

Polinomların Eşitliği

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının dereceleri aynı iken, $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının eşit dereceli terimlerinin katsayıları da eşit ise bu iki polinom birbirine eşittir denir.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0$$

polinomları için $P(x) = Q(x)$ ise

$$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, \dots, a_1 = b_1 \text{ ve } a_0 = b_0 \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 30.

$$P(x) = (a - 2) \cdot x^3 + 7x - 5 \text{ ve}$$

$$Q(x) = (b + 3) \cdot x^2 - cx + d$$

polinomları veriliyor.

$P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$a - 2 = 0, b + 3 = 0, c = -7, d = -5$$

$$a = 2 \quad b = -3$$

$$2 + (-3) + (-7) + (-5) = -13$$

? ÖRNEK 31.

$$(x^2 + 2) \cdot (3x - 1) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$(x^2 + 2) \cdot (3x - 1) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$$

$$3x^3 - x^2 + 6x - 2 = ax^3 + bx^2 + cx - 2$$

$$a = 3, b = -1, c = 6$$

$$a \cdot b \cdot c = 3 \cdot (-1) \cdot 6 = -18$$

? ÖRNEK 32.

$$\frac{7x - 13}{(x - 3) \cdot (x + 1)} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x + 1}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$7x - 13 = Ax + A + Bx - 3B$$

$$A + B = 7$$

$$-1 A - 3B = -13$$

$$4B = 20 \Rightarrow B = 5, A = 2$$

$$A \cdot B = 2 \cdot 5 = 10$$

? ÖRNEK 33.

$P(x)$ bir polinomdur.

$$P(x) + P(-2x) = 5x + 12$$

olduğuna göre, $P(5)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = ax + b$$

$$ax + b - 2ax + b = 5x + 12$$

$$-ax + 2b = 5x + 12$$

$$a = -5, b = 6$$

$$P(x) = -5x + 6 \Rightarrow P(5) = -19$$



ÖRNEK 34.

$P(x)$ başkatsayısı pozitif olan birinci dereceden bir polinomdur.

$$P(P(x)) = 9x + 4$$

olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$P(x) = ax + b \quad (a > 0)$$

$$P(P(x)) = a(ax + b) + b = 9x + 4$$

$$a^2x + ab + b = 9x + 4$$

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3, b = 1$$

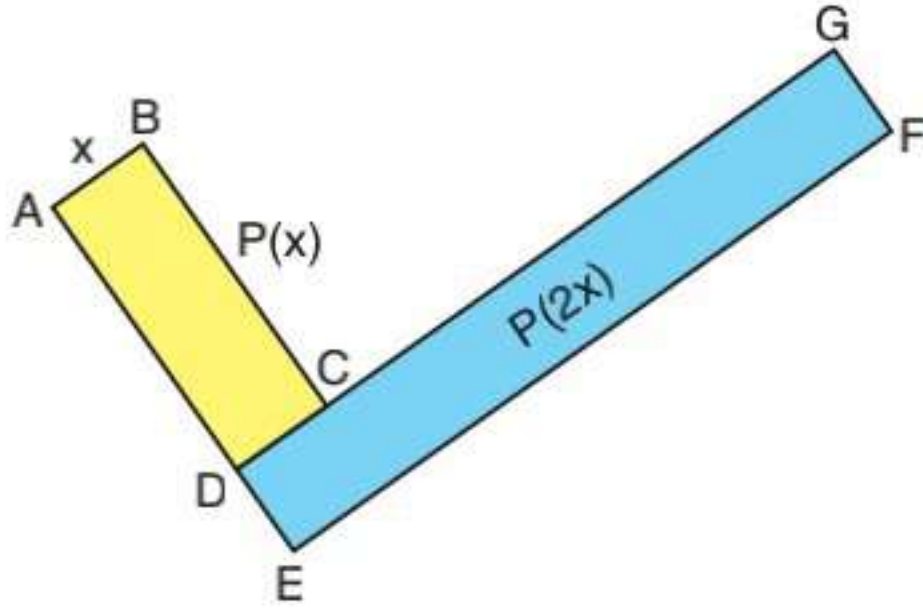
$$P(x) = 3x + 1$$

$$P(2) = 3 \cdot 2 + 1 = 7$$



ÖRNEK 35.

Aşağıdaki logo iki dikdörtgenden oluşmuştur. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,



$|AB| = x$ birim, $|BC| = P(x)$ birim ve

$A(CEFG) = P(2x)$ birimkaredir.

Taralı alanlar toplamı, $mx^2 + 7x + 2$ birimkare olduğuna göre, m kaçtır?



ÇÖZÜM

$$x \cdot P(x) + P(2x) = mx^2 + 7x + 2$$

$$P(x) = ax + b \text{ olmalı.}$$

$$ax^2 + bx + 2ax + b = mx^2 + 7x + 2$$

$$b = 2, \quad 2 + 2a = 7 \quad m = a$$

$$a = \frac{5}{2} \quad m = \frac{5}{2}$$



NOT

1) $P(x) \neq 0, Q(x) \neq 0$ ve

$\text{der}[P(x)] \neq \text{der}[Q(x)]$ olmak üzere,

$\text{der}[P(x)] = m$ ve

$\text{der}[Q(x)] = n$ olsun.

• $m > n$ ise $\text{der}[P(x) \mp Q(x)] = m$

• $n > m$ ise $\text{der}[P(x) \mp Q(x)] = n$ olur.

• Dereceleri eşit olan iki polinomun toplam veya farkının dereceleri hakkında kesin bir şey söylenemez.

Örneğin; $P(x) = x^2 + 2x + 1, \text{der}[P(x)] = 2$

$$Q(x) = 2x^2 + x, \text{der}[Q(x)] = 2$$

$$R(x) = x^2 + 1, \text{der}[R(x)] = 2$$

$$P(x) + Q(x) = 3x^2 + 3x + 1, \text{der}[P(x) + Q(x)] = 2$$

$$P(x) - R(x) = 2x, \text{der}[P(x) - R(x)] = 1 \text{ dir.}$$

2) $P(x) \neq 0$ ve $Q(x) \neq 0$ olmak üzere,

$\text{der}[P(x)] = m$ ve $\text{der}[Q(x)] = n$ ise

$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$ dir.

3) m ve n birer doğal sayı olmak üzere,

$\text{der}[P(x)] = m$ ise $\text{der}[P^n(x)] = \text{der}[P(x^n)] = m \cdot n$ dir.



ÖRNEK 36.

$$P(x) = -3x^4 - x + 1$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P^2(x)$ polinomunun x^8 li teriminin katsayısı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$P^2(x) = (-3x^4 - x + 1)^2$$

$$= 9x^8 \dots$$

x^8 in katsayısı 9



ÖRNEK 37.

$P(x)$ bir polinomdur.

$$\text{der}[P(x)] = 5$$

olduğuna göre, $(3x - 1)^3 \cdot P(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

$\text{der}[3x - 1] = 1$ $\text{der}[P(x)] = 5$

✓ ÇÖZÜM

$$3 + 5 = 8$$

? ÖRNEK 38.

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\text{der}[P^2(x) \cdot Q(x)] = 13 \text{ ve}$$

$$\text{der}[P(x+1) \cdot Q(3x-1)] = 8$$

olduğuna göre, $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının derecelerini bulunuz.

$$\begin{aligned} \text{der}[P(x)] &= m \\ \text{der}[Q(x)] &= n \text{ olsun.} \end{aligned}$$

✓ ÇÖZÜM

$$2m + n = 13$$

$$- / m + n = 8$$

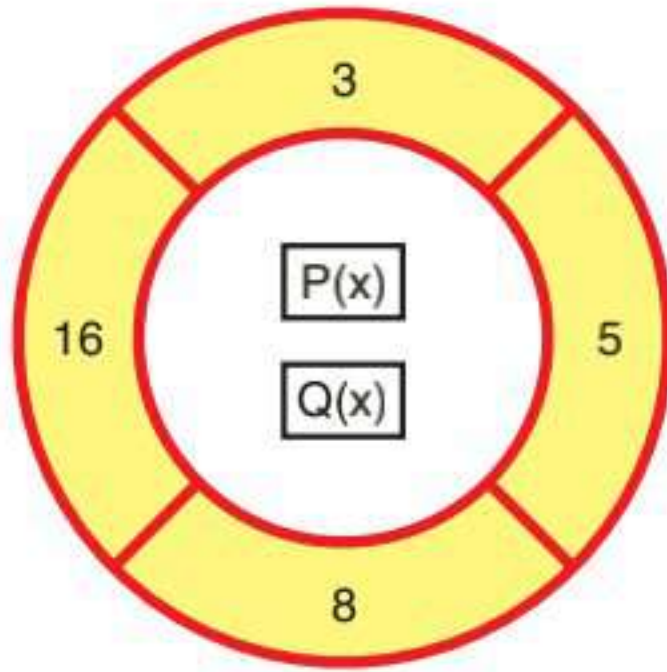
$$m = 5 \Rightarrow n = 3$$

$$\text{der}[P(x)] = 5, \text{ der}[Q(x)] = 3$$

? ÖRNEK 39.

$P(x)$ ve $Q(x)$ başkatsayıları 1 olan ikişer terimli iki polinomdur.

Aşağıdaki daire dilimlerinde verilen sayılar $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının derecesi ve sabit terimidir.



$$\text{der}[P(x)] = \text{der}[Q^2(x)]$$

olduğuna göre, $P(2) - Q(4)$ farkı en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$Q(x) = x^8 + 3$$

$$P(x) = x^{16} + 5$$

$$\begin{aligned} P(2) - Q(4) &= (2^{16} + 5) - (2^{16} + 3) \\ &= 2 \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

Polinomlarda Bölme İşlemi

$P(x)$ ve $Q(x)$ sıfırdan farklı iki polinomdur.

$\text{der}[P(x)] \geq \text{der}[Q(x)] \geq 1$ olmak üzere,

$$\begin{array}{l} P(x) \overline{) Q(x)} \\ \underline{B(x)} \\ K(x) \end{array} \Rightarrow \begin{aligned} &\bullet P(x): \text{Bölünen polinom} \\ &\bullet Q(x): \text{Bölen polinom} \\ &\bullet B(x): \text{Bölüm polinom} \\ &\bullet K(x): \text{Kalan polinom} \end{aligned}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre;

- $P(x) = Q(x) \cdot B(x) + K(x)$ eşitliğine bölme eşitliği denir.
- $K(x) = 0$ ise $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölünür denir.
- $\text{der}[K(x)] < \text{der}[Q(x)]$ tir.

? ÖRNEK 40.

$$\begin{array}{l} P(x) \overline{) 3x+1} \\ \underline{5x-3} \\ 7 \end{array}$$

bölme işlemine göre, $P(x)$ polinomunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = (3x+1) \cdot (5x-3) + 7$$

$$P(x) = 15x^2 - 4x + 4$$

ÖRNEK 41.

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) 2x^2 + 1} \\ B(x) \\ \hline K(x) \end{array}$$

bölme işlemine göre $K(x)$ kalan polinomu;

- I. $x^2 - 1$
- II. $3x + 1$
- III. 5

ifadelerinden hangileri olabilir?

ÇÖZÜM

$$\deg(K(x)) < \deg(2x^2 + 1)$$

II ve III olabilir.

**NOT**

Polinomlarda bölme işlemini bir örnekle açıklayalım.

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 + 1 \overline{) x - 2} \\ - x^3 + 2x^2 \\ \hline x^2 + 1 \\ - x^2 + 2x \\ \hline 2x + 1 \\ - 2x + 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

SONUÇ

Bölünen polinomun en büyük dereceli terimi bölen polinomun en büyük dereceli terimine bölünür ve elde edilen sonuç bölüm polinomunun ilk terimi olarak yazılır.

Bölüm polinomuna ait bulunan ilk terim, bölen polinomla çarpılır ve elde edilen ifade bölünen polinomdan çıkarılır.

Yukarıdaki işlemler, çıkarma işlemi sonucunda elde edilen her polinoma kalanın derecesi bölenin derecesinden küçük olunca-ya kadar uygulanır.

ÖRNEK 42.

$$\begin{array}{r} x^5 + x^2 + x - 1 \overline{) x^2 - 1} \\ B(x) \\ \hline K(x) \end{array}$$

bölme işlemini yapınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} x^5 + x^2 + x - 1 \overline{) x^2 - 1} \\ - x^5 - x^3 \\ \hline x^3 + x^2 + x - 1 \\ - x^3 - x \\ \hline x^2 + 2x - 1 \\ - x^2 - 1 \\ \hline 2x \end{array}$$

ÖRNEK 43.

a bir gerçek sayıdır.

$$(x - 2) \cdot P(x) = x^3 + 2x^2 + ax - 20$$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$x = 2$ için

$$0 = 8 + 8 + 2a - 20$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

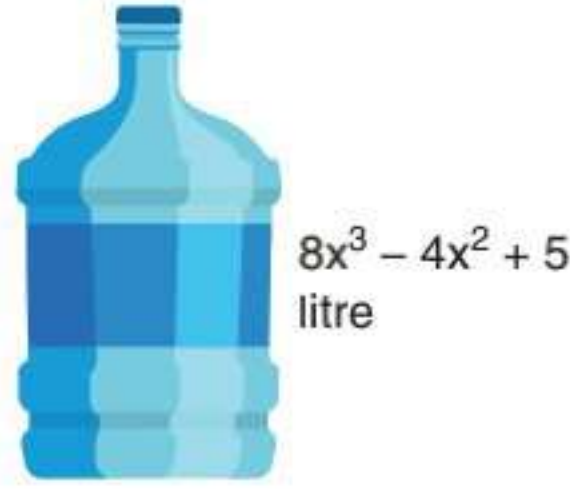
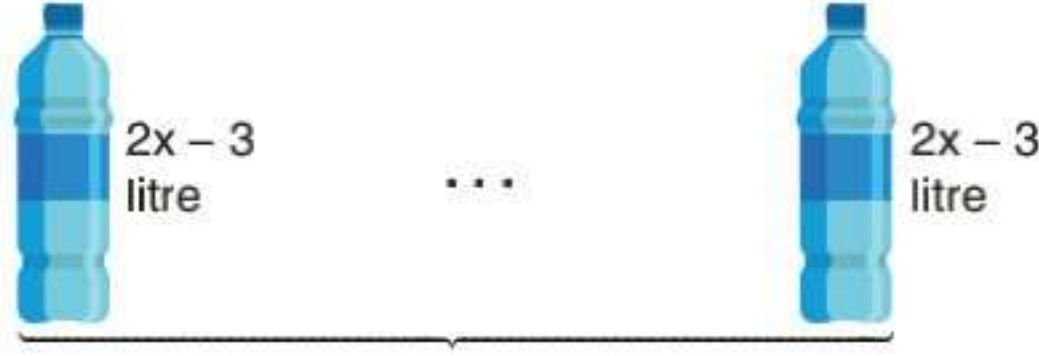
$$(x - 2) \cdot P(x) = x^3 + 2x^2 + 2x - 20$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 2x - 20 \overline{) x - 2} \\ - x^3 - 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 2x - 20 \\ - 4x^2 - 8x \\ \hline 10x - 20 \\ - 10x - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$P(x) = x^2 + 4x + 10$$

ÖRNEK 44.

Aşağıda, her biri $2x - 3$ litre su alabilen şişeler ve $8x^3 - 4x^2 + 5$ litre su alabilen bir damacana gösterilmiştir. $\left(x > \frac{3}{2}\right)$



Şişeler tam dolacak şekilde damacandaki su, şişelere boşaltılıyor.

Buna göre,

- Damacanada kaç litre su kalır?
- Kaç tane şişe kullanılır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r}
 a) \quad 8x^3 - 4x^2 + 5 \quad | \quad 2x - 3 \quad a) \quad 23 \\
 - 8x^3 - 12x^2 \\
 \hline
 8x^2 + 5 \\
 - 8x^2 - 12x \\
 \hline
 12x + 5 \\
 - 12x - 18 \\
 \hline
 23
 \end{array}$$

23 YANINDA BULUNUN

Bir $P(x)$ Polinomunun $ax + b$ ile Bölümünden Kalanı Bulmak

- Bir $P(x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalan $P(a)$ dir.
- $P(a) = 0$ ise $x - a$ ifadesi $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır.
- $P(a) = 0$ ise $x = a$ sayısına $P(x)$ polinomunun bir sıfırı (kökü) denir.

Örneğin;

$$P(x) = x^2 - 5x + 6$$

polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalanı bölme işlemi yapmadan bulalım.

$$\begin{array}{r|l}
 P(x) & x - 2 \\
 - & B(x) \\
 \hline
 a &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x^2 - 5x + 6 = P(x) = (x - 2) \cdot B(x) + a \\
 x \text{ yerine } 2 \text{ yazılırsa} \\
 P(2) = a = 0 \text{ olur.}
 \end{array}$$

SONUÇ

- $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan $P(2)$ dir.
- $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $3x - 1$ ise $P\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ dir.
- $P(x - 2)$ polinomu $x - 3$ ile tam olarak bölünüyorsa $P(1) = 0$ dir.

ÖRNEK 45.

$$P(x) = x^3 - mx^2 + nx + 10$$

polinomu $x + 1$ ile tam olarak bölündüğüne göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(-1) = 0$$

$$-1 - m - n + 10 = 0$$

$$m + n = 9$$

ÖRNEK 46.

m ve n birer doğal sayıdır.

$$P(x) = x^m - 6x + n$$

polinomunun sabit terimi 4'tür.

$P(x)$ polinomu $x - 2$ ile tam bölündüğüne göre, $P(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(x) = x^m - 6x + 4$$

$$P(2) = 0 \Rightarrow 2^m - 8 = 0$$

$$2^m = 8$$

$$m = 3$$

? ÖRNEK 47.

$$P(x-2) = x^2 - mx + 5$$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $x + 3$ tür.

Buna göre, a kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(-3) = 0$$

$$x = -1, P(-3) = 1 + m + 5 = 0$$

$$m = -6$$

? ÖRNEK 48.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$$P(x) = (x-1)^a + (x-7)^{2b+1}$$

polinomu $x - 5$ ile tam olarak bölündüğüne göre, $a - b$ farkı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(5) = 0$$

$$P(5) = 4^a - 2^{2b+1} = 0$$

$$2^{2a} = 2^{2b+1}$$

$$2a = 2b+1 \Rightarrow a-b = \frac{1}{2}$$

? ÖRNEK 49.

Bir $P(x)$ polinomunun $(x+3) \cdot (x-5)$ ile bölümünden elde edilen kalan $9x - 2$ dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = (x+3) \cdot (x-5) \cdot B(x) + 9x - 2$$

$$P(-3) = 0 \cdot B(x) - 27 - 2$$

$$P(-3) = -29$$

? ÖRNEK 50.

$$\triangle x = (x+1)^3 \text{ ve}$$

$$\square x = (x-2)^4$$

şeklinde tanımlanıyor.

$P(x)$ bir polinom olmak üzere, $P(x) = \triangle x$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = \square (x+1)^3$$

$$P(x) = [(x+1)^3 - 2]^4$$

$$P(2) = 25^4 = 5^8$$

? ÖRNEK 51.

Katsayıları sıfırdan farklı ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayıları azalan ardışık sayılardır.

$P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan -12 dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P(x) = (a+2) \cdot x^2 + (a+1)x + a$$

$$P(1) = -12$$

$$P(1) = a+2+a+1+a = -12$$

$$3a = -15 \Rightarrow a = -5$$

? ÖRNEK 52.

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) P(x) - 5} \\ \underline{} \\ a \end{array}$$

$Q(x) = x^2 - mx + a$ polinomu $x - Q(0)$ ile tam bölünmektedir.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} P(x) & P(x)-5 \\ -P(x)-5 & 1 \\ \hline 5 & \\ a=5 & \end{array}$$

$$Q(x) = x^2 - mx + a \quad x - Q(0) = x - a$$

$$x - a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$Q(a) = a^2 - ma + a = 0$$

$$m = \frac{a+1}{5} = 6$$



NOT

Bir $P(x)$ polinomu $(x - a) \cdot (x - b)$ çarpımı ile tam olarak bölünüyorsa $P(x)$ polinomu $x - a$ ya ve $x - b$ ye ayrı ayrı tam olarak bölünür.



ÖRNEK 53.

$$P(x) = x^3 + mx - n + 1$$

polinomu $(x + 1) \cdot (x - 2)$ ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(-1) = 0 \Rightarrow P(-1) = -1 - m - n + 1 = 0$$

$$m = -n$$

$$P(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m - n + 1 = 0$$

$$3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

$$m \cdot n = -3 \cdot 3 = -9$$



ÖRNEK 54.

$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + b^2 + ab)$ olmak üzere, $P(x)$ polinomu aşağıdaki tabloda verilen polinomlara tam bölünebilmektedir.

$x^3 - 1$	$x^2 + x - 2$	$x^2 - 4$
-----------	---------------	-----------

Buna göre, $P(x)$ polinomunun derecesi en az kaçtır?

$$(x+2)(x-1) \quad (x-2)(x+2)$$

ÇÖZÜM

$$P(x) = (x^3 - 1) \cdot (x+2) \cdot (x-2)$$

$$P(x) = (x^3 - 1) \cdot (x^2 - 4)$$

$$\deg[P(x)] = 5$$



NOT

Bir $P(x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalan k ve $x - b$ ile bölümünden kalan m olmak üzere, $P(x)$ polinomunun $(x - a) \cdot (x - b)$ ile bölümünden kalan bulunurken,

$$\begin{array}{r|l} P(x) & (x - a) \cdot (x - b) \\ - & B(x) \\ \hline cx + d & \end{array}$$

Bölen ikinci dereceden olduğundan kalan polinomu en fazla birinci dereceden bir polinomdur.

$$P(x) = (x - a) \cdot (x - b) \cdot B(x) + cx + d$$

yazılıp çözüme başlanır.



ÖRNEK 55.

Bir $P(x)$ polinomunun sabit terimi 6 ve katsayılar toplamı 10'dur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 - x$ ile bölümünden kalanı bulunuz.



ÇÖZÜM

$$P(0) = 6, \quad P(1) = 10$$

$$P(x) = (x^2 - x) \cdot B(x) + ax + b$$

$$b = 6, \quad a + b = 10$$

$$a = 4$$

$$ax + b = 4x + 6$$



ÖRNEK 56.

- $P(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden elde edilen bölüm $B(x)$ ve kalan 3 tür.
- $B(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan -6 dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 + x - 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz.



ÇÖZÜM

$$P(x) = (x+2) \cdot B(x) + 3 \quad B(x) = (x-1)Q(x) - 6$$

$$P(x) = (x+2) \cdot [(x-1) \cdot Q(x) - 6] + 3$$

$$P(x) = (x^2 + x - 2) \cdot Q(x) - 6x - 9$$

$$\text{Kalan} = -6x - 9$$

**NOT**

Bir polinomun; derecesi, başkatsayısı veya sıfırları verilip bir polinomun nasıl türetildiğini aşağıdaki örneklerle açıklayalım.

- İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu $x - 2$ ve $x - 1$ ile tam bölünmektedir.

$$P(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x - 1)$$

- Üçüncü dereceden başkatsayısı 2 olan bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(1) = P(2) = P(3) = 4 \text{ ise}$$

$$P(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) + 4$$

- İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu $x + 1$ ile bölündüğünde 3 kalanını vermektedir.

$$P(x) = (x + 1) \cdot (ax + b) + 3 \text{ şeklinde yazılır.}$$

**ÖRNEK 57.**

İkinci dereceden başkatsayısı 2 olan bir $P(x)$ polinomu $x - 3$ ve $x + 1$ ile tam olarak bölünmektedir.

Buna göre, $P(5)$ kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$P(x) = 2 \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$$

$$P(5) = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$$

**ÖRNEK 58.**

İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu $x - 2$ ve $x + 3$ ile bölündüğünde 1 kalanını vermektedir.

$P(x)$ polinomu $x - 3$ ile bölündüğünde 13 kalanını verdiği göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$P(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x + 3) + 1$$

$$P(3) = 13 \Rightarrow a \cdot 1 \cdot 6 + 1 = 13$$

$$a = 2$$

$$P(0) = 2 \cdot (-2) \cdot 3 + 1 = -11$$

**ÖRNEK 59.**

Üçüncü dereceden başkatsayısı 2 olan bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(1) = P(0) = P(2) = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$P(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot x \cdot (x - 2) + 5$$

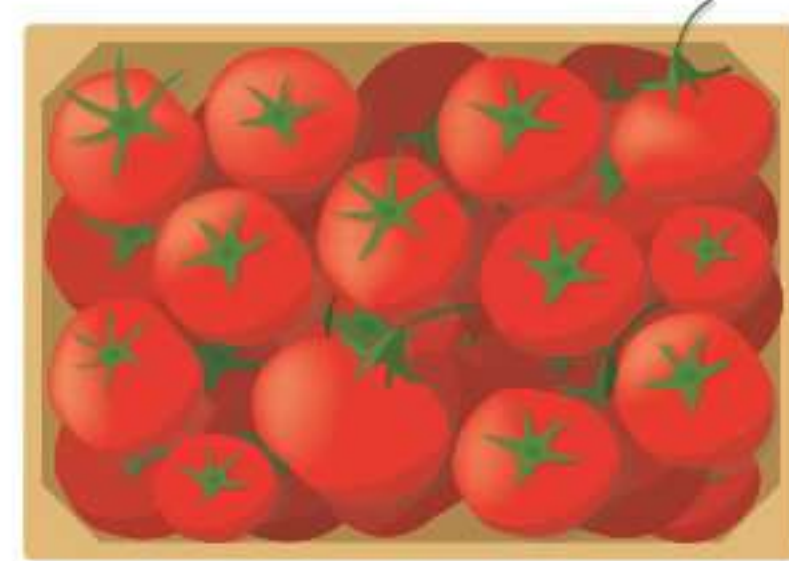
$$P(-1) = 2 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) + 5$$

$$= -12 + 5$$

$$= -7$$

**ÖRNEK 60.**

Aşağıda verilen bir kasa domatesin ağırlığı, derecesi 2 ve başkatsayısı 1 olan $P(x)$ polinomu ile ifade edilmektedir.



- Domatesler $(x - 3)$ kg ağırlığındaki torbalara konulduğunda 8 kg domates artmaktadır.
- Domatesler $(x + 1)$ kg ağırlığındaki torbalara konulduğunda 8 kg domates artmaktadır.

Buna göre, domatesler $(x - 2)$ kg'lık torbalara konulduğunda kaç kg domates artar?

**ÇÖZÜM**

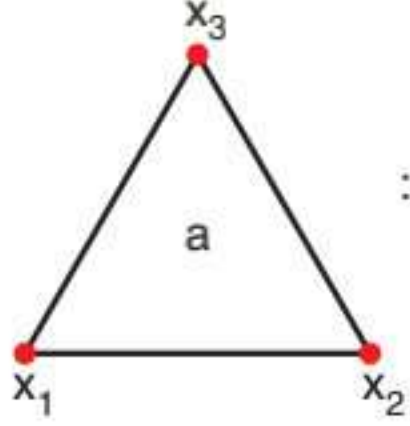
$$P(x) = (x - 3) \cdot (x + 1) + 8$$

$$P(2) = (-1) \cdot 3 + 8 = 5$$



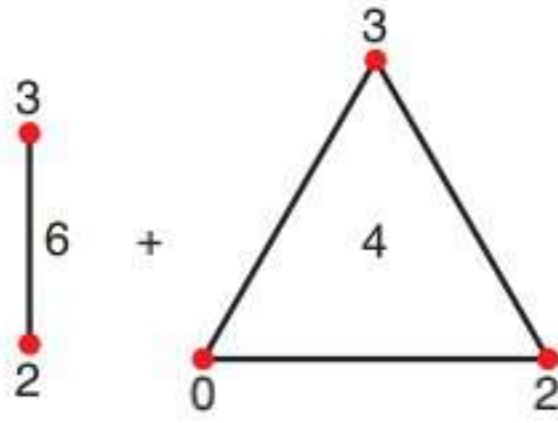
ÖRNEK 61.

x_2
a : Başkatsayısı a ve sıfırları x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir polinomdur.
 x_1



: Başkatsayısı a ve sıfırları x_1 , x_2 ve x_3 olan üçüncü dereceden bir polinomdur.

Buna göre,



polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$P(x) = 6 \cdot (x-2) \cdot (x-3) + 4 \cdot (x-3) \cdot (x-2) \cdot x$$

$$\begin{aligned} P(1) &= 6 \cdot (-1) \cdot (-2) + 4 \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 1 \\ &= 12 + 8 \\ &= 20 \end{aligned}$$



NOT

$$\text{der}[P(x)] = m$$

$$\text{der}[Q(x)] = n \text{ ve}$$

$m \geq n \geq 1$ olmak üzere,

$$\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = m - n \text{ dir.}$$



ÖRNEK 62.

$$\text{der}[P(x)] = m \text{ ve}$$

$$\text{der}[Q(x)] = n$$

olmak üzere,

$$\text{der}\left[\frac{x^3 \cdot P(x)}{Q(x^2)}\right]$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$3 + m - 2n$$



ÖRNEK 63.

$Q(x) \neq 0$ olmak üzere, $P(x)$, $Q(x)$ ve $\frac{P(x)}{Q(x)}$ birer polinomdur.

$$\text{der}[P^2(x) \cdot Q(x) \cdot (x^3 + 1)] = 20$$

$$\text{der}\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = 7$$

olduğuna göre, $\text{der}[P(x) - Q(x)]$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$2m + n + 3 = 20 \Rightarrow 2m + n = 17$$

$$m - n = 7$$

$$3m = 24 \Rightarrow m = 8$$

$$n = 1$$

$$\text{der}[P(x) - Q(x)] = 8$$

Test - I

1. $Q(x) = x^{\frac{6}{a}} - 2 \cdot x^{5-a} + 1$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 ☒ C) 6 D) 5 E) 4

$$\frac{6}{a} \in \mathbb{N} \quad 5-a \in \mathbb{N}$$

$$\downarrow$$

$$1, 2, 3$$

$$1+2+3=6$$

2. $P(x) = (m-2) \cdot x^2 + (n+4) \cdot x + m \cdot n$

polinomu sabit bir polinom belirttiğine göre, $P(10)$ kaçtır?

- ☒ A) -8 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

$$m-2=0 \quad n+4=0$$

$$m=2 \quad n=-4$$

$$P(x) = -8$$

$$P(10) = -8$$

3. İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun katsayılarının oluşturduğu küme,

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ tür.}$$

Buna göre, $P(-4)$ en çok kaçtır?

- A) 52 ☒ B) 46 C) 34 D) 30 E) 27

$$P(x) = 3x^2 + x + 2$$

$$P(-4) = 48 - 4 + 2$$

$$= 46$$

4. $P(x)$ bir polinomdur.

$$P(x^2 + 2x - 1) = 3x^2 + 6x - 7$$

olduğuna göre, $P(5)$ kaçtır?

- A) 14 B) 12 ☒ C) 11 D) 9 E) 7

$$P(\underbrace{x^2+2x-1}_x) = 3(\underbrace{x^2+2x-1}_x) - 4$$

$$P(x) = 3x - 4$$

$$P(5) = 15 - 4 = 11$$

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$P(x) + 2 \cdot Q(x) = x \cdot (3x - 1) + 1 = 3x^2 - x + 1$$

$$P(x) - Q(x) = 3x^2 - x + 3$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $Q(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- ☒ A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{2x}{3}$ C) $\frac{2-x^2}{3}$ D) $-3x^2$ E) $\frac{2x^2}{3}$

$$3Q(x) = -2$$

$$Q(x) = -\frac{2}{3}$$

6. • $P(x)$; Katsayıları sıfırdan farklı ikinci dereceden bir polinomdur.
• $P(x)$ polinomunun katsayıları, en büyük dereceden itibaren sırasıyla azalan ardışık sayılardır.

$P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı 9 olduğuna göre, sabit terimi kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 ☒ D) 2 E) 1

$$P(x) = (a+2)x^2 + (a+1)x + a$$

$$P(1) = a+2+a+1+a = 9$$

$$3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$P(0) = a = 2$$

7. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\frac{P(2x-1)}{Q(x-1)} = x^2 + mx + 7$$

eşitliği veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan 15'tir.

$Q(x)$ polinomunun katsayıları toplamı 3 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) 2 D) 3 E) 4

$$P(3) = 15, Q(1) = 3$$

$$x=2 \text{ için } \frac{P(3)}{Q(1)} = 4 + 2m + 7$$

$$5 = 2m + 11$$

$$m = -3$$

8. $P(x) = x^3 + x^2 - 4$

polinomu $x^2 + 1$ ile bölündüğünde bölüm $B(x)$ ve kalan $K(x)$ olmaktadır.

Buna göre, $B(x) + K(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -4 B) $x - 2$ C) $2 - x$ D) $x - 4$ E) $4 - x$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + x^2 - 4 & x^2 + 1 \\ -x^3 + x & \\ \hline x^2 - x - 4 & \\ -x^2 + 1 & \\ \hline -x - 5 & \end{array}$$

$$B(x) + K(x) = -4$$

9. $P(x)$ polinomu başkatsayısı 5 olan üçüncü dereceden tek bir terimden oluşan bir polinomdur.

Buna göre, $P(3x)$ polinomunun $P(x)$ polinomuna bölümünden elde edilen bölüm kaçtır?

- A) 135 B) 125 C) 45 D) 27 E) 15

$$P(x) = 5x^3, P(3x) = 27 \cdot 5x^3$$

$$\frac{P(3x)}{P(x)} = \frac{27 \cdot 5x^3}{5x^3} = 27$$

10. Bir $P(x)$ polinomunun $x^2 - 9$ ile bölümünden kalan $6x + 7$ dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

$$P(x) = (x^2 - 9) \cdot B(x) + 6x + 7$$

$$P(3) = 0 \cdot B(3) + 18 + 7$$

$$P(3) = 25$$

11. İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu $x - 2$ ve $x + 4$ ile tam olarak bölünebilmektedir.

Buna göre, $\frac{P(6)}{P(4)}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1

$$P(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x + 4)$$

$$\frac{P(6)}{P(4)} = \frac{a \cdot 4 \cdot 10}{a \cdot 2 \cdot 8} = \frac{5}{2}$$

12. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x + 2 \\ \hline Q(x) & \\ \hline & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} Q(x) & x - 6 \\ \hline B(x) & \\ \hline & 1 \end{array}$$

bölme işlemleri veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 - 4x - 12$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x - 6$ B) $x + 6$ C) $6x + 2$ D) $6x - 2$ E) $2x + 6$

$$P(x) = (x + 2) \cdot Q(x) + 4 \quad Q(x) = (x - 6) \cdot B(x) + 1$$

$$P(x) = (x + 2) \cdot [(x - 6) \cdot B(x) + 1] + 4$$

$$\text{Kalan} = x + 2 + 4 = x + 6$$

1. C	2. A	3. B	4. C	5. A	6. D
7. B	8. A	9. D	10. D	11. B	12. B

Test - 2

1. $P(x)$ polinomu,
"1'den x 'e kadar (x dahil) olan doğal sayıların toplamı"
şeklinde ifade ediliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $2x + 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) $\frac{-1}{16}$ B) $\frac{-1}{8}$ C) $\frac{-1}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

$$P(x) = 1 + 2 + 3 + \dots + x$$

$$P(x) = \frac{x \cdot (x+1)}{2}$$

$$2x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$P(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8}$$

2. İkinci dereceden ve başkatsayısı 1 olan bir $P(x)$ polinomu
her x gerçekte sayısı için,

$$P(x) = P(-x)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan 11 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

$$P(x) = x^2 + a$$

$$P(3) = 11 \Rightarrow 9 + a = 11$$

$$a = 2$$

$$P(0) = a = 2$$

3. $P(x)$ bir polinomdur.

$$P(x) - 2P(-x) = x^2$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

$$P(2) = ?$$

$$P(2) - 2 \cdot P(-2) = 4$$

$$2 / P(-2) - 2 \cdot P(2) = 4$$

$$-3 \cdot P(2) = 12 \Rightarrow P(2) = -4$$

4. $P(x) = (2x^2 - 3)^{3m+1}$

polinomunun derecesi 20'dir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$6m+2 = 20$$

$$6m = 18$$

$$m = 3$$

5. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$(x-2) \cdot P(x+2) + (x+2) \cdot P(x+2) = 2 \cdot x^3 - 8x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

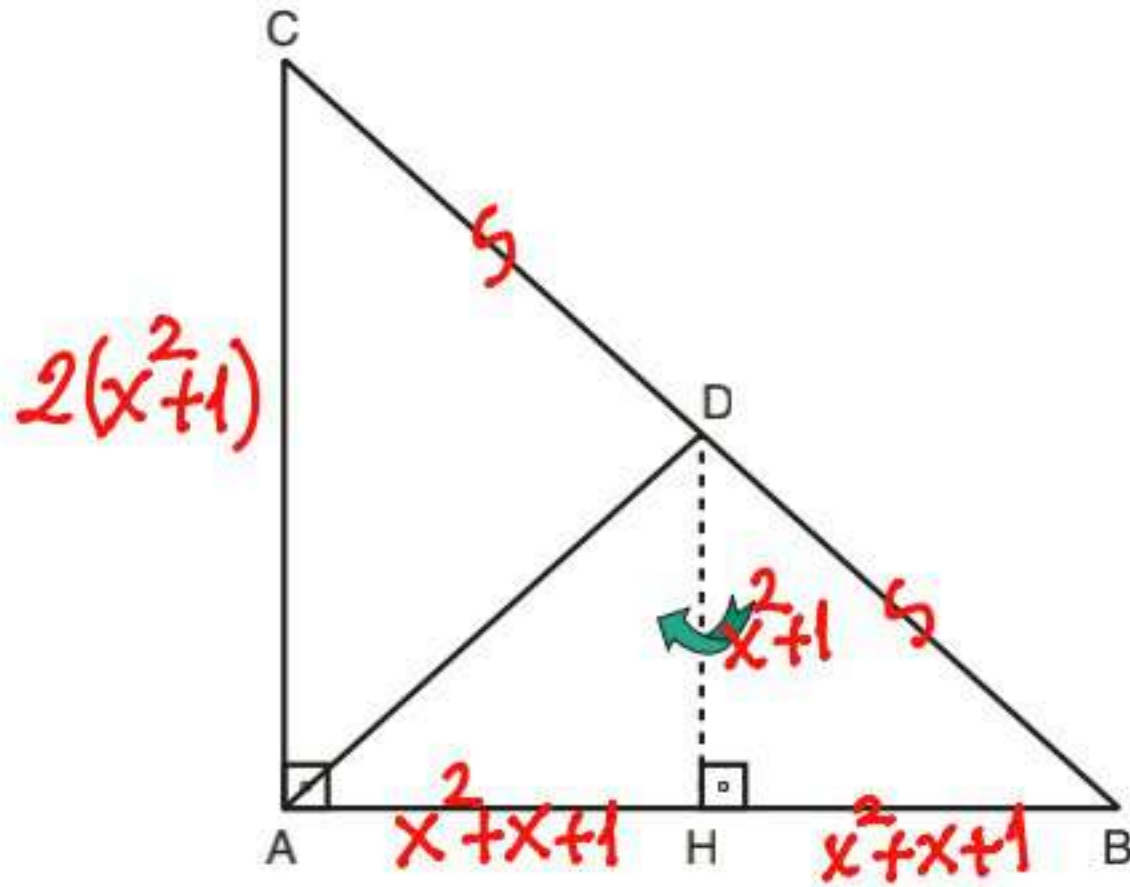
$$x=3 \text{ için}$$

$$P(5) + 5 \cdot P(5) = 54 - 24$$

$$6 \cdot P(5) = 30$$

$$P(5) = 5$$

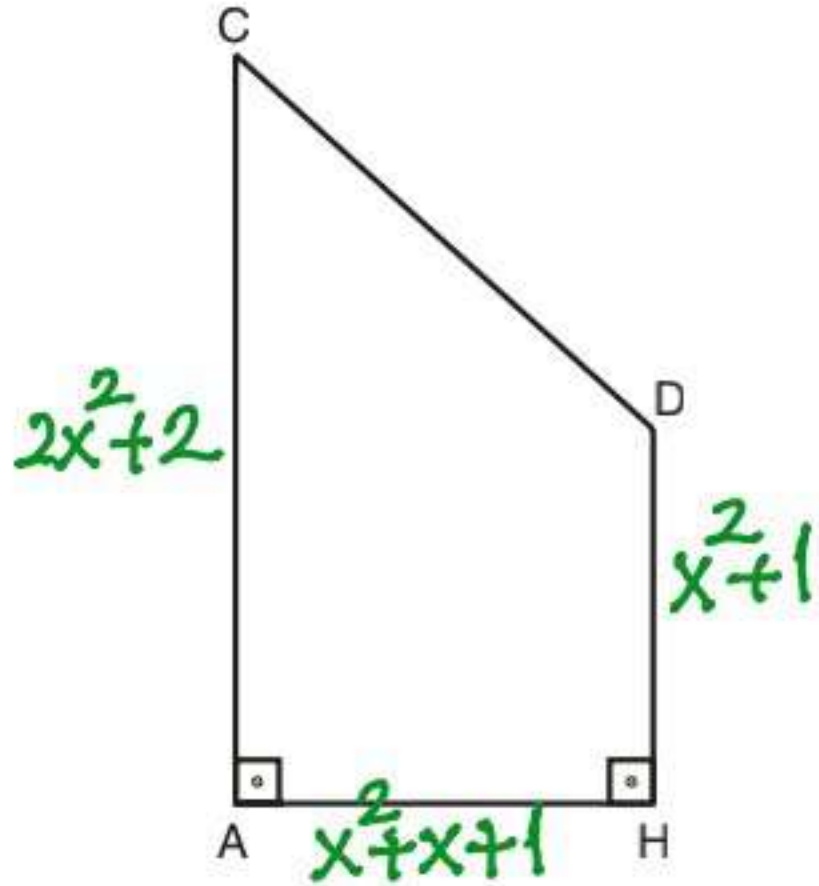
6. Aşağıda verilen CAB dik üçgeninde,



$$|DH| = x^2 + 1 \text{ birim}$$

$$|HB| = x^2 + x + 1 \text{ birim}$$

DHB üçgeni [DH] boyunca katlandığında B noktası A noktasıyla çakışmaktadır.



Katlama sonrasında oluşan AHDC dörtgeninin alanını ifade eden polinom $P(x)$ polinomudur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$$P(x) = \frac{3x^2+3}{2} \cdot (x^2+x+1)$$

$$P(0) = \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$$

7. $P(x) = (a+1) \cdot x^2 + 5x - x^2 + bx - a - b$

polinomu sabit bir polinomdur.

Buna göre, $P(10)$ kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) 0 D) 5 E) 10

$$P(x) = ax^2 + (b+5)x - a - b$$

$$a=0, b=-5$$

$$P(x) = 5$$

$$P(10) = 5$$

8. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$\text{der}[P^3(x) \cdot (x^2 - 1)] = 14 \text{ ve}$$

$$\text{der}\left[\frac{Q(x)}{P(x)}\right] = 6$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[Q(x)]$ kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 12 D) 10 E) 8

$$3m+2=14$$

$$m=4$$

$$n-4=6 \Rightarrow n=10$$

$$\text{der}[Q(x)] = 10$$

9. $P(x)$ bir polinomdur.

$$\begin{array}{r} P(x+2) \overline{) P(x)} \\ \underline{B(x)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) P(x+2)} \\ \underline{T(x)} \end{array}$$

bölme işlemine göre, $n - m$ farkı kaçtır?

- A) -7 B) -5 C) -3 D) -1 E) 4

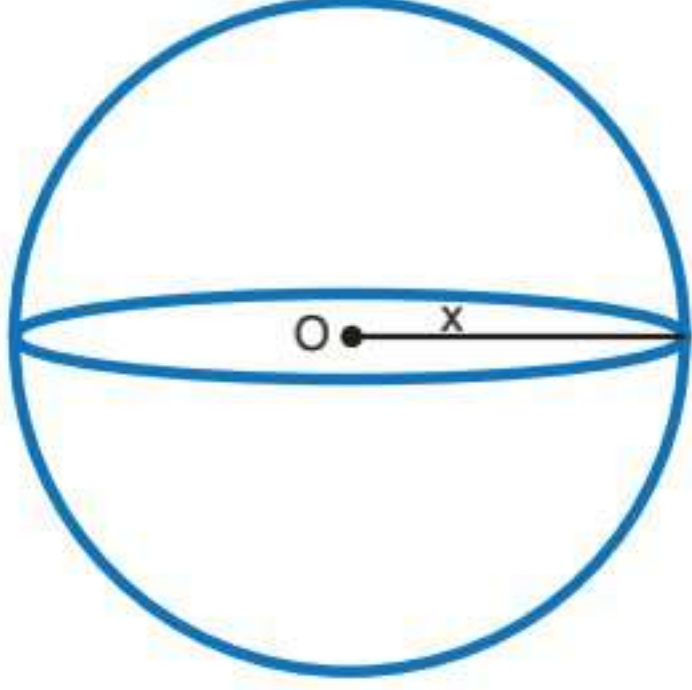
$$2x-m = -(nx+5)$$

$$2x-m = -nx-5$$

$$n=-2, m=5 \quad n-m=-7$$

Test - 2

10.



Yarıçapı x olan bir kürenin hacmi V olmak üzere,

$$V = \frac{4}{3} \pi x^3 \text{ tür.}$$

Alan ise A olmak üzere,

$$A = 4\pi x^2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

- + ① V ; x 'e bağlı üçüncü dereceden bir polinomdur. ✓
 - ② $A + V$ toplamı x 'e bağlı beşinci dereceden bir polinomdur. $A+V = \frac{4}{3}\pi x^3 + 4\pi x^2$ 3. dereceden
 + ③ $A + V$ toplamı, katsayıları toplamı $\frac{16\pi}{3}$ olan üçüncü dereceden bir polinomdur. $\frac{4\pi}{3} + 4\pi = \frac{16\pi}{3}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 ✓ D) I ve III E) II ve III

11. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

- $P(x)$ polinomu başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden bir polinomdur.
- $P(x)$ polinomunun sıfırları 1 ve $Q(1)$ dir.

$Q(x+1) = 4x + 2$ olduğuna göre, $P(3)$ kaçtır?

- A) 4 B) 3 ✓ C) 2 D) 1 E) $\frac{1}{4}$

$$P(x) = 1 \cdot (x-1) \cdot (x-Q(1))$$

$$x=0 \text{ için } Q(1) = 2$$

$$P(x) = (x-1) \cdot (x-2)$$

$$P(3) = 2 \cdot 1 = 2$$

12.

$$P(x) = x^3 + 5x - 7$$

polinomu $x - 1$ ile bölündüğünde bölüm polinomu $Q(x)$ olmaktadır.

Buna göre, $Q(2)$ kaçtır?

- A) 16 B) 14 ✓ C) 12 D) 10 E) 8

$$P(1) = -1$$

$$P(x) = (x-1) \cdot Q(x) - 1$$

$$P(2) = Q(2) - 1 \Rightarrow Q(2) = 12$$

13.

Bir aktara giden müşteri kimyon ve karabiber alacaktır. Kimyon ve karabiber miktarları kilogram cinsinden,

$$P(x) = 4x^2 - 11x + 6$$

polinomunun sıfırları olup müşteri aktardan 2 kg karabiber almıştır.

Buna göre, müşterinin aldığı kimyon miktarı kaç gramdır?

- A) 850 ✓ B) 750 C) 600 D) 500 E) 250

$$P(x) = (4x-3) \cdot (x-2) = 0$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ ve } x = 2 \text{ karabiber}$$

$$x = \frac{3}{4} \text{ kg} = \frac{3}{4} \cdot 1000 \text{ gr} = 750 \text{ gr}$$

14.

Bir $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 12 ve $x + 1$ ile bölümünden kalan 9'dur.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 2) \cdot (x + 1)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 5$ ✓ B) $x + 10$ C) $2x + 10$
 D) $x + 5$ E) $3x - 5$

$$P(x) = (x-2) \cdot (x+1) \cdot B(x) + ax+b$$

$$P(2) = 2a+b = 12 \quad 3a=3 \Rightarrow a=1$$

$$P(-1) = -a+b = 9 \quad b=10$$

$$\text{Kalan} = x+10$$

1. B	2. C	3. B	4. C	5. B	6. C	7. D
8. D	9. A	10. D	11. C	12. C	13. B	14. B

1. Bir $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı A ve tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı B 'dir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamının A ve B türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A - B$ ☒ B) $A + B$ C) $2A + B$
D) $A + 2B$ E) $2A + 2B$

$$\begin{aligned} A &= \frac{P(1) + P(-1)}{2} \\ B &= \frac{P(1) - P(-1)}{2} \\ + \\ \hline A + B &= P(1) \end{aligned}$$

2. n pozitif bir tam sayıdır.

$$P_n(x) = x^n + n$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $P_2(x) - P_1(x)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçır?

- A) 11 B) 9 ☒ C) 7 D) 5 E) 3

$$\begin{aligned} P_2(x) - P_1(x) &= (x^2 + 2) - (x + 1) \\ &= x^2 - x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2(-2) - P_1(-2) &= 4 + 2 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

3. $P(x)$ bir polinomdur.

$$x \cdot P(x) + 3x - 1 = x^2 - 1$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ ☒ C) $x - 3$
D) $x - 4$ E) $x - 5$

$$\begin{aligned} x \cdot P(x) &= x^2 - 3x \\ P(x) &= x - 3 \end{aligned}$$

4. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalanlar sırasıyla -1 ve 3 'tür.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $x - 2$ ile tam bölünür?

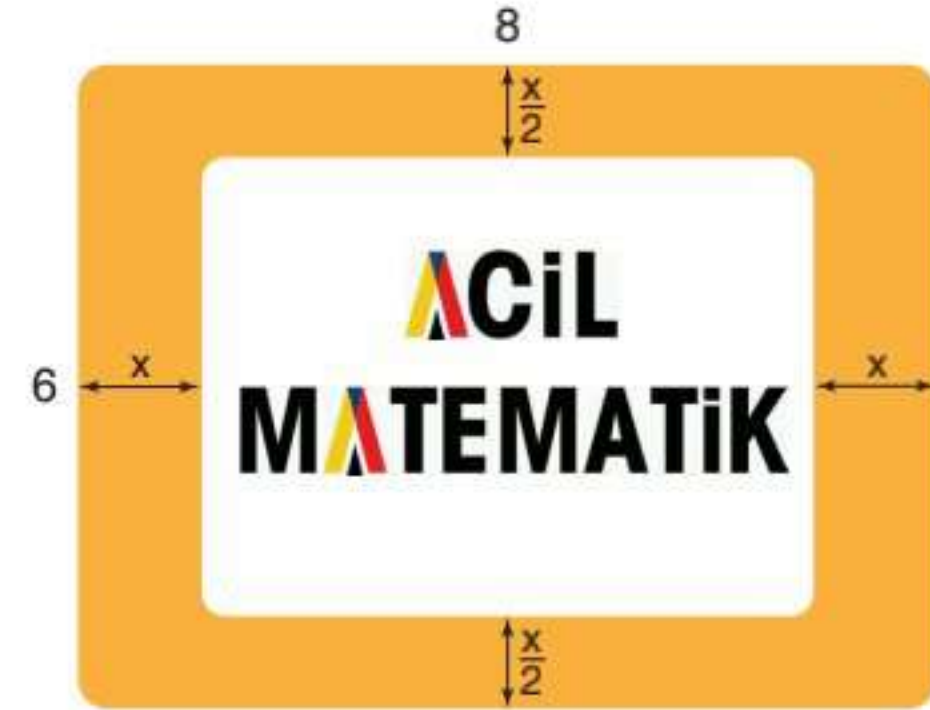
- A) $3P(x) - 2Q(x)$ ☒ B) $(x + 1) \cdot P(x) + Q(x)$
C) $Q(x) + x \cdot P(x)$ D) $3 \cdot Q(x) - x \cdot P(x)$
E) $x \cdot Q(x) + 3P(x)$

$$P(2) = -1, \quad Q(2) = 3$$

$$B) \quad 3 \cdot \underbrace{P(2)}_{-1} + \underbrace{Q(2)}_3 = 0$$

5. Aşağıda, kenar uzunlukları 6 ve 8 birim olan dikdörtgen şeklinde bir çerçeve görseli verilmiştir.

Çerçeveye yerleştirilecek resim için alttan ve üstten $\frac{x}{2}$ birim sağdan ve soldan x birim boşluk bırakılmıştır.



Resim yerleştirilecek olan alan,

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

polinomuna eşittir.

Buna göre, $a + c - b$ işleminin sonucu kaçır?

- ☒ A) 70 B) 60 C) 50 D) 40 E) 30

$$P(x) = (6 - x) \cdot (8 - 2x)$$

$$P(-1) = a - b + c = 7 \cdot 10$$

$$a - b + c = 70$$

Test - 3

6. $P(3x) = 21x + 6$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 5$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 43 B) 42 ☒ C) 41 D) 39 E) 37

$$P(3x) = 7 \cdot (3x) + 6$$

$$P(x) = 7x + 6$$

$$P(5) = 7 \cdot 5 + 6 = 41$$

7. $P(x) = (x - 5)^a + (x - 4)^a - 1$

polinomunun $(x - 5) \cdot (x - 4)$ ile tam bölünebilmesi için a sayısı aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?

- ☒ A) Pozitif çift sayı B) Pozitif tek sayı
C) Negatif çift sayı D) Negatif tek sayı
E) Herhangi bir pozitif sayı

$$P(5) = 1^a - 1 = 0$$

$$P(4) = (-1)^a - 1 = 0$$

a pozitif çift sayı

(a negatif olursa polinom olmaz)

8. $P_i(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot \dots \cdot (x - (i - 1))$

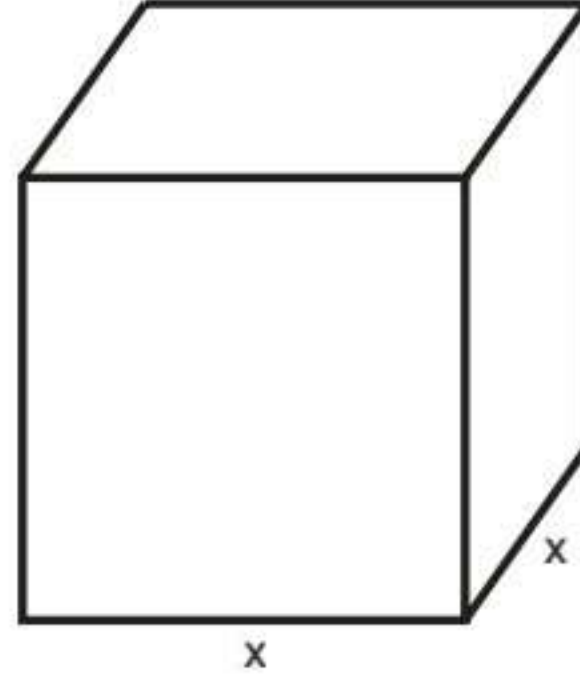
şeklinde tanımlanan $P_i(x)$ polinomu için $\frac{P_5(100)}{P_5(99)}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{100}{99}$ B) $\frac{25}{99}$ C) $\frac{25}{19}$ ☒ D) $\frac{20}{19}$ E) $\frac{10}{19}$

$$P_5(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

$$\frac{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96}{99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96 \cdot 95} = \frac{100}{95} = \frac{20}{19}$$

9.



Bir ayrıtı x br olan küpün hacmi x^3 br³ ve yüzey alanı $6x^2$ br² bağıntısıyla hesaplanır.

Bir işletme küp şeklinde bir kavanozu süsleyip içini boşluk kalmayacak şekilde sıvı çikolata ile doldurulacaktır.

- Küpün dış yüzeyindeki tüm ayrıtlarına 1 biriminin maliyeti 2 lira olan şerit çekilecektir.
- Küpün dış yüzeyi 1 birimkaresinin maliyeti 3 lira olan boya ile boyanacaktır.
- Küpün içi 1 birimküpunün maliyeti 1 lira olan sıvı çikolata ile doldurulacaktır.

Bu işlemler sonucunda kavanozun maliyeti $P(x)$ polinomu ile ifade edilirse $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaç olur?

- A) 48 B) 47 C) 46 D) 45 ☒ E) 43

$$P(x) = 12 \cdot x \cdot 2 + 6x^2 \cdot 3 + x^3 \cdot 1$$

$$P(x) = x^3 + 18x^2 + 24x$$

$$P(1) = 1 + 18 + 24 = 43$$

10. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$x \cdot P(x - 1) + Q(x) = x^2 - 6$$

eşitliği veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 1'dir. $P(2) = 1$

Buna göre,

- $P(x)$ polinomunun sabit terimi ile $Q(x)$ polinomunun katsayıları toplamı -5 'tir. $x=1$ için $P(0) + Q(1) = -5$
- $Q(x)$ polinomu $x - 3$ ile tam bölünür. ✓
- $Q(x)$ polinomu 1. dereceden bir polinom olabilir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) II ve III ☒ E) I, II ve III

$$\text{II, } x=3 \text{ için } 3 \cdot \frac{P(2)}{1} + Q(3) = 3 \Rightarrow Q(3) = 0$$

11. $Q(x)$ ve $P(x)$ sırasıyla üçüncü ve ikinci dereceden polinomlardır.

$P(x)$ polinomunun sıfırları, aynı zamanda $Q(x)$ polinomunun da sıfırlarıdır.

$$\frac{Q(5)}{P(5)} = 12, \quad \frac{Q(3)}{P(3)} = 6$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $Q(x)$ polinomunun kesinlikle bir sıfırındır?

- A) 2 ☒ B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

$$P(x) = m \cdot (x-a) \cdot (x-b)$$

$$Q(x) = n \cdot (x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c)$$

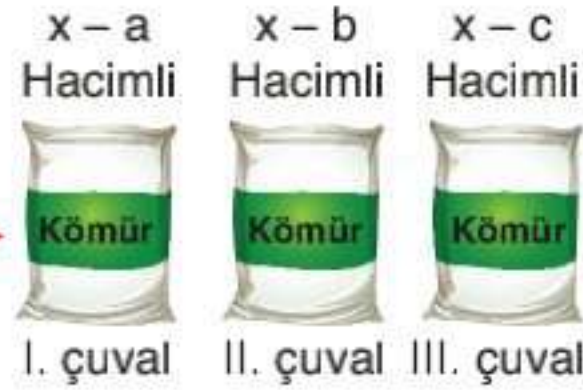
$$\frac{n}{m} \cdot (5-c) = 12, \quad \frac{n}{m} (3-c) = 6$$

$$\frac{12}{5-c} = \frac{6}{3-c} \Rightarrow 6-2c = 5-c \Rightarrow c = 1$$

12. Aşağıdaki şekilde verilen kömür yığınının tamamının hacmi; başkatsayısı 1 olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu ile modelleneyecektir.



Kömür yığını



kömür yığını sırasıyla,

$$(x-a), (x-b) \text{ ve } (x-c)$$

hacimlerindeki çuvallara ayrı ayrı bölündüğünde her defasında k birim kömür artmaktadır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a \cdot b \cdot c - k$ B) $a \cdot b \cdot c + k$ ☒ C) $k - a \cdot b \cdot c$
D) k E) $a \cdot b \cdot c$

$$P(x) = 1 \cdot (x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c) + k$$

$$P(0) = -a \cdot -b \cdot -c + k = k - a \cdot b \cdot c$$

13. m ve n birer gerçel sayıdır.

$$P(x) = (6-m)x^2 + nx + 3x + 2$$

polinomu sabit polinomdur.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) -24 ☒ B) -18 C) -16 D) -12 E) -8

$$6-m=0 \quad n+3=0$$

$$m=6 \quad n=-3$$

$$m \cdot n = 6 \cdot -3 = -18$$

14. Katsayıları toplamı 4 olan $(x^2 + x - m)^2$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan en az kaçtır?

- A) 12 B) 6 ☒ C) 4 D) 2 E) 1

$$P(x) = (x^2 + x - m)^2$$

$$P(1) = (2-m)^2 = 4$$

$$2-m=2 \quad \vee \quad 2-m=-2$$

$$m=0$$

$$m=4$$

$$P(2) = 6^2 \quad \vee \quad P(2) = (6-4)^2$$

$$P(2) = 36$$

$$P(2) = 4$$

1. B	2. C	3. C	4. B	5. A	6. C	7. A
8. D	9. E	10. E	11. B	12. C	13. B	14. C

Test - 4

1. $P(x) = \sqrt[m]{x^{24}} + 2x + 4$ ifadesi bir polinom belirtmektedir. Buna göre, m 'nin kaç farklı değeri vardır?
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\frac{24}{m} \in \mathbb{N}$$

$$m \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$$

2. $P(x)$ polinomunun derece ve katsayılarının oluşturduğu küme, $K = \{-2, 1, 2, 3\}$ tür. Buna göre, kaç farklı $P(x)$ polinomu yazılabilir?
- A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) 66

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a, b, c = \{-2, 1, 3\}$$

$$3! = 6$$

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$a, b, c, d = \{-2, 1, 2\}$$

$$-2, -2, 1, 2 \rightarrow \frac{4!}{2!} = 12$$

$$-2, 1, 1, 2 \rightarrow 12$$

$$-2, 1, 2, 2 \rightarrow 12$$

$$a, b, c, d = \{-2, 1, 2, 3\}$$

$$4! = 24 \quad 6 + 36 + 24 = 66$$

		$(x+2)^2$	$(x-4) \cdot (x-2)$
		$x^2 + 4x + 4$	$x^2 - 6x + 8$
$(x-2) \cdot (x+2)$	$x^2 - 4$	$x+2$	$x-2$
$(x-4) \cdot (x+4)$	$x^2 - 16$	1	$x+4$

Yukarıda verilen tabloda herhangi bir satır ile herhangi bir sütunun kesiştiği bölgeye o satır ve sütundaki ifadelerin ortak çarpanı yazılacaktır.

Elde edilecek olan ortak çarpanların çarpımı $P(x)$ polinomu olmak üzere, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -4 C) 0 D) 4 E) 9

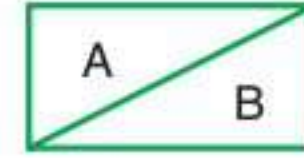
$$P(x) = (x+2) \cdot (x-2) \cdot (x-4)$$

$$P(1) = 3 \cdot (-1) \cdot (-3) = 9$$

4. "Çağırılmazdım Acil Olmasa"

ismindeki dizi televizyonda x sezon boyunca yayınlanmıştır. Her sezon $x + 4$ bölümden oluşmaktadır.

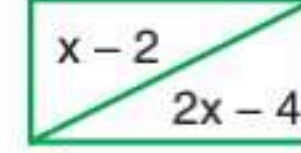
Onur, bu diziyi izlerken kendine bir tablo yapmıştır.



Şekil I

Şekil I'de A : İzlenmiş sezon sayısı

B : Halen izlenen sezonun izlenmiş bölüm sayısı anlamına gelmektedir.



Şekil II

Şekil II'ye göre Onur'un izlediği toplam bölüm sayısı $P(x)$ polinomu ve izleyeceği kalan bölüm sayısı $Q(x)$ polinomu ile gösterilmek üzere, $\frac{P(3)}{Q(3)}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{5}{3}$

$$P(x) = (x-2) \cdot (x+4) + 2x-4$$

$$Q(x) = x \cdot (x+4) - P(x)$$

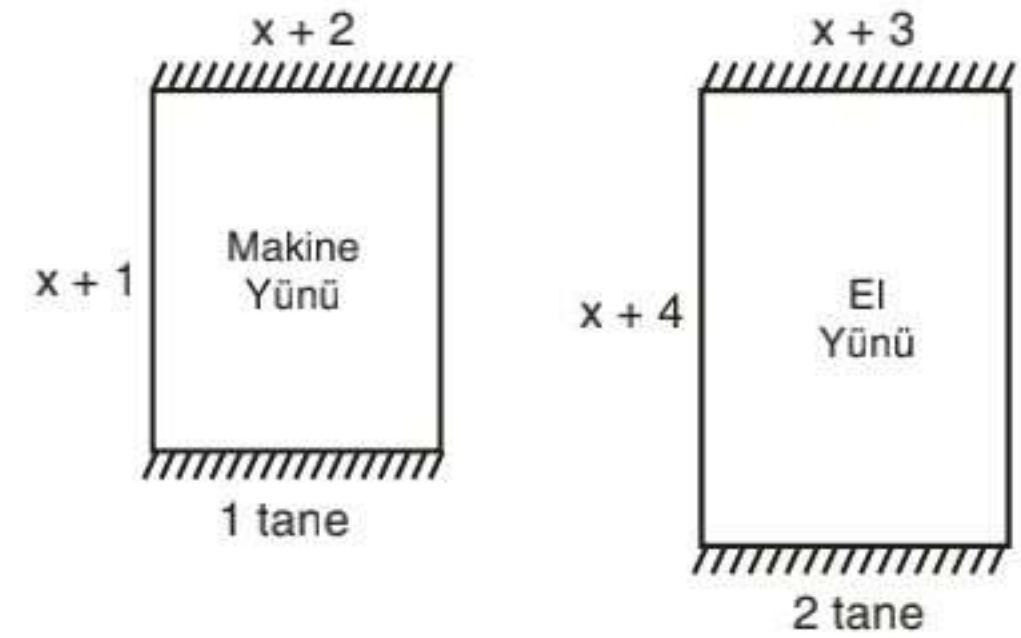
$$P(3) = 7+2=9, \quad Q(3) = 3 \cdot 7 - P(3) = 21-9=12$$

$$\frac{P(3)}{Q(3)} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

5. Bir kişi evindeki iki çeşit halıyı yıkatmak için halı yıkama firmasıyla görüşüp fiyat bilgisi almıştır. Firma makine yünü halıları m^2 başına 4 TL'den yıkamaktadır. El yünü halılardan ise m^2 başına ilave x TL almaktadır.

Bu kişi firmaya 2 adet el yünü, 1 adet makine yünü halı verdiğinde halılarına ödediği ücret sırasıyla $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarıdır.

Halıların boyutları aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi ile $Q(x)$ polinomunun katsayılar toplamının farkı kaçtır?

- A) 48 B) 60 C) 72 D) 96 E) 120

$$P(x) = (x+4) \cdot (x+3) \cdot (x+4) \cdot 2 \Rightarrow P(0) = 96$$

$$Q(x) = (x+1) \cdot (x+2) \cdot 4 \cdot 1 \Rightarrow Q(1) = 24$$

$$P(0) - Q(1) = 96 - 24 = 72$$

6. İlk kez göz muayenesi olan bir kişi sonraki her yıl düzenli olarak kontrole gitmiştir. 6 yıl boyunca göz numarası sabit bir şekilde artan bu kişinin sonraki yıllarda göz numarası değişmemiştir.

Göz numarasındaki değişim $P(x) = ax + b$ polinomu ile ifade edilmek üzere, kontrolden sonraki 2. yıl göz numarası 2° iken, 5. yıl 4.25° olmuştur.

Buna göre, $\frac{8 \cdot P(1)}{P(8)}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ ☒ D) 2 E) 4

$$\begin{aligned} -/ 2a + b &= 2 \\ 5a + b &= 4.25 \end{aligned}$$

$$3a = 2.25$$

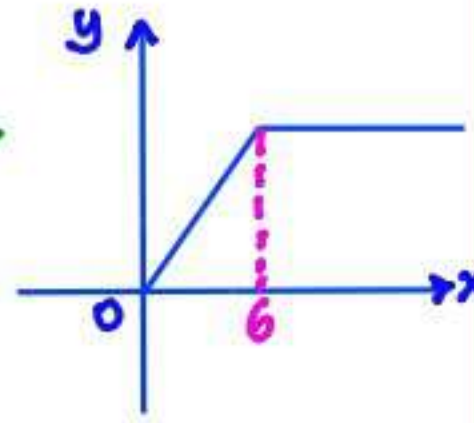
$$a = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$P(8) = P(6) = 5$$

$$\frac{8 \cdot P(1)}{P(8)} = \frac{10}{5} = 2$$

$$P(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$



7. Nedim Öğretmen tahtaya,

$$P(x) = x^m - 4 + 3x^4 - m + 4x^3 - 8x + 2$$

polinomunu ve aşağıdaki öncülleri yazıyor.

- I. Polinomun derecesi 3'tür. ☒ D
 II. Polinomun başkatsayısı -8 'dir. ☒ Y
 III. Polinomun sabit terimi 2 'dir. ☒ Y
 IV. Polinomun katsayılar toplamı -2 'dir. ☒ Y
 V. Polinomun $x - 2$ ile bölümünden kalan 22 'dir. ☒ D

Nedim Öğretmen, tahtaya kaldırdığı öğrencisi Tuğba'ya bu öncüllerin yanına Doğru (D) ya da Yanlış (Y) yazmasını söylüyor.

Tuğba tahtaya sırasıyla Y D ☒ Y ☒ D yazdığına göre, kaç tanesini doğru bilmiştir?

- A) 1 B) 2 ☒ C) 3 D) 4 E) 5

$$m = 4 \text{ olmalı}$$

$$P(x) = 4x^3 - 8x + 6$$

$$\deg[P(x)] = 3$$

$$\text{başkatsayı} = 4$$

$$P(0) = 6$$

$$P(1) = 2$$

$$P(2) = 22$$

8. Birinci dereceden $P(x)$ polinomunun başkatsayısı 2, Üçüncü dereceden $Q(x)$ polinomunun başkatsayısı 1'dir.

Buna göre,

$$P(4x) \cdot Q(2x) - 3 \cdot P(2x)$$

polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 ☒ D) 64 E) 128

$$P(x) = 2x, \quad Q(x) = x^3 \text{ olsun.}$$

$$P(4x) \cdot Q(2x) - 3 \cdot P(2x)$$

$$8x \cdot 8x^3 - 3 \cdot 4x$$

$$64x^4 - 12x$$

Başkatsayı 64 olur.

9. a bir gerçekte sayıdır.

$$(x + 2) \cdot P(x - 1) = x^2 - 2ax - 8$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x - 1$ B) $x - 2$ ☒ C) $x - 3$
 D) $x - 4$ E) $x - 5$

$$x = -2 \text{ için } 0 = 4 + 4a - 8$$

$$a = 1$$

$$(x+2) \cdot P(x-1) = (x-4) \cdot (x+2)$$

x yerine x+1 yazalım

$$P(x) = x - 3$$

10. m bir gerçekte sayıdır.

$$P(x) = x^m - 4 + 2 \cdot x^4 - m + mx + 1$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + \frac{1}{4}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 ☒ D) 3 E) 4

$$m = 4 \text{ olmalı}$$

$$P(x) = 4x + 4 \Rightarrow P(-\frac{1}{4}) = -1 + 4 = 3$$

1. C	2. E	3. E	4. A	5. C
6. D	7. C	8. D	9. C	10. D



YANINDA BULUNSUN

ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALARAK
ÇARPANLARA AYIRMA

a, b ve c birer reel sayı olmak üzere,

$$a \cdot b \text{ ve } a \cdot c$$

ifadelerinin ortak olan çarpanı a sayıdır.

Dolayısıyla $a \cdot b$ ve $a \cdot c$ ifadeleri toplanıp çıkarılırken ortak çarpan olan "a" parantezine alınır.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c) \text{ dir.}$$



ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen ifadeleri ortak çarpan parantezine alarak çarpanlarına ayırınız.

- I. $ax + ay$
- II. $dm + dn - dk$
- III. $(a + c) \cdot x + (a + c) \cdot y$
- IV. $a(b + c) + ad$
- V. $39 \cdot 41 + 39 \cdot 59$



ÇÖZÜM

- I. $ax + ay = a \cdot (x + y)$
- II. $dm + dn - dk = d \cdot (m + n - k)$
- III. $(a + c) \cdot x + (a + c) \cdot y = (a + c) \cdot (x + y)$
- IV. $a(b + c) + ad = a \cdot (b + c + d)$
- V. $39 \cdot 41 + 39 \cdot 59 = 39 \cdot (41 + 59) = 39 \cdot 100$



NOT

- $(a - b)^2 = (b - a)^2$
- $(a - b) = -(b - a)$ dir.

Örneğin; $3 - x = -(x - 3)$ ve
 $(5 - x)^2 = (x - 5)^2$ dir.



ÖRNEK 2.

Aşağıda verilen ifadeleri ortak çarpan parantezini kullanarak çarpanlara ayırınız.

- I. a ve b birer gerçel sayıdır.
 $a \cdot (x - 3) - b \cdot (3 - x)$
- II. $(x - 3)^3 \cdot (x - 1)^2 - (3 - x)^2 \cdot (1 - x)^3$



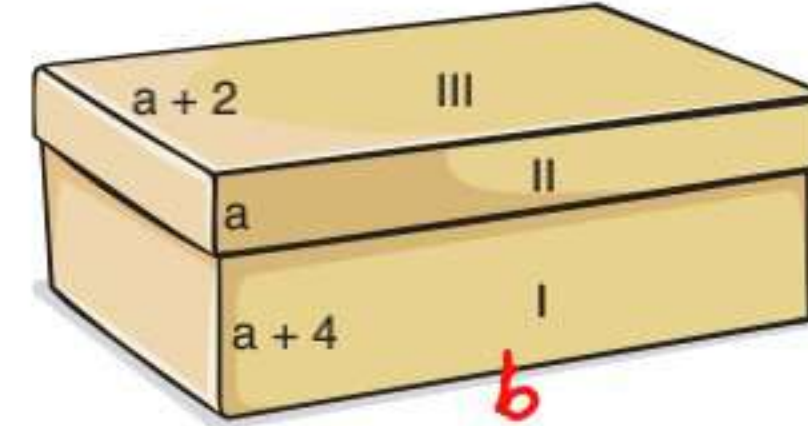
ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{I. } & a \cdot (x - 3) + b \cdot (x - 3) \\ & (x - 3) \cdot (a + b) \\ \text{II. } & (x - 3)^3 \cdot (x - 1)^2 + (x - 3)^2 \cdot (x - 1)^3 \\ & (x - 3)^2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3 + x - 1) \\ & (x - 3)^2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (2x - 4) \end{aligned}$$



ÖRNEK 3.

Aşağıda tüm yüzeyleri dikdörtgen olan bir ayakkabı kutusu verilmiştir.



Şekilde verilenlere göre I. ve II. yüzeylerin alanları toplamı III. yüzeyin alanının kaç katıdır?



ÇÖZÜM

$$\frac{(a+4) \cdot b + b \cdot a}{b \cdot (a+2)} = \frac{b \cdot (2a+4)}{b \cdot (a+2)} = 2$$

- I. $a \cdot (x + y)$ II. $d(m + n - k)$ III. $(a + c) \cdot (x + y)$
IV. $a \cdot (b + c + d)$ V. $39 \cdot 100$
- I. $(a + b) \cdot (x - 3)$ II. $2 \cdot (x - 3)^2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 2)$
- 2

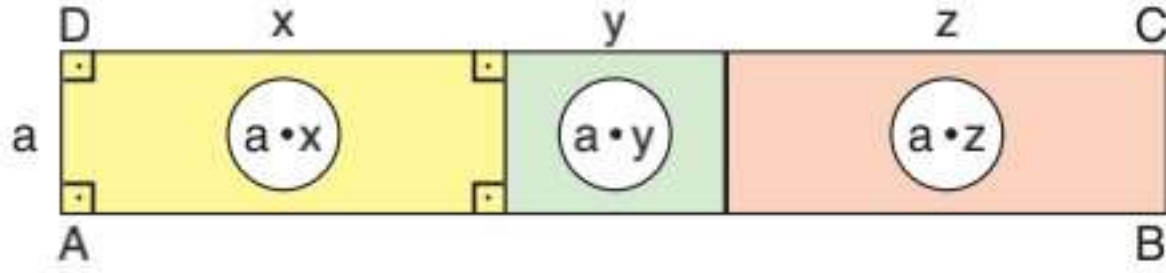


NOT

ORTAK ÇARPAN PARANTEZİNE ALMANIN GEOMETRİK ANLAMI

ABCD bir dikdörtgendir.

Aşağıda içerisinde alanları yazılı olan dikdörtgenlerin alanlarını toplarsak büyük dikdörtgenin alanını buluruz.

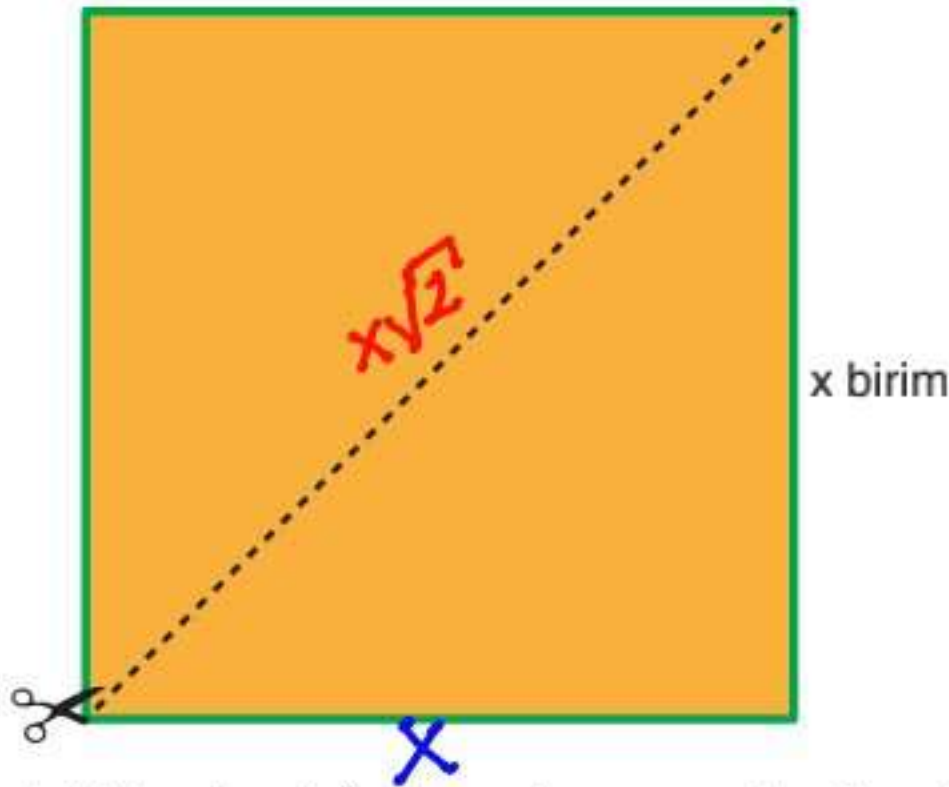


$$A(ABCD) = a \cdot x + a \cdot y + a \cdot z = a \cdot (x + y + z)$$

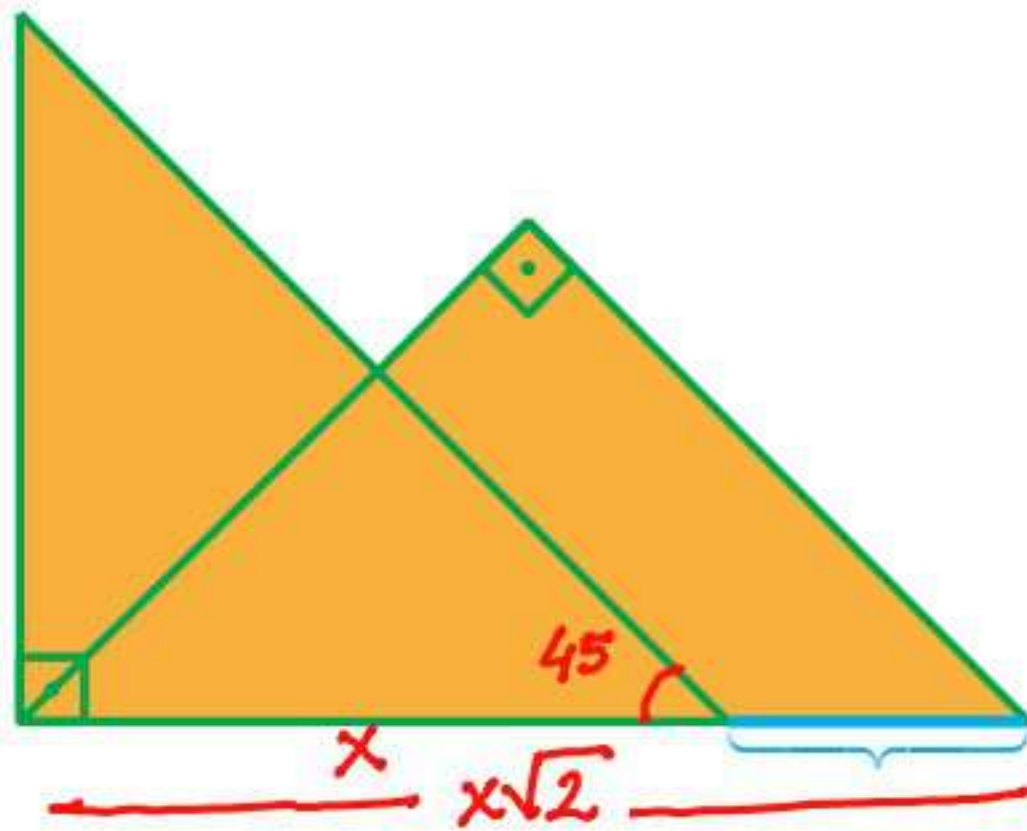


ÖRNEK 4.

Aşağıda bir kenarı x birim olan turuncu renkli kare şeklinde bir karton görseli verilmiştir.



Kare şeklindeki karton köşegen boyunca kesilerek aşağıdaki şekilde konumlandırılmıştır.



Buna göre, mavi renkli çizginin uzunluğunun karenin çevresine oranını bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\frac{x\sqrt{2}-x}{4 \cdot x} = \frac{\sqrt{2}-1}{4}$$



YANINDA BULUNSUN

GRUPLANDIRARAK ÇARPANLARA AYIRMA

Bir ifadenin tüm terimlerinde ortak olan bir çarpan yoksa, ortak çarpanı olan terimler ayrı ayrı gruplandırılıp ifade çarpanlarına ayrılır.



ÖRNEK 5.

Aşağıdaki ifadeleri gruplandırma yöntemiyle çarpanlarına ayırınız.

- I. $xy + x + ay + a$
- II. $ax + bx - ac - bc$
- III. $5a^4 + 5a^3 - 2 - 2a$



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{I. } x \cdot (y+1) + a \cdot (y+1) &= (y+1) \cdot (x+a) \\ \text{II. } x(a+b) - c(a+b) &= (a+b) \cdot (x-c) \\ \text{III. } 5a^3(a+1) - 2(1+a) &= (a+1) \cdot (5a^3-2) \end{aligned}$$



ÖRNEK 6.

$$a - b = -3 \text{ ve}$$

$$b - 2c = 6$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $b^2 - 2bc + 2ac - ab$ ifadesinin değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} b \cdot (b-2c) - a(-2c+b) \\ \underbrace{(b-2c)}_6 \cdot \underbrace{(b-a)}_3 &= 18 \end{aligned}$$

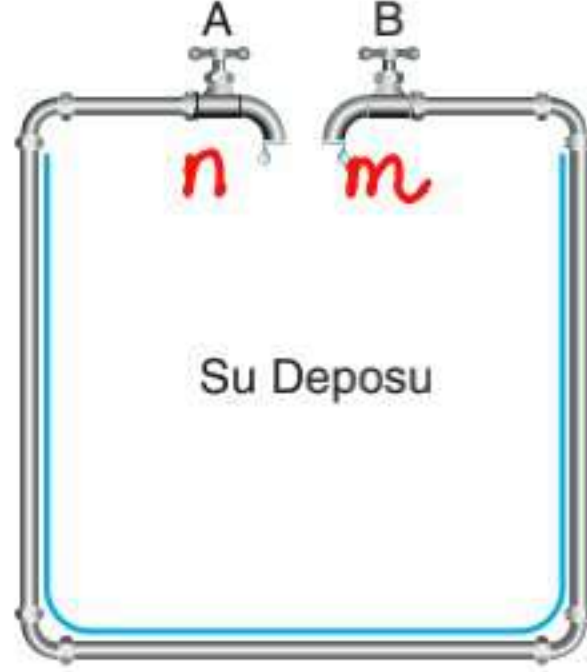
$$4. \frac{\sqrt{2}-1}{4}$$

$$5. \text{I. } (y+1) \cdot (x+a) \quad \text{II. } (a+b) \cdot (x-c) \quad \text{III. } (5a^3-2) \cdot (a+1)$$

$$6. 18$$

ÖRNEK 7.

Aşağıda bir su deposuna su akıtabilen A ve B muslukları gösterilmiştir. A musluğu depoya saatte n litre, B musluğu ise depoya saatte m litre su akıtabilmektedir. Musluklardan biri açıkken diğeri kapalıdır.



Önce A musluğu x saat, B musluğu y saat, daha sonra A musluğu y saat B musluğu x saat su akıtıyor.

Buna göre, depoda biriken toplam su miktarı kaç litredir?

ÇÖZÜM

$$x \cdot n + y \cdot m + n \cdot y + m \cdot x$$

$$n \cdot (x + y) + m \cdot (y + x)$$

$$(x + y) \cdot (n + m)$$

ÖRNEK 8.

Ömer, Faruk, Berat ve Arda bayramda sırasıyla,

$$m \cdot x, n \cdot y, m \cdot y \text{ ve } n \cdot x$$

tane şeker toplamışlardır.

Buna göre, dört arkadaşın topladığı toplam şeker miktarının çarpanlarını bulunuz.

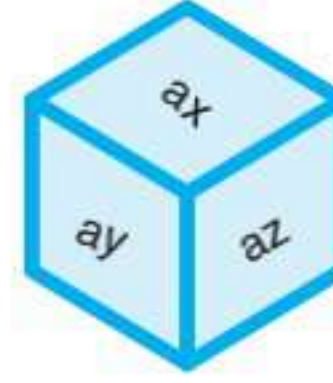
ÇÖZÜM

$$m \cdot x + n \cdot y + m \cdot y + n \cdot x$$

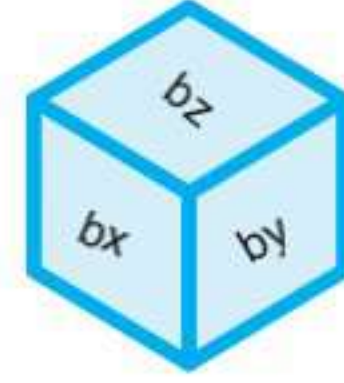
$$x \cdot (m + n) + y \cdot (m + n)$$

$$(m + n) \cdot (x + y)$$

ÖRNEK 9.



Şekil I



Şekil II

Yukarıda altı yüzlü bir oyun zarının bazı yüzleri Şekil I'de diğer kısmı Şekil II'de olmak üzere gösterilmiştir.

Bu zarın görünen yüzlerinde yazan ifadelerin toplamının çarpanlarına ayrılmış halini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$ay + ax + az + bz + bx + by$$

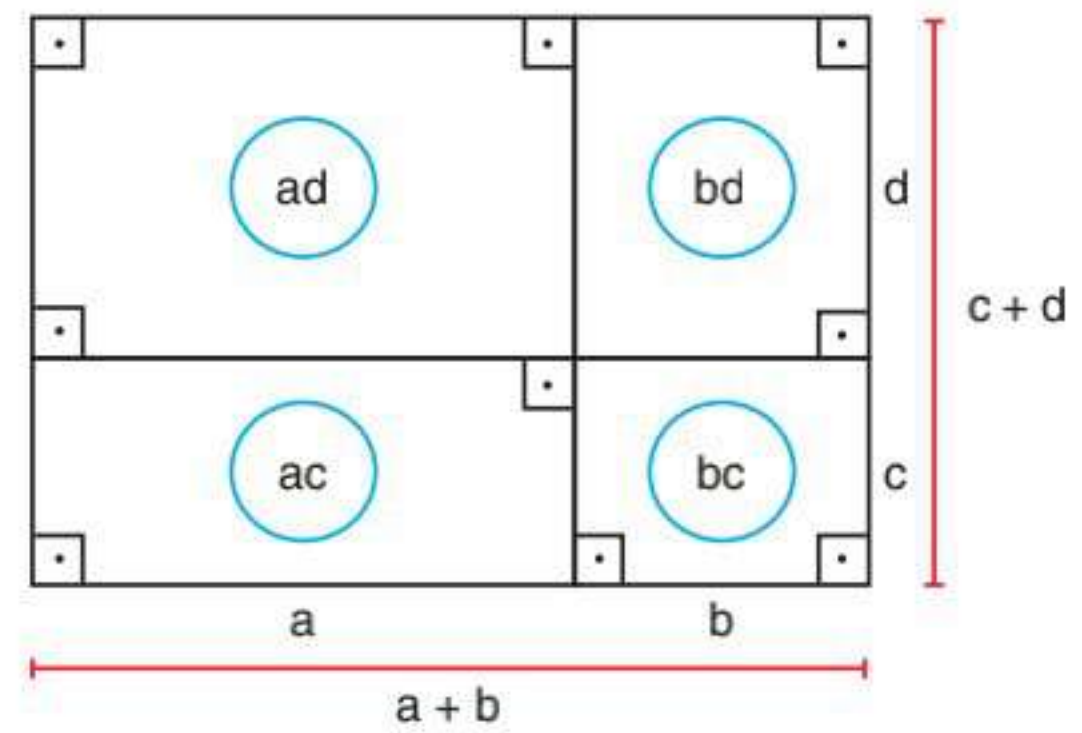
$$y \cdot (a + b) + x \cdot (a + b) + z \cdot (a + b)$$

$$(a + b) \cdot (x + y + z)$$



NOT

GRUPLANDIRARAK ÇARPANLARA AYIRMANIN GEOMETRİK ANLAMI



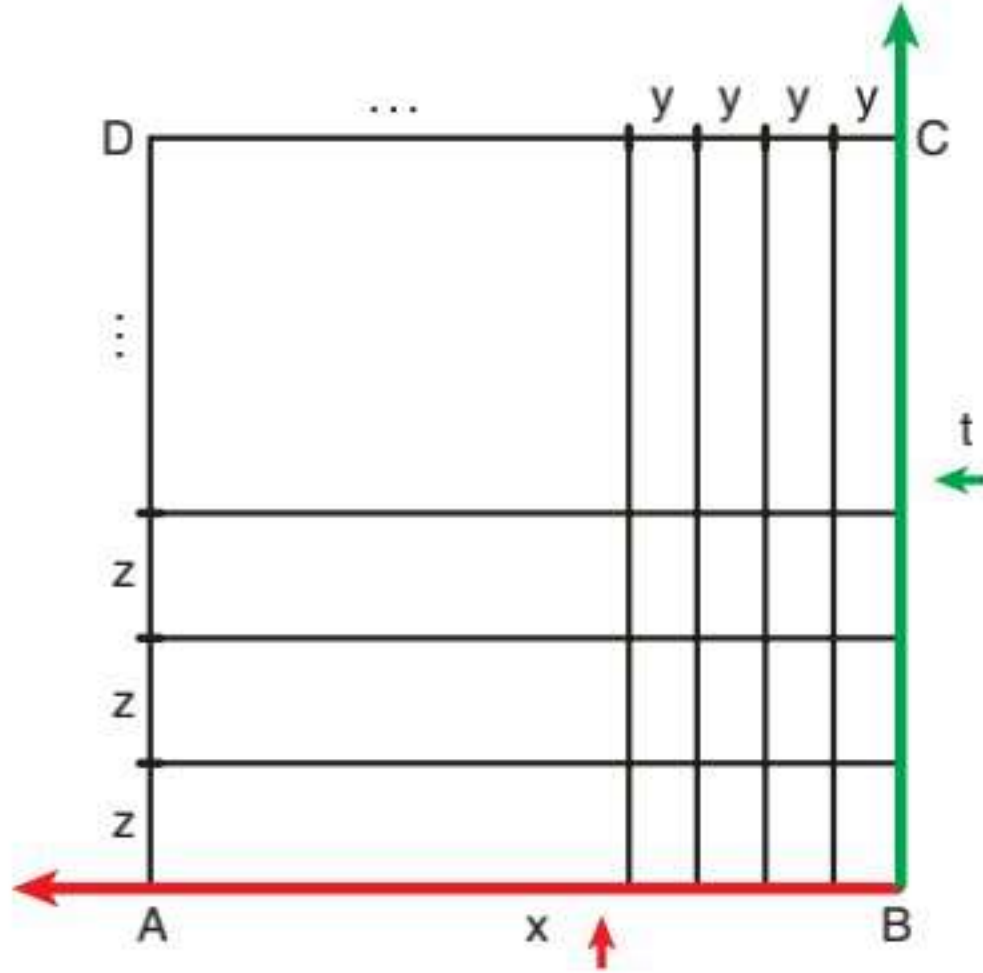
$$\underline{ad + bd} + \underline{ac + bc}$$

$$= d(a + b) + c(a + b)$$

$$= (a + b) \cdot (c + d)$$



ÖRNEK 10.



ABCD, kenar uzunlukları x ve t birim olan bir dikdörtgendir. Kenar uzunluğu x birim olan kısım y birimlik parçalara, kenar uzunluğu t birim olan kısım z birimlik parçalara ayrılmıştır.

Dikdörtgenin yeşil ve kırmızı çubukları hareketli olup kırmızı çubuk her hareketinde yukarıya doğru z birim, yeşil çubuk ise her hareketinde y birim sola gitmektedir.

Buna göre, oluşacak dikdörtgenlerden bir köşesi D olan dikdörtgenin alanının,

$$6yz + xt - 2xz - 3yt$$

birimkare olması için kırmızı ve yeşil çubuğun kaçar birim hareket ettirilmesi gerektiğini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$3y(2z-t) - x(2z-t)$$

$$(2z-t) \cdot (3y-x)$$

$$(t-2z) \cdot (x-3y)$$

Kırmızı çubuk 2 birim

Yeşil çubuk 3 birim



YANINDA BULUNSUN

$A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$ ifadesine "İki Kare Farkı" denir.



ÖRNEK 11.

I. $51^2 - 49^2$

II. $a^2 - 1$

III. $25b^2 - 4$

IV. $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$

ifadelerini iki kare farkı yardımıyla çarpanlarına ayırınız.



ÇÖZÜM

I. $(51-49) \cdot (51+49) = 2 \cdot 100$

II. $(a-1) \cdot (a+1)$

III. $(5b-2) \cdot (5b+2)$

IV. $(a+1-a+1) \cdot (a+1+a-1) = 2 \cdot 2a = 4a$



ÖRNEK 12.

I. $(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

II. $(3\sqrt{3} - 4) \cdot (3\sqrt{3} + 4)$

III. $(x - 3) \cdot (x + 3)$

IV. $(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 1)$

ifadelerini iki kare farkı yardımıyla çarpınız.



ÇÖZÜM

I. $(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$

II. $(3\sqrt{3})^2 - 4^2 = 27 - 16 = 11$

III. $x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

IV. $(x^2-1) \cdot (x^2+1) = x^4-1$



ÖRNEK 13.

$(10, 25)^2 - (9, 75)^2$

işleminin sonucunu bulunuz.

10. Kırmızı çubuk 2 birim-Yeşil çubuk 3 birim

11. I. $2 \cdot 100$ II. $(a-1) \cdot (a+1)$ III. $(5b-2) \cdot (5b+2)$ IV. $4a$

12. I. 3 II. 11 III. $x^2 - 9$ IV. $x^4 - 1$

13. 10

✓ ÇÖZÜM

$$(10,25 - 9,75) \cdot (10,25 + 9,75)$$

$$0,5 \cdot 20 = 10$$

? ÖRNEK 14.

Yaşları ile ilgili hesaplamalar yapan Aysun ile Batuhan arasında aşağıdaki konuşmalar geçiyor.

Aysun : "Ben senden 7 yaş büyüğüm."

Batuhan : "Benim yaşımdın karesine 231 eklersem, senin yaşımdın karesine eşit olur."

Buna göre, Aysun kaç yaşındadır?

✓ ÇÖZÜM

Aysun
 $x+7$

Batuhan
 x

$$x^2 + 231 = (x+7)^2 \Rightarrow (x+7)^2 - x^2 = 231$$

$$7 \cdot (2x+7) = 231$$

$$2x+7 = 33$$

$$x = 13$$

$$\text{Aysun} = 13 + 7 = 20$$

? ÖRNEK 15.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$$25 \cdot a^2 - b^2 = 29$$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\underbrace{(5a-b)}_1 \cdot \underbrace{(5a+b)}_{29} = 29$$

$$\begin{array}{ll} 10a = 30 & 15 - b = 1 \\ a = 3 & b = 14 \end{array}$$

$$a \cdot b = 3 \cdot 14 = 42$$

? ÖRNEK 16.

$5^6 - 4$ sayısı,

a) 41 ✓

b) 6

c) 127 ✓

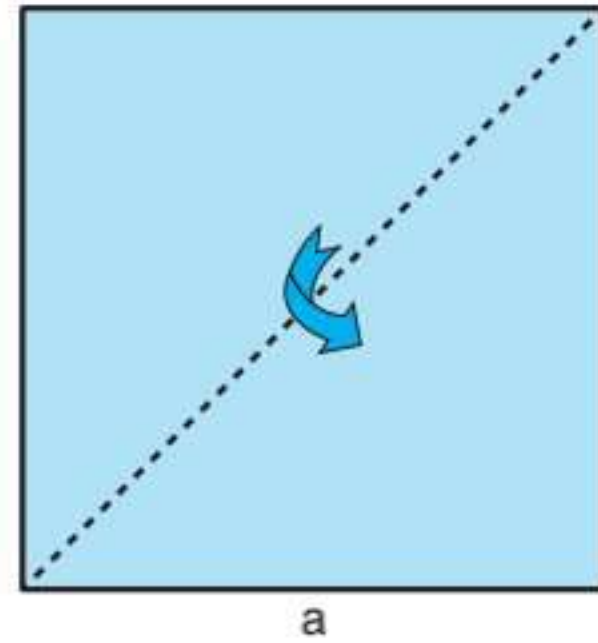
sayılarından hangileri ile tam bölünür?

✓ ÇÖZÜM

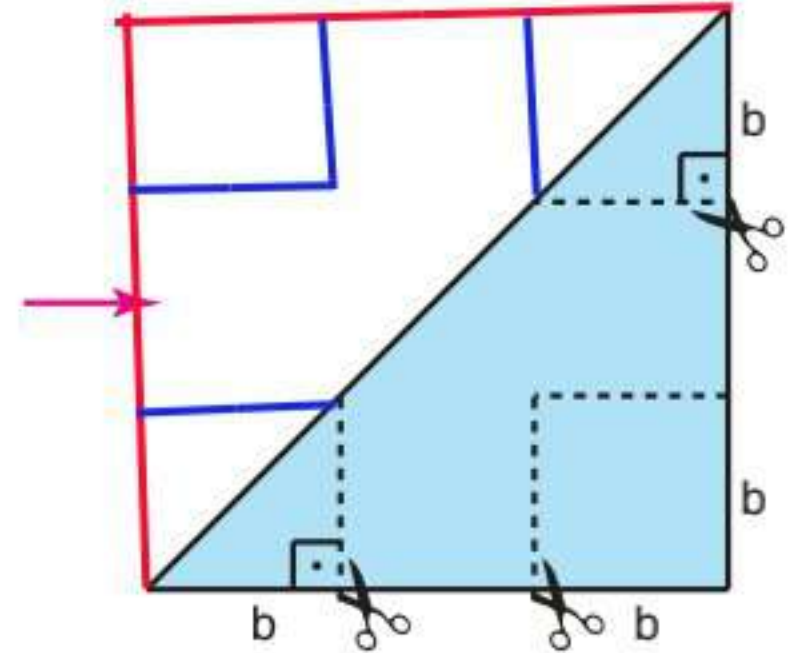
$$\begin{aligned} (5^3)^2 - 2^2 &= 125^2 - 2^2 \\ &= (125-2) \cdot (125+2) \\ &= 123 \cdot 127 \\ &= 41 \cdot 3 \cdot 127 \end{aligned}$$

41, 3 ve 127'ye tam bölünür.

? ÖRNEK 17.



Şekil 1



Şekil 2

Bir kenar uzunluğu a birim olan kare şeklindeki kumaş parçasının karşılıklı köşe noktaları üst üste gelecek şekilde ikiye katlanıyor.

Ardından oluşan şekil üzerindeki iki köşeden kenar uzunlukları b birim olan ikizkenar üçgen, dik köşede ise kenar uzunluğu b birim olan kare kumaş çıkartılıyor.

Kumaş tekrar eski haline getirildiğinde, kumaşın bir yüzünün alanının kaç birimkare olduğunu gösteren ifadeyi bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 - 4b^2$$

ÖRNEK 18.

$$a \cdot b - c = 5$$

$$a \cdot c - b = 7$$

olduğuna göre,

$$(b^2 - c^2) \cdot (a^2 - 1)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \bullet a \cdot b - c + a \cdot c - b = 5 + 7 \\ & b \cdot (a - 1) + c \cdot (a - 1) = 12 \\ & (a - 1) \cdot (b + c) = 12 \\ & \bullet \bullet a \cdot b - c - a \cdot c + b = 5 - 7 \\ & b(a + 1) - c(a + 1) = -2 \\ & (a + 1) \cdot (b - c) = -2 \\ & \bullet \text{ ve } \bullet \bullet \text{ çarpılırsa } (a^2 - 1) \cdot (b^2 - c^2) = 12 \cdot (-2) \\ & = -24 \end{aligned}$$

ÖRNEK 19.

Aşağıdaki çubuklardan mavi olanın uzunluğu m, kırmızı olanın uzunluğu k ve yeşil olanın uzunluğu y birimdir.



Buna göre, $m^2 + k^2 - 2y^2$ işleminin sonucu kaçtır?

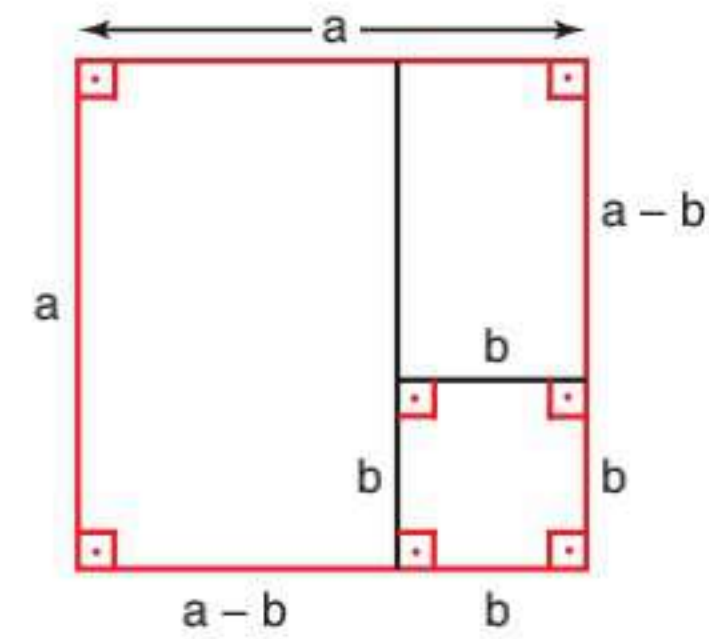
ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} k - y &= y - m = 5 \\ m^2 - y^2 + k^2 - y^2 &= \underbrace{(m - y)}_{-5} \cdot (m + y) + \underbrace{(k - y)}_5 \cdot (k + y) \\ k - y &= 5 \\ + y - m &= 5 \\ \hline k - m &= 10 \\ &= 5 \cdot (-m - y + k + y) \\ &= 5 \cdot \underbrace{(k - m)}_{10} \\ &= 50 \end{aligned}$$



NOT

İKİ KARE FARKININ GEOMETRİK ANLAMI



$a \times a$ ebadında bir kare kartondan, $b \times b$ ebadında bir kare parça kesilip atılırsa şeklin geriye kalan kısmının alanı, $a^2 - b^2$ olur.

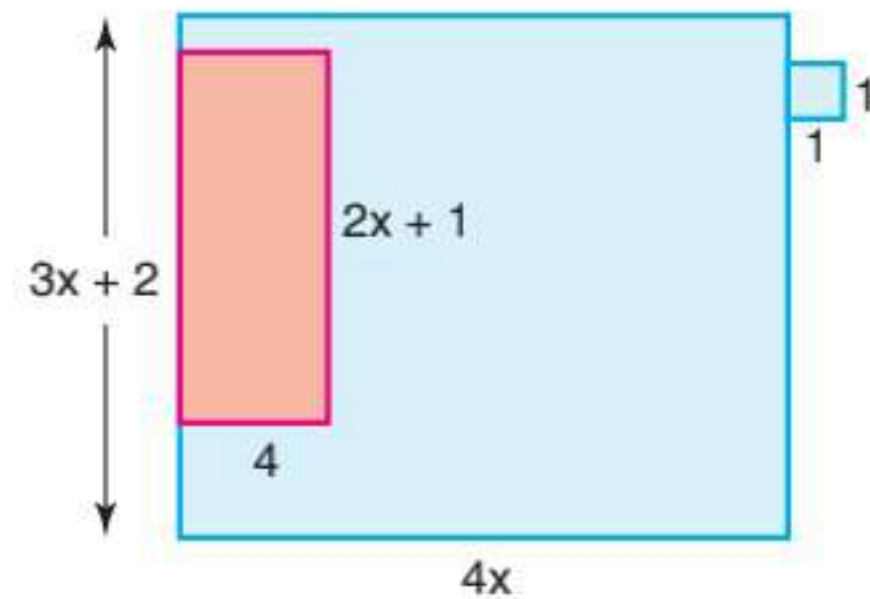
Bu ifade,

$$(a - b) \cdot a + (a - b) \cdot b = (a - b) \cdot (a + b)$$

biçiminde yazılabilir.

ÖRNEK 20.

Aşağıda kenar uzunlukları $4x$, $3x + 2$ birim olan dikdörtgen ve kenar uzunlukları $2x + 1$ ve 4 birim olan dikdörtgen verilmiştir.



Büyük dikdörtgenin bir kenarına, bir kenarı 1 birim olan kare yapıştırılmıştır.

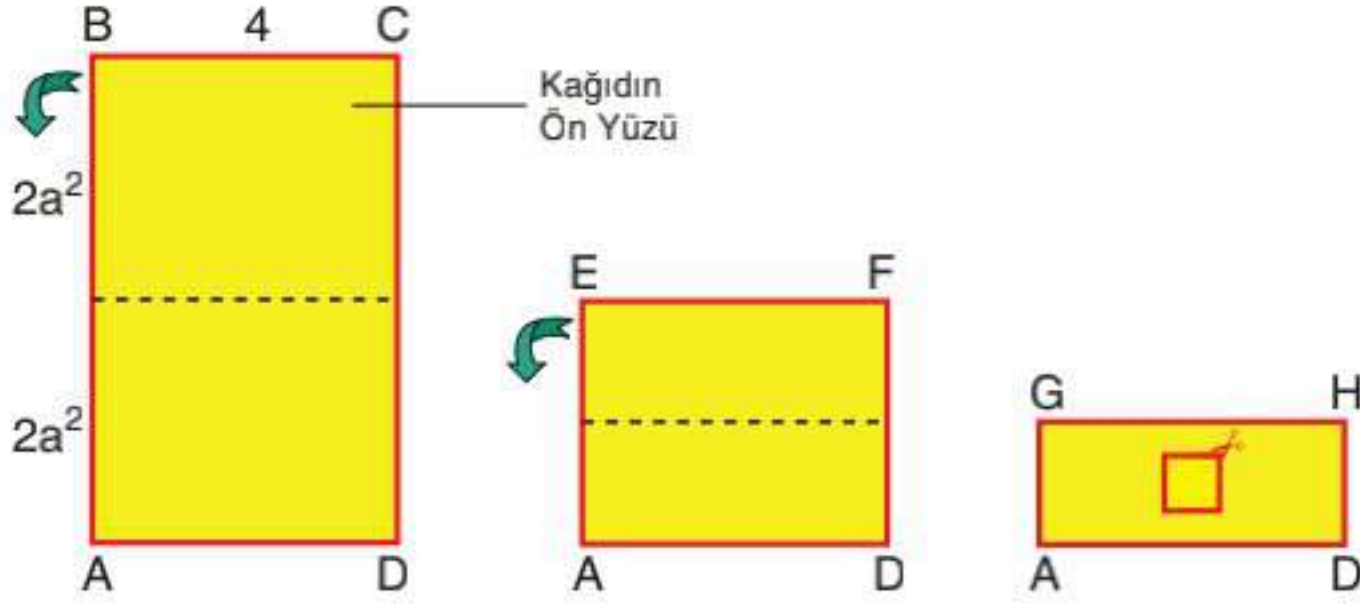
Buna göre, maviye boyalı bölgelerin alanları toplamını cebirsel olarak yazıp çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & (3x+2) \cdot 4x - 4 \cdot (2x+1) + 1 \\ & 12x^2 + 8x - 8x - 4 + 1 \\ & 12x^2 - 3 = 3 \cdot (4x^2 - 1) \\ & = 3 \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) \end{aligned}$$

? ÖRNEK 21.

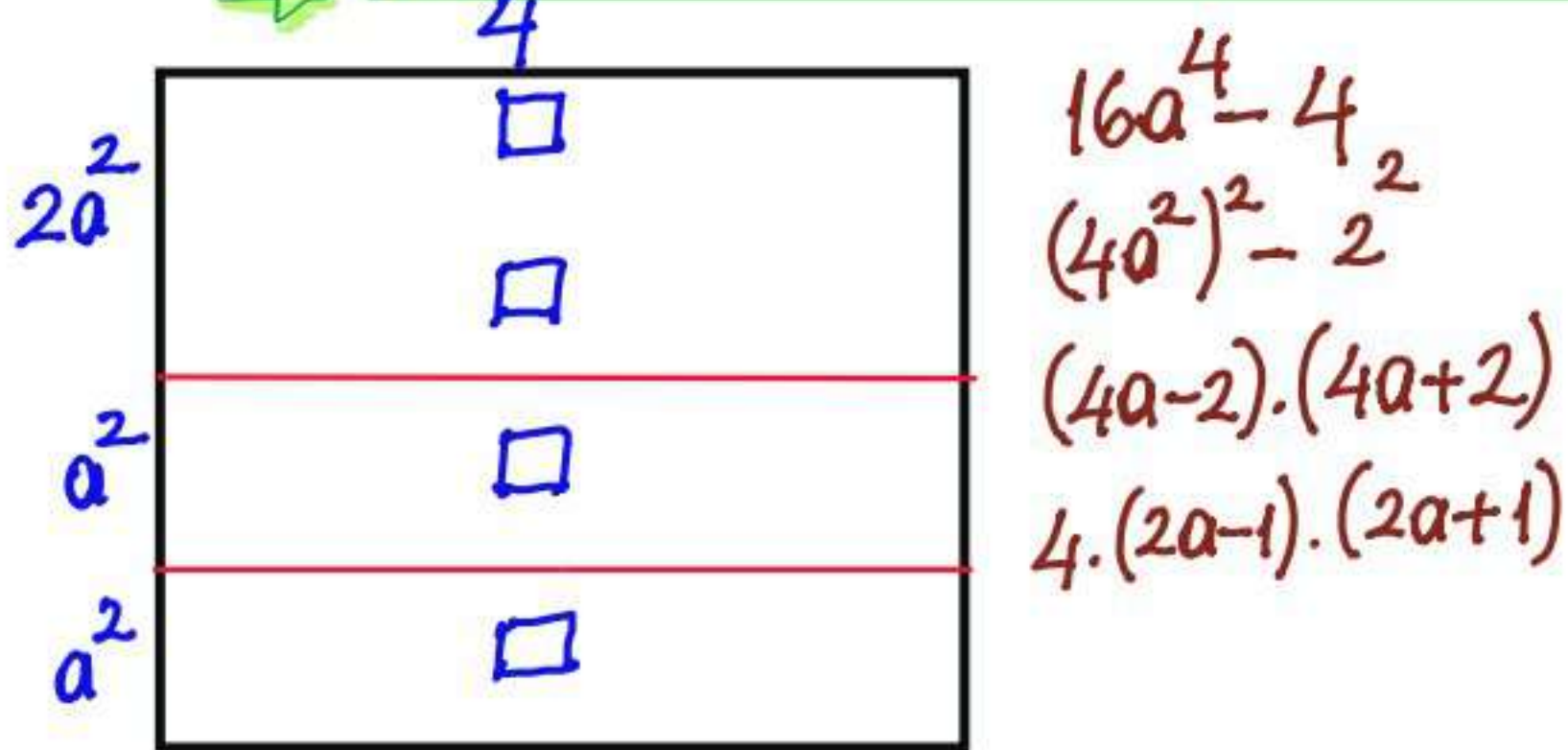
ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir kağıt ortadan ikiye katlanarak AEFD dikdörtgeni oluşturuluyor. AEFD dikdörtgeni ortadan ikiye katlanarak AGHD dikdörtgeni oluşturuluyor.



Bu dikdörtgenin ortasından bir kenarı 1 birim olan kare kesilip atılıyor.

Kağıt tekrar geriye doğru açıldığında kağıdın ön yüzünün geriye kalan alanının cebirsel ifadesini çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM



YANINDA BULUNSUN

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

özdeşliklerine "Tam Kare İfadeler" denir.

? ÖRNEK 22.

- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + \triangle 1$
- $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(x + \bullet 5)^2 = x^2 + 10x + 25$
- $(\square x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

ifadelerinde $\triangle$, $\square$, $\bullet$ ve $\diamond$ yerine gelecek sayıları bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

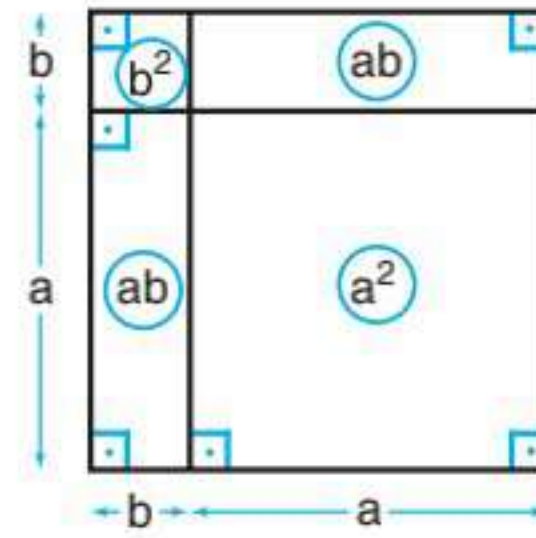
1, 6, 5, 3



NOT

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

eşitliğinin geometrik ispatı aşağıdaki gibidir.



? ÖRNEK 23.

$$a - b = 5 \text{ ve}$$

$$a \cdot b = 2$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$5^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot 2$$

$$25 = a^2 + b^2 - 4$$

$$a^2 + b^2 = 29$$

? ÖRNEK 24.

$$a + \frac{1}{a} = 7 \text{ olduğuna göre,}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2}$$

toplamının sonucu kaçtır?

$$21. 4 \cdot (2a - 1) \cdot (2a + 1)$$

$$22. \text{I. } \triangle = 1 \quad \text{II. } \square = 6 \quad \text{III. } \bullet = 5 \quad \text{IV. } \diamond = 3$$

$$23. 29$$

$$24. 47$$

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= (7)^2 \\ a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} &= 7^2 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 49 - 2 = 47 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 25.

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = 5$$

olduğuna göre,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

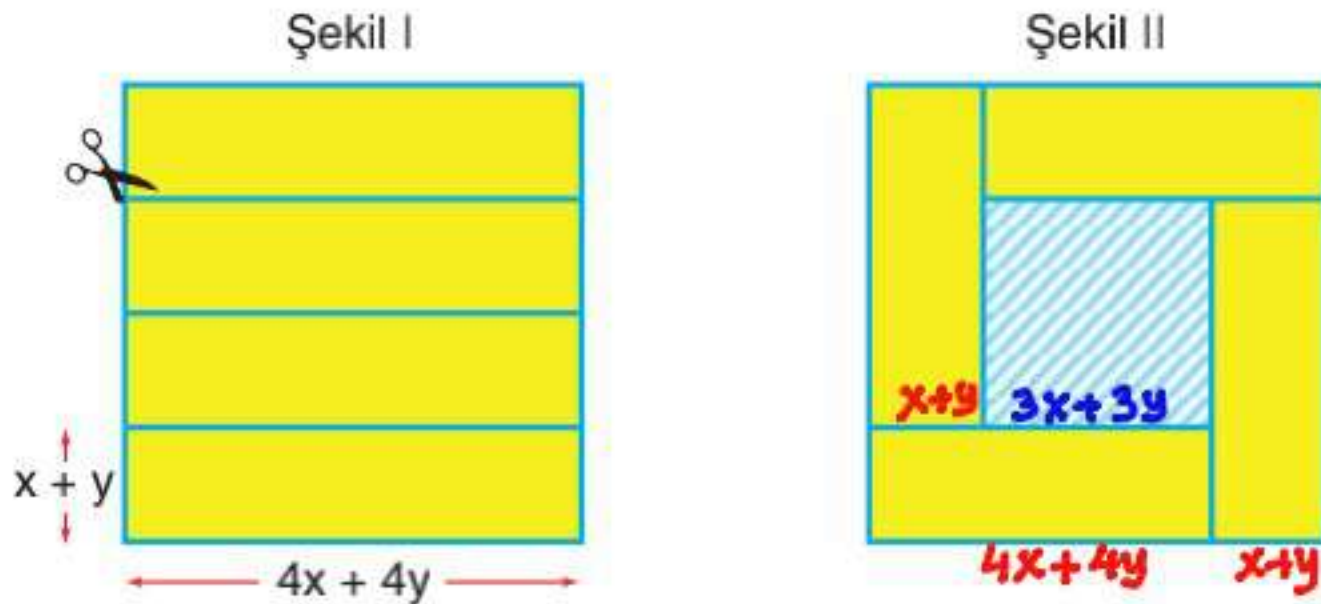
toplamının sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 &= (5)^2 \\ \frac{a^2}{b^2} - 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^2} &= 25 \\ \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} &= 27 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 26.

Aşağıda Şekil I'de uzun kenarı kısa kenarının 4 katı olan eş dikdörtgenlerden bir kare oluşturulmuştur.



Bu eş dikdörtgenler Şekil II'deki gibi yerleştirilip, oluşan taralı bölgenin alanı hesaplanıyor.

Buna göre, bu hesaplama sonucunda $x \cdot y$ 'li terimin katsayısı kaç olur?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} (3x + 3y)^2 \\ 9x^2 + 18xy + 9y^2 \\ x \cdot y \text{ nin katsayısı } 18 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 27.

$$a^2 - 4b^2 + c^2 + 2ac$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a^2 + 2ac + c^2 - 4b^2 \\ (a + c)^2 - (2b)^2 \\ (a + c - 2b) \cdot (a + c + 2b) \end{aligned}$$

? ÖRNEK 28.

$$\frac{59^2 + 119}{19^2 + 39}$$

işleminin sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{59^2 + 2 \cdot 59 + 1}{19^2 + 2 \cdot 19 + 1} &= \frac{(59 + 1)^2}{(19 + 1)^2} \\ &= \frac{60^2}{20^2} \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 29.

$$x \cdot (x + 6) - 9 \cdot (y^2 - 1)$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 &x^2 + 6x - 9y^2 + 9 \\
 &(x+3)^2 - (3y)^2 \\
 &(x-3y+3) \cdot (x+3y+3)
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 30.

Aşağıda üst yüzeyi kare olan bir masa verilmiştir.



Masanın üst yüzeyinin alanı birimkare cinsinden masanın üzerine yazılmıştır.

Buna göre, masanın üst yüzeyinin çevresi kaç birimdir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 a^2 - 6ab + 9b^2 &= (a-3b)^2 \\
 \text{Çevre} &= 2 \cdot (a-3b + a-3b) \\
 &= 4a - 12b
 \end{aligned}$$



NOT

a bir gerçekte sayı olmak üzere, $(x-a)^2$ ifadesinin en küçük değeri sıfırdır.

? ÖRNEK 31.

x bir gerçekte sayıdır.

Buna göre, $x^2 - 10x + 15$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 &x^2 - 10x + 15 \\
 &(x-5)^2 - 10 \\
 &x=5 \text{ için en küçük } -10
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 32.

x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$$

eşitliğine göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 (x-1)^2 + (y+3)^2 &= 0 \\
 x-1 &= 0 & y+3 &= 0 \\
 x &= 1 & y &= -3 \\
 x \cdot y &= 1 \cdot -3 = -3
 \end{aligned}$$



NOT

ÜÇ TERİMLİNİN KARESİ

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+ac+bc) \text{ dir.}$$

Siz de $(a+b-c)^2$, $(a-b+c)^2$ ve $(a-b-c)^2$ ifadelerinin açılımlarını yazınız.

? ÖRNEK 33.

$$a+b+c=6$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2}{a \cdot b \cdot c}$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{2}{a \cdot b \cdot c} \Rightarrow ab + ac + bc = 2$$

(bc) (ac) (ab)

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

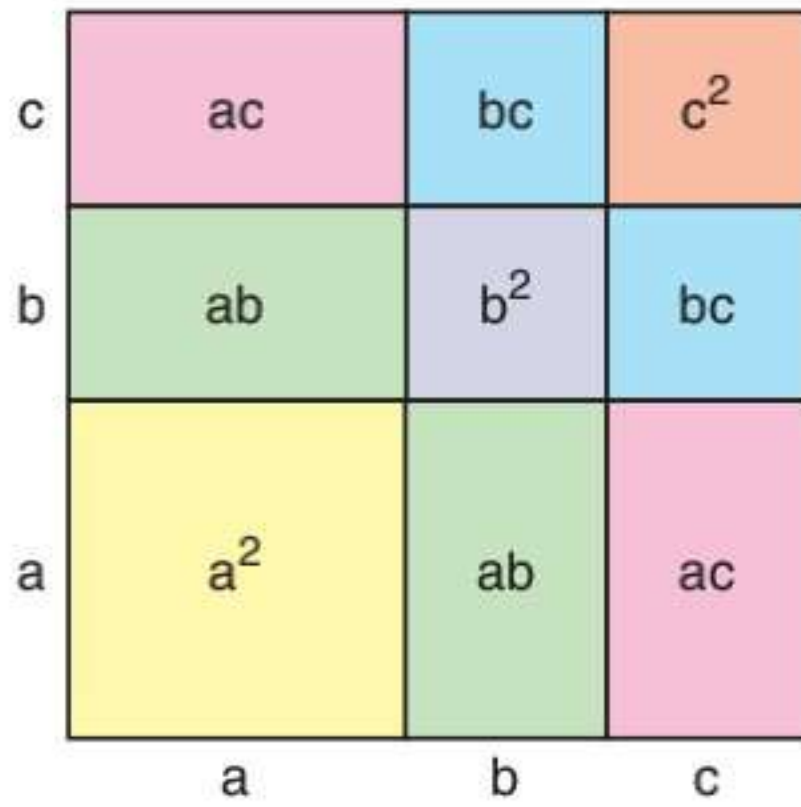
$$a^2 + b^2 + c^2 = 36 - 4 = 32$$



NOT

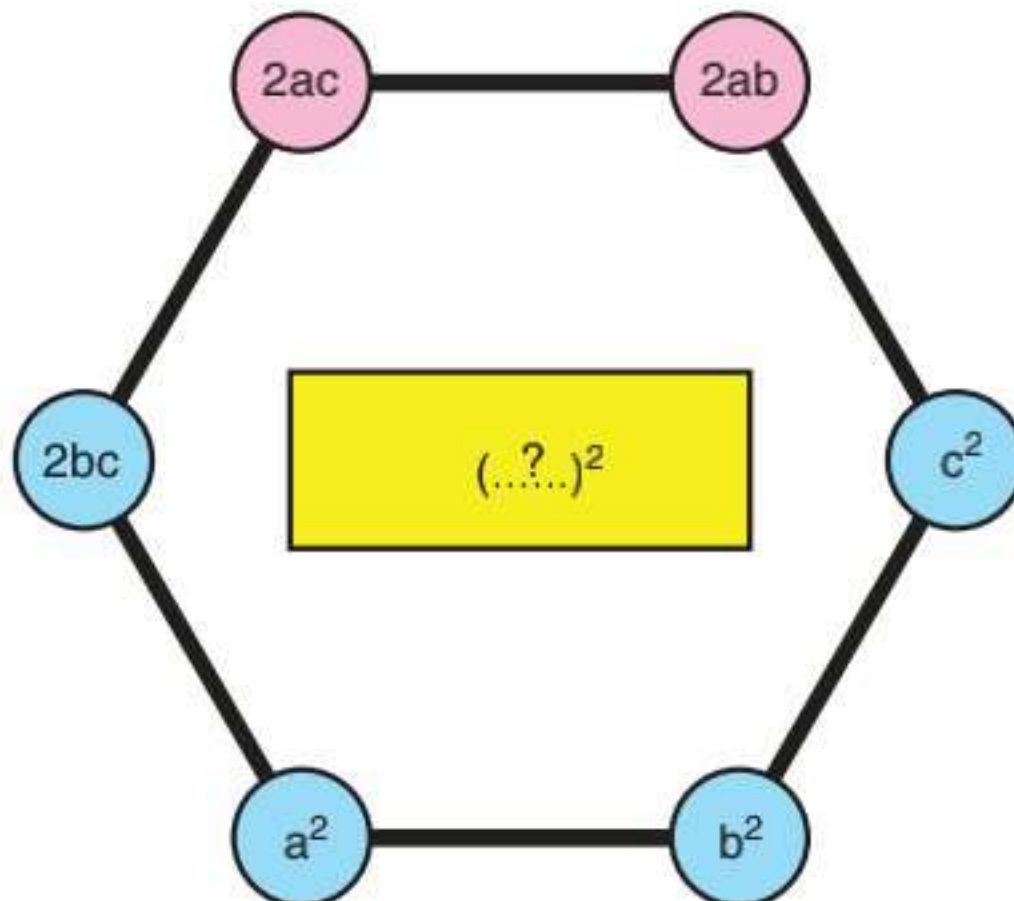
ÜÇ TERİMLİNİN KARESİNİN GEOMETRİK ANLAMI

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$



? ÖRNEK 34.

Aşağıdaki altıgenin her bir köşesine cebirsel ifadeler yazılmıştır.



Altıgenin köşelerine yazılan cebirsel ifadeler toplanacaktır. Maviye boyalı dairelerin içindeki cebirsel ifadeler (+) ile pembe ye boyalı dairelerin içindeki cebirsel ifadeler (-) ile çarpılacaktır.

Buna göre, altıgenin içindeki (?) işareti yerine gelecek ifadeyi bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2bc - 2ab - 2ac$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(bc - ab - ac) = (a - b - c)^2$$

$$? = a - b - c$$



YANINDA BULUNSUN

ÜÇ TERİMLİ İFADELERİN ÇARPANLARINA AYRILMASI

$$(x + m) \cdot (x + n) = x^2 + ax + b$$

eşitliğin sağlanması için $a = m + n$ ve $b = m \cdot n$ eşitliklerinin sağlanması gerekir.

$$\bullet x^2 + 6x + 5 = (x + 5) \cdot (x + 1)$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad +5 \\ x \quad +1 \end{array}$$

$$\bullet x^2 + 2x - 8 = (x + 4) \cdot (x - 2)$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad +4 \\ x \quad -2 \end{array}$$

$$\bullet x^2 - 3x - 10 = (x - 5) \cdot (x + 2)$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -5 \\ x \quad +2 \end{array}$$

$$\bullet x^2 - 7x + 12 = (x - 4) \cdot (x - 3)$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -4 \\ x \quad -3 \end{array}$$



YANINDA BULUNSUN

$a \neq 0$ olmak üzere,

$m \cdot n = a$ ve $p \cdot q = c$ için,

$$ax^2 + bx + c = (mx + p) \cdot (nx + q)$$

$$\begin{array}{r} mx \quad p \\ nx \quad q \\ \hline mxq + nxp = bx \end{array}$$

(Çapraz çarpıp topladığımızda ortadaki sayıyı buluruz.)

$$\bullet \quad 2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1) \cdot (x + 3)$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad -1 \\ x \quad 3 \end{array}$$

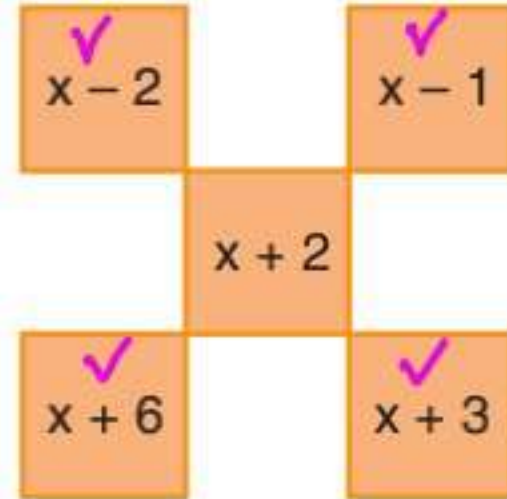
$$\bullet \quad 3x^2 - 5x - 2 = (3x + 1) \cdot (x - 2)$$

$$\begin{array}{r} 3x \quad 1 \\ x \quad -2 \end{array}$$



ÖRNEK 35.

Aşağıdaki sistemden $x^2 + x - 6$ ve $x^2 + 5x - 6$ ifadelerinin çarpanları silinecektir.



Buna göre, sistemde kalacak çarpan hangisidir?



ÇÖZÜM

$$x^2 + x - 6 = (x + 3) \cdot (x - 2)$$

$$x^2 + 5x - 6 = (x + 6) \cdot (x - 1)$$

Kalacak olan çarpan $x + 2$



ÖRNEK 36.

m pozitif bir tam sayıdır.

$$x^2 - mx - 18$$

İfadesi çarpanlarına ayrılabilmesine göre, m 'nin alacağı değerler toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$x^2 - mx - 18$$

$$-18 = -2 \cdot 9, 2 \cdot -9, 6 \cdot -3, -6 \cdot 3$$

$$1 \cdot -18, -1 \cdot 18$$

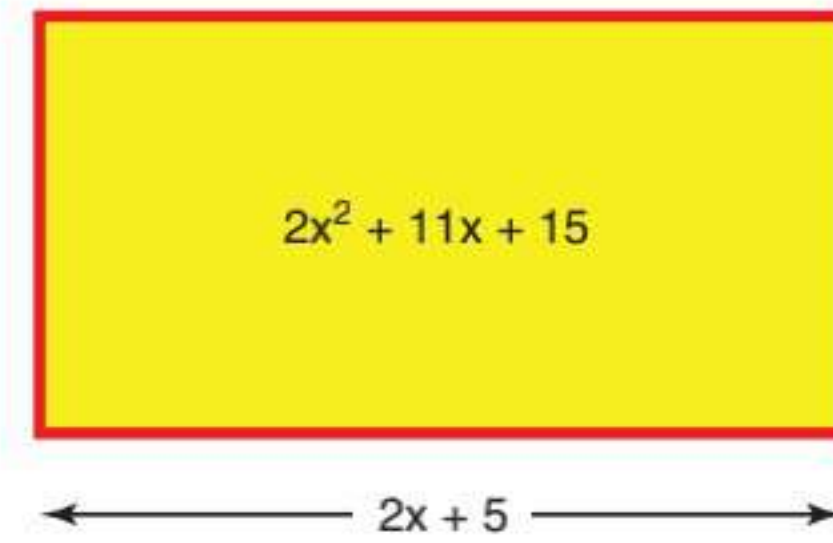
$$7, -7, 3, -3, -17, 17$$

$$7 + 3 + 17 = 27$$



ÖRNEK 37.

Aşağıda, bir dikdörtgen verilmiştir.



Sarıya boyalı bölgenin alanı $2x^2 + 11x + 15$ birimkare ve dikdörtgenin bir kenarı $2x + 5$ birim ise diğer kenarı kaç birimdir?



ÇÖZÜM

$$2x^2 + 11x + 15 = (2x + 5) \cdot (x + 3)$$

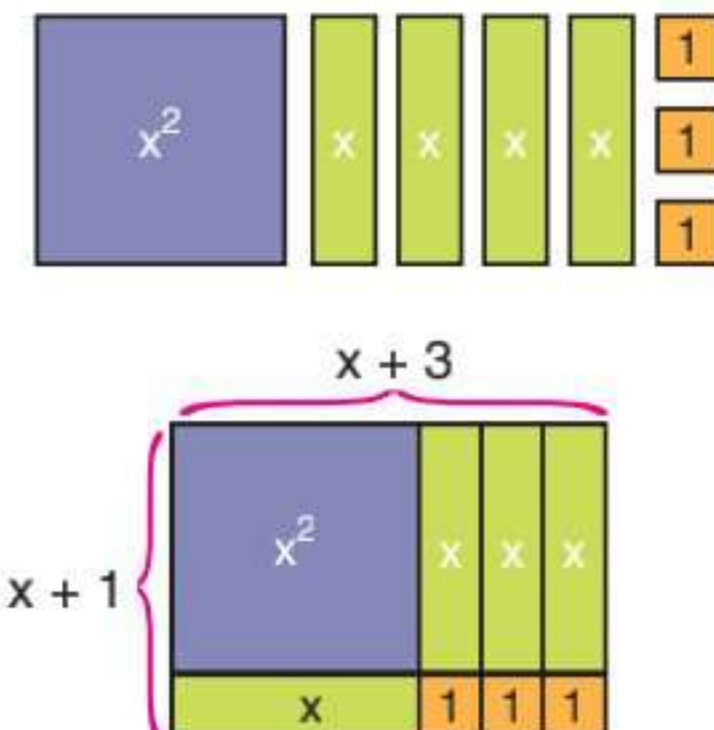
$$\begin{array}{r} 2x \quad 5 \\ x \quad 3 \end{array}$$

Diğer kenar $(x + 3)$ birim



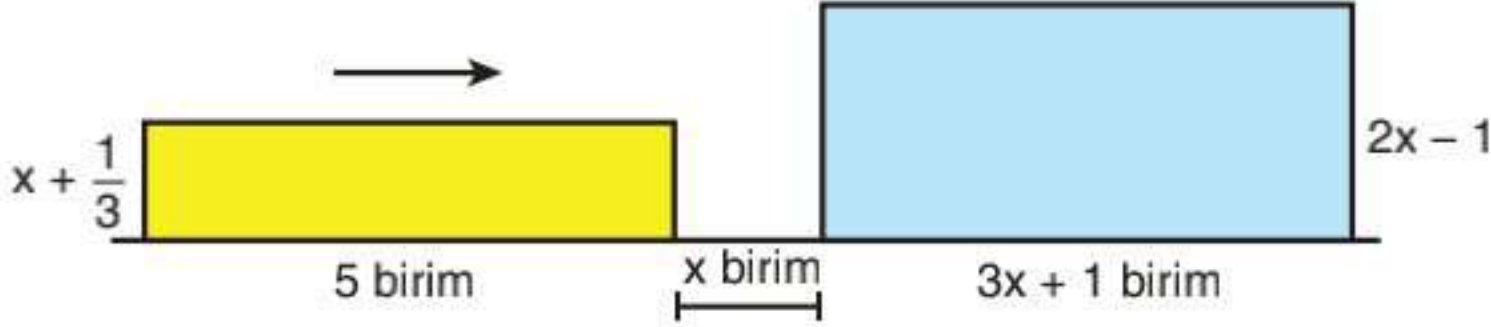
NOT

Üç terimli ifadelerin çarpanlarına ayrılmasını geometrik olarak aşağıdaki örnekte inceleyiniz.

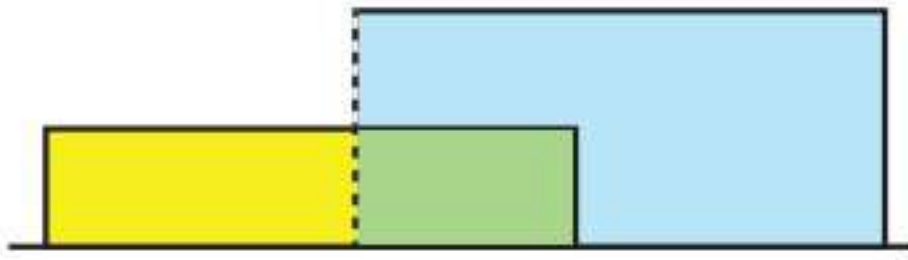


ÖRNEK 38.

Aşağıda dikdörtgen şeklinde biri sarı diğeri mavi renkte olan iki şeffaf kağıt görseli verilmiştir. Sarı ve mavi renkler üst üste geldiğinde yeşil renk meydana gelmektedir.



Sarı renkli karton ok yönünde $x + 3$ birim sağa kaydırılınca aşağıdaki görüntü oluşmuştur.



Buna göre, son durumdaki mavi renkli bölgenin alanını veren cebirsel ifadeyi çarpanlara ayırınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 & (2x-1) \cdot (3x+1) - 3 \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) \\
 & 6x^2 - x - 1 - 3x - 1 \\
 & 6x^2 - 4x - 2 = (3x+1) \cdot (2x-2) \\
 & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 & \quad \quad \quad 3x \quad \quad +1 \\
 & \quad \quad \quad 2x \quad \quad -2 \\
 & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & \quad \quad \quad = (6x+2) \cdot (x-1)
 \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ İLE ÇARPANLARA AYIRMA

Bir polinomda benzer terimlerin yeni bir değişkenle adlandırılıp daha sade bir hale getirildikten sonra çarpanlara ayrılması işlemine "Değişken Değiştirme Yöntemi ile Çarpanlarına Ayrılması" denir.



NOT

$x^4 + x^2 - 20$ ifadesini ele alalım.

$x^4 + x^2 - 20$ ifadesini $(x^2)^2 + x^2 - 20$ şeklinde düzenleyip $x^2 = t$ denilirse ifade $t^2 + t - 20$ olur.

$$t^2 + t - 20 = (t - 4) \cdot (t + 5)$$

t yerine şimdi x^2 yazılırsa,

$$(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 5)$$

$$= (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 5)$$

şeklinde çarpanlara ayrılmış olur.



ÖRNEK 39.

$$(x^2 - x)^2 - 18 \cdot (x^2 - x) + 72$$

ifadesini çarpanlarına ayırınız.



ÇÖZÜM

$$x^2 - x = a$$

$$a^2 - 18a + 72 = (a - 6) \cdot (a - 12)$$

$$(x^2 - x - 6) \cdot (x^2 - x - 12)$$

$$(x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 4) \cdot (x + 3)$$



ÖRNEK 40.

$$\sqrt{2019 \cdot 2025 + 9}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?



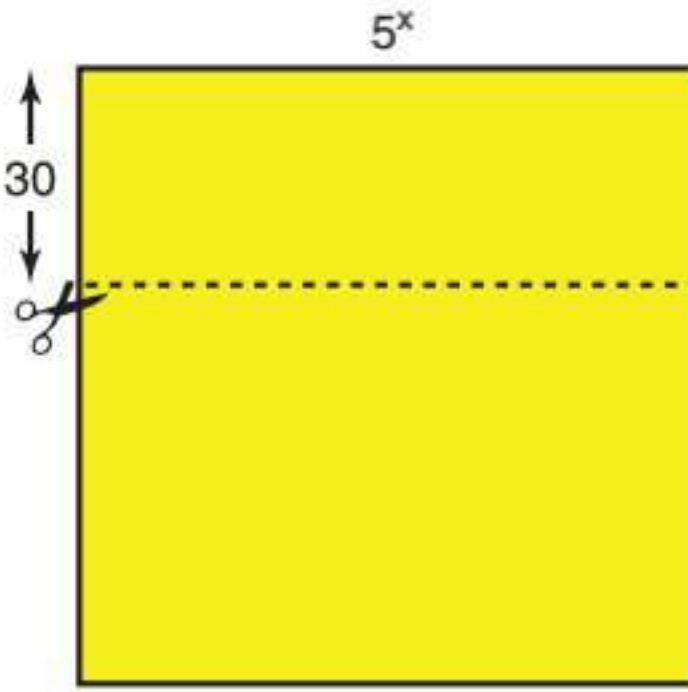
ÇÖZÜM

$$2019 = a \text{ olsun.}$$

$$\sqrt{a \cdot (a + 6) + 9} = \sqrt{a^2 + 6a + 9}$$

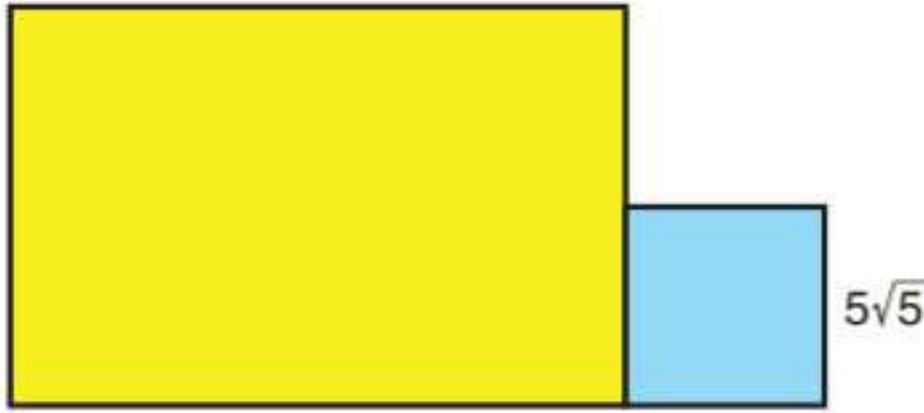
$$\sqrt{(a + 3)^2} = a + 3 = 2022$$

ÖRNEK 41.



Yanda bir kenarı 5^x birim olan kare şeklinde sarı renkli bir karton verilmiştir.

Kartonun kenarından 30 birimlik kısmı kenarlara paralel olacak şekilde kesilip atılıyor.



Daha sonra kalan kartonun yanına bir kenarı $5\sqrt{5}$ birim olan mavi renkli kare şeklinde bir karton konuluyor.

Buna göre, son durumda oluşan şeklin alanını ifade eden cebirsel ifadeyi çarpanlarına ayırınız.

ÇÖZÜM

$$(5^x)^2 - 30 \cdot 5^x + (5\sqrt{5})^2 \quad 5^x = a$$

$$a^2 - 30a + 125 = (a-25) \cdot (a-5)$$

$$= (5^x - 25) \cdot (5^x - 5)$$



YANINDA BULUNSUN

İKİ TERİMİN KÜPLERİNİN TOPLAMI VE FARKININ ÖZELLİĞİ

İki Küp Toplamı

$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \rightarrow$ Sadeleştirme sorularında daha sık kullanılır.

$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab \cdot (a + b) \rightarrow$ Değer bulma sorularında daha sık kullanılır.

İki Küp Farkı

$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \rightarrow$ Sadeleştirme sorularında daha sık kullanılır.

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab \cdot (a - b) \rightarrow$ Değer bulma sorularında daha sık kullanılır.

ÖRNEK 42.

$$\text{I. } a^3 + 1 = a^3 + 1^3$$

$$\text{III. } a^3 + 27 = a^3 + 3^3$$

$$\text{V. } 8a^3 + 1 = (2a)^3 + 1^3$$

$$\text{II. } a^3 - 1 = a^3 - 1^3$$

$$\text{IV. } a^3 - 64 = a^3 - 4^3$$

$$\text{VI. } 27a^3 + 125 = (3a)^3 + 5^3$$

ifadelerini iki küp toplamı ve iki küp farkı yardımıyla özdeşliklerini yazalım.

ÇÖZÜM

$$\text{I. } (a+1) \cdot (a^2 - a + 1) \quad \text{V. } (2a+1) \cdot (4a^2 - 2a + 1)$$

$$\text{II. } (a-1) \cdot (a^2 + a + 1) \quad \text{VI. } (3a+5) \cdot (9a^2 - 15a + 25)$$

$$\text{III. } (a+3) \cdot (a^2 - 3a + 9) \quad \text{IV. } (a-4) \cdot (a^2 + 4a + 16)$$

ÖRNEK 43.

$$a + b = 4$$

$$a \cdot b = 3$$

olduğuna göre, $a^3 + b^3$ toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab \cdot (a+b)$$

$$= 4^3 - 3 \cdot 3 \cdot 4$$

$$= 28$$

ÖRNEK 44.

$$a + \frac{1}{a} = 2$$

olduğuna göre, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ toplamının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= 2^3 - 3 \cdot 2$$

$$= 2$$

$$41. (5^x - 5) \cdot (5^x - 25)$$

$$42. \text{I. } (a+1) \cdot (a^2 - a + 1)$$

$$\text{II. } (a-1) \cdot (a^2 + a + 1)$$

$$\text{III. } (a+3) \cdot (a^2 - 3a + 9)$$

$$\text{IV. } (a-4) \cdot (a^2 + 4a + 16)$$

$$\text{V. } (2a+1) \cdot (4a^2 - 2a + 1)$$

$$\text{VI. } (3a+5) \cdot (9a^2 - 15a + 25)$$

$$43. 28 \quad 44. 2$$

? ÖRNEK 45.

$$\frac{2021^3 + 2020^3}{2021 + 2020^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2020 = x, 2021 = x+1$$

$$\begin{aligned} \frac{(x+1)^3 + x^3}{x^2 + x + 1} &= \frac{(2x+1) \cdot ((x+1)^2 - (x+1) \cdot x + x^2)}{x^2 + x + 1} \\ &= \frac{(2x+1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= 2x+1 \\ &\quad \downarrow \\ &\quad 2020 \\ &= 4041 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 46.

$$x = a + 4 \text{ ve}$$

$$(x + 2)^2 = b - 20$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, x^3 ün a ve b türünden bir eşitinin $a \cdot (b - 8) + 64$ olduğunu gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$x - 4 = a$$

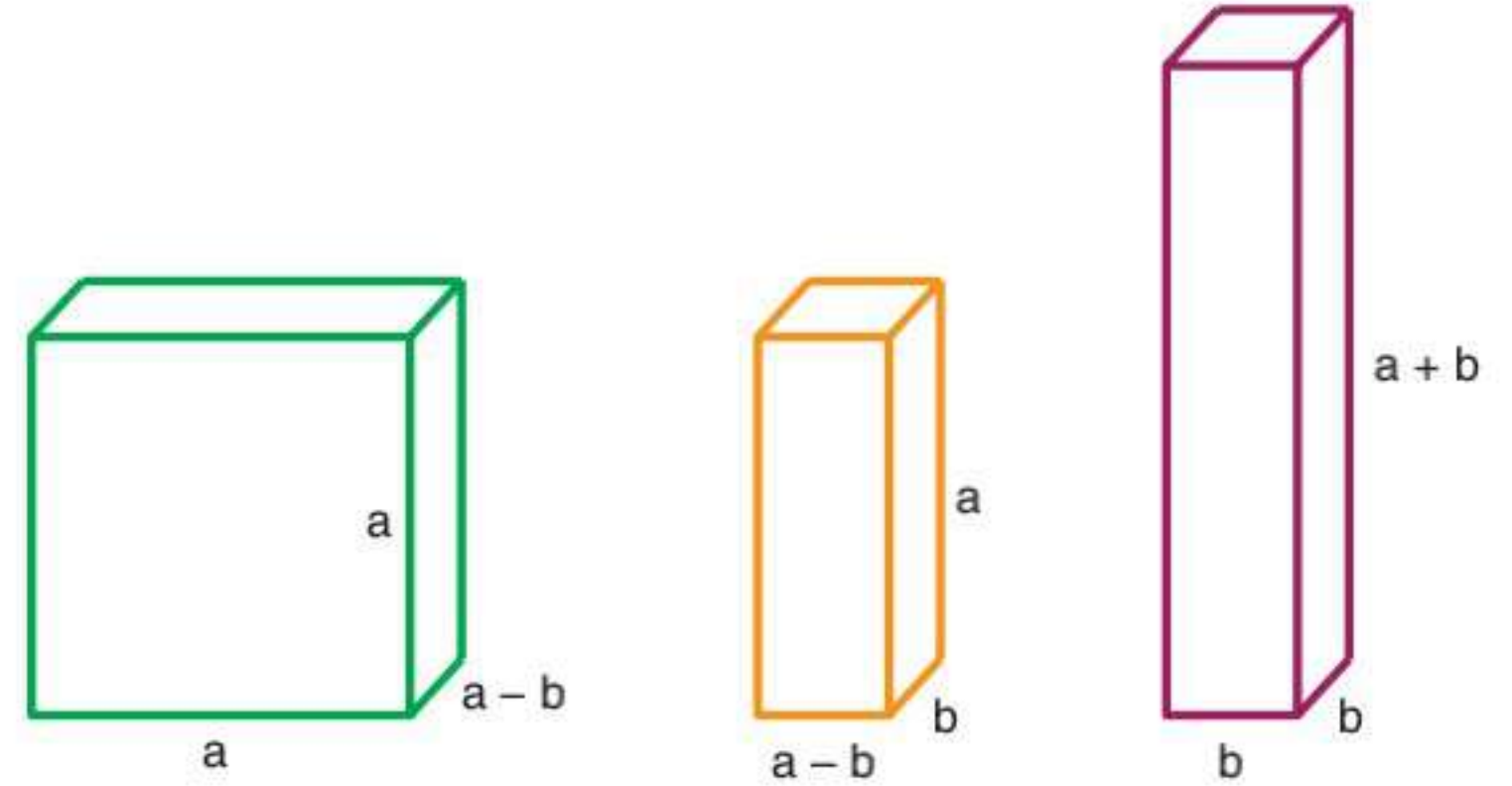
$$x^2 + 4x + 16 = b - 8$$

$$x^3 - 64 = a \cdot (b - 8)$$

$$x^3 = a \cdot (b - 8) + 64$$

? ÖRNEK 47.

Aşağıda iki dikdörtgen ve bir kare prizma görseli verilmiştir.

Bu prizmaların hacimleri toplamını a ve b cinsinden bulunuz.

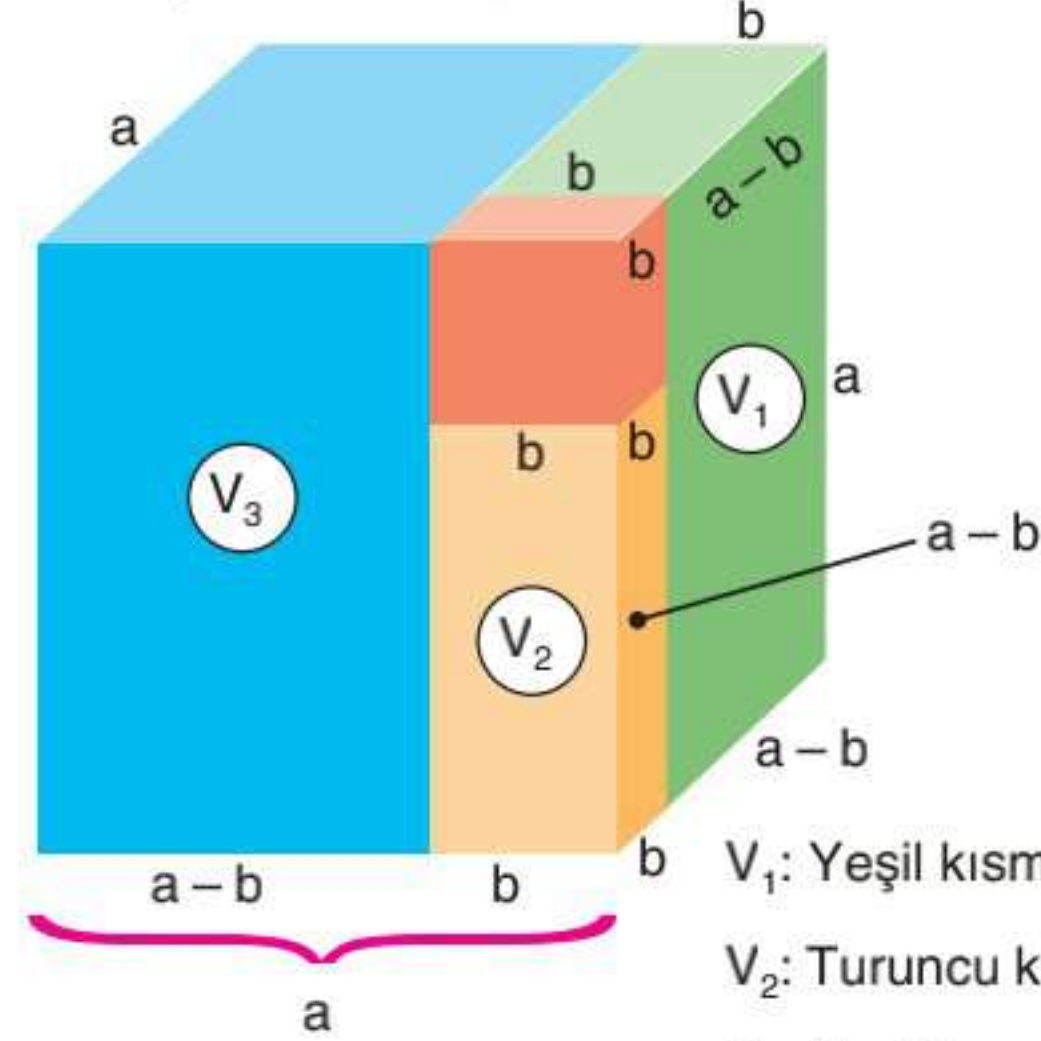
✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} &a \cdot (a-b) \cdot a + (a-b) \cdot b \cdot a + b \cdot b \cdot (a+b) \\ &a^3 - a^2b + ab^2 - b^2a + b^2a + b^3 \\ &a^3 + b^3 \end{aligned}$$



NOT

İKİ KÜP FARKININ GEOMETRİK ANLAMI

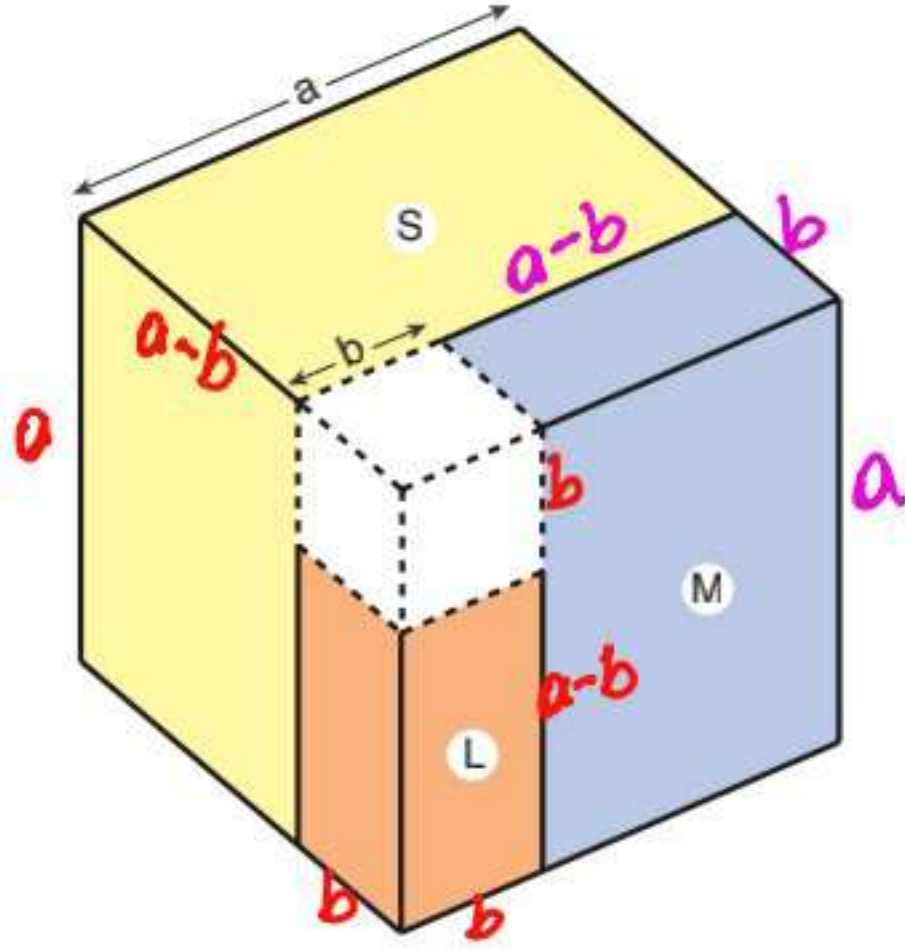
Büyük küpün hacmi: a^3 Küçük kırmızı küpün hacmi: b^3 tür. V_1 : Yeşil kısmın hacmi V_2 : Turuncu kısmın hacmi V_3 : Mavi kısmın hacmi

$$a^3 - b^3 = V_1 + V_2 + V_3$$

$$a^3 - b^3 = b \cdot (a-b) \cdot a + b^2 \cdot (a-b) + (a-b) \cdot a^2$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \text{ olur.}$$

? ÖRNEK 48.



Yukarıda bir kenarı a br olan bir küpten bir kenarı b br olan bir küp çıkarıldığında oluşan cisim verilmiştir.

Buna göre,

- Oluşan cismin hacmi $(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ dir.
- S ve L cisimlerinin hacimleri toplamı $(a - b) \cdot (a^2 + b^2)$ dir.
- M cisminin hacmi $a \cdot b \cdot (a - b)$ dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{I. } a^3 - b^3 &= (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \\ \text{II. } a^2 \cdot (a - b) + b^2 \cdot (a - b) &= (a - b) \cdot (a^2 + b^2) \\ \text{III. } a \cdot b \cdot (a - b) & \\ \text{I, II ve III} &\text{ doğrudur.} \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

İKİ TERİMİN TOPLAMININ VE FARKININ KÜPÜ ÖZDEŞLİĞİ

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

şeklinde.

? ÖRNEK 49.

- $(a + 1)^3$
- $(a + \sqrt[3]{3})^3$
- $(a - 4)^3$
- $(2a - 5)^3$

İfadelerinin açılımını yapalım.

✓ ÇÖZÜM

$$(a + 1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

$$(a + \sqrt[3]{3})^3 = a^3 + 3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot a^2 + 3a \cdot \sqrt[3]{9} + 3$$

$$(a - 4)^3 = a^3 - 12a^2 + 48a - 64$$

$$(2a - 5)^3 = 8a^3 - 60a^2 + 150a - 125$$

? ÖRNEK 50.

$$a^3 + 3ab^2 = -63 \text{ ve}$$

$$-3a^2b + b^3 = 62$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\bullet a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = -63 + 62$$

$$(a + b)^3 = -1 \Rightarrow a + b = -1$$

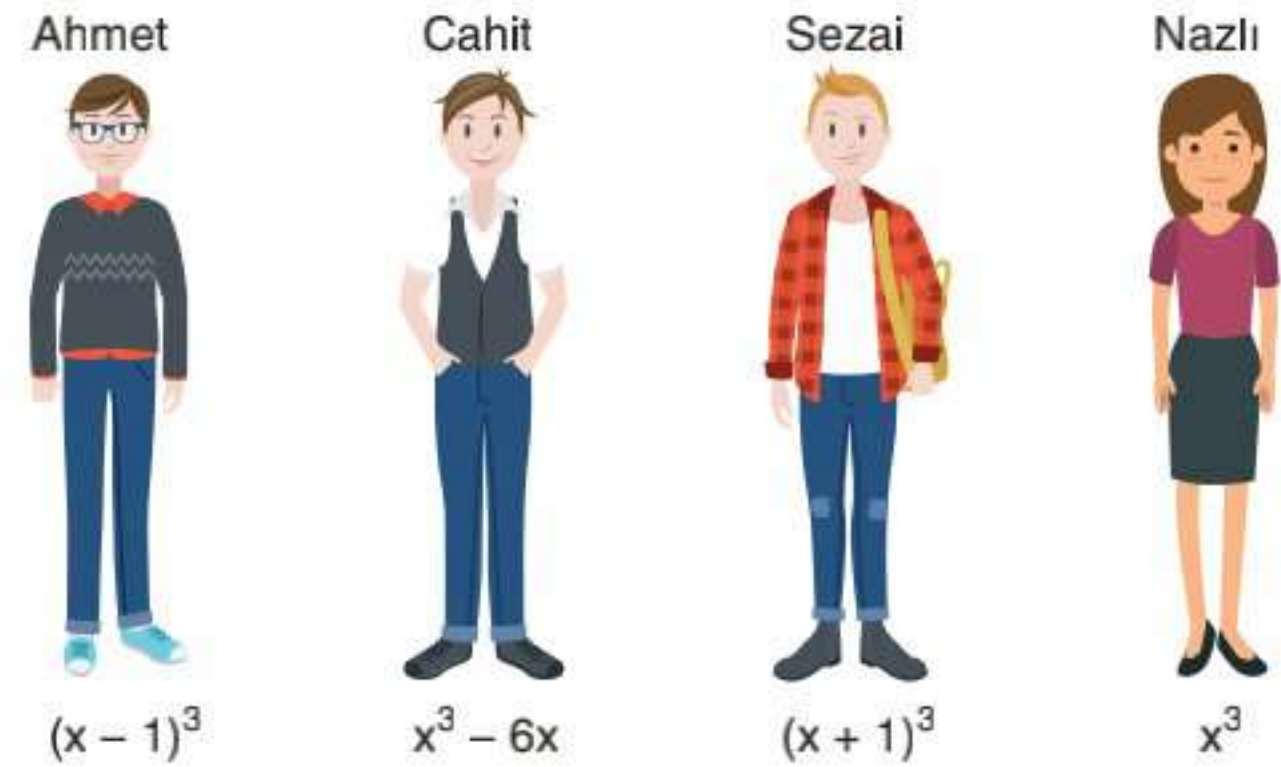
$$\bullet a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = -125$$

$$(a - b)^3 = (-5)^3 \Rightarrow a - b = -5$$

$$a = -3, b = 2 \text{ ise } a \cdot b = -3 \cdot 2 = -6$$

? ÖRNEK 51.

Aşağıda dört kardeşin boyları cm cinsinden verilmiştir.



Ahmet, Cahit ve Sezai'nin boyları toplamı 405 cm'dir.

Buna göre, Nazlı'nın boyu kaç cm'dir?

48. I, II ve III

49. I. $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$

II. $a^3 + 3a^2 \cdot \sqrt[3]{3} + 3a \cdot \sqrt[3]{9} + 3$

III. $a^3 - 12a^2 + 48a - 64$

IV. $8a^3 - 60a^2 + 150a - 125$

50. -6 51. 135 cm

✓ ÇÖZÜM

$$(x-1)^3 + (x^3-6x) + (x+1)^3 = 405$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + x^3 - 6x + x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 405$$

$$3x^3 = 405$$

$$x^3 = 135$$

Nazlı 135 cm dir.

? ÖRNEK 52.

$x = \sqrt[3]{2} - 1$ olduğuna göre,

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

ifadesinin değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x+1 = \sqrt[3]{2}$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x+1)^3$$

$$= (\sqrt[3]{2})^3$$

$$= 2$$

? ÖRNEK 53.

$$(2a+1)^3 - 3(2a+1)^2 + 3(2a+1) = 65 - 1$$

olduğuna göre, a sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$(2a+1-1)^3 = 64$$

$$8a^3 = 64$$

$$a^3 = 8$$

$$a = 2$$



YANINDA BULUNSUN

İKİ KÜP TOPLAMI VE TAM KÜP ARASINDAKİ BAĞINTI

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b) \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 54.

$$27a^3 - b^3 = x$$

$$-9/ \quad 3a^2b - ab^2 = y$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $(3a-b)^3$ ifadesinin x ve y türünden eşitini bulunuz.

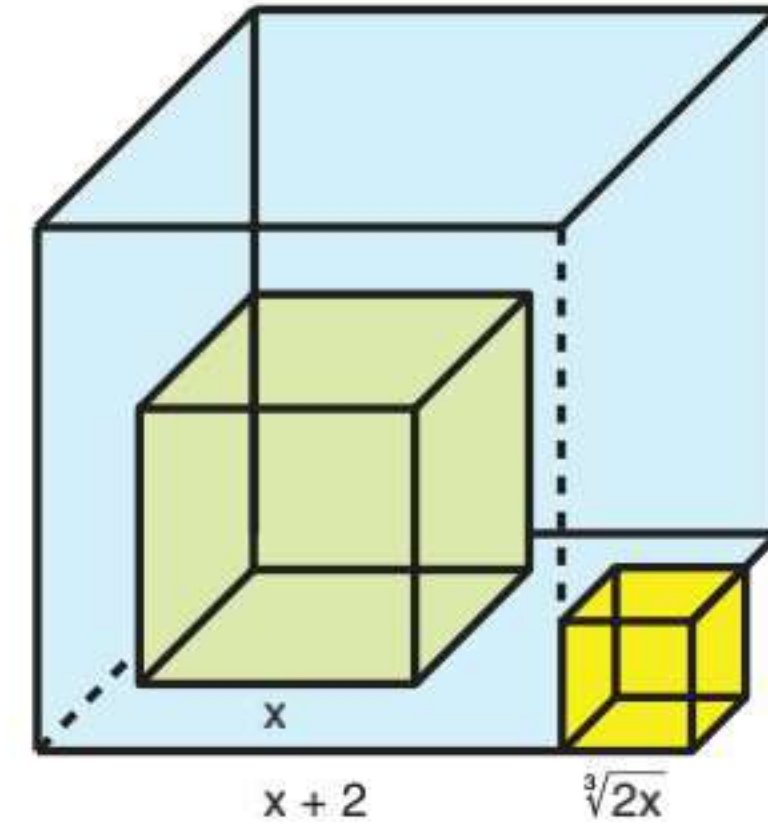
✓ ÇÖZÜM

$$(3a-b)^3 = 27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$$

$$= x - 9y$$

? ÖRNEK 55.

Aşağıda birer ayrıtları $\sqrt[3]{2x}$, $x+2$ ve x birim olan üç tane küp görseli verilmiştir.



Buna göre, maviye ve sarıya boyalı bölgelerin hacimleri toplamını veren cebirsel ifadeyi çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM

$$(x+2)^3 + (\sqrt[3]{2x})^3 - x^3$$

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 + 2x - x^3$$

$$6x^2 + 14x + 8 = 2(3x^2 + 7x + 4)$$

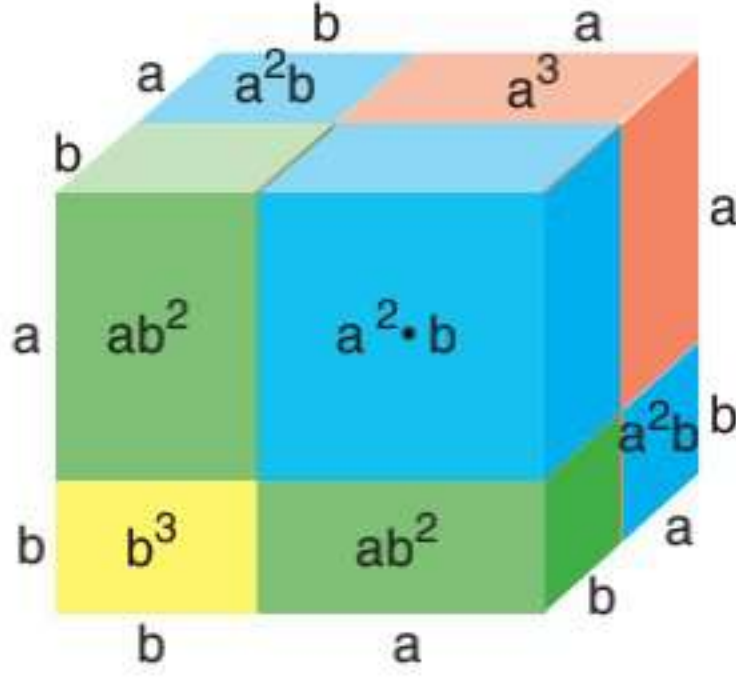
$$= 2 \cdot (3x+4) \cdot (x+1)$$



YANINDA BULUNSUN

İKİ SAYININ TOPLAMININ KÜPÜNÜN
GEOMETRİK ANLAMI

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



ÖRNEK 56.

$$98^3 + 6 \cdot 98^2 + 12 \cdot 98 + 8$$

işleminin sonucu kaç basamaklıdır?



ÇÖZÜM

$$98^3 + 3 \cdot 2 \cdot 98^2 + 3 \cdot 98 \cdot 2^2 + 2^3$$

$$(98 + 2)^3 = 100^3 = 10^6$$

$$6 + 1 = 7 \text{ basamaklı}$$



YANINDA BULUNSUN

RASYONEL İFADELERİN SADELEŞTİRİLMESİ

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom ve $Q(x) \neq 0$ olmak üzere,

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki ifadelere "Rasyonel İfadeler" denir.

Rasyonel ifadelere önce pay ve paydadaki ifadeler çarpanlarına ayrılır, varsa ortak olan çarpanlar sadeleştirilir.



ÖRNEK 57.

$$\frac{x^2 + 2x - 35}{x^2 - 25}$$

rasyonel ifadesinin en sade halini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\frac{(x+7) \cdot \cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)} \cdot (x+5)} = \frac{x+7}{x+5}$$



ÖRNEK 58.

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2} : \frac{a^2 - ab + b^2}{a - b}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\frac{(a+b) \cdot \cancel{(a^2 - ab + b^2)}}{\cancel{(a-b)} \cdot (a+b)} \cdot \frac{\cancel{a-b}}{\cancel{a^2 - ab + b^2}} = 1$$



ÖRNEK 59.

$$\frac{8x^3 + 27}{4x^2 - 6x + 9} = 17$$

olduğuna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{(2x+3) \cdot \cancel{(4x^2 - 6x + 9)}}{\cancel{4x^2 - 6x + 9}} = 17$$

$$2x+3 = 17 \Rightarrow x = 7$$

ÖRNEK 60.

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 10}{x - \frac{5}{x}} : x$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{x^2(x-2) - 5(x-2)}{\frac{x^2-5}{x}} \cdot \frac{1}{x}$$

$$(x-2) \cdot \cancel{(x^2-5)} \cdot \frac{\cancel{x}}{\cancel{x^2-5}} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} = x-2$$

ÖRNEK 61.

$$\frac{5x^2 + 9x - 2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x-2}{5x^2 - x}$$

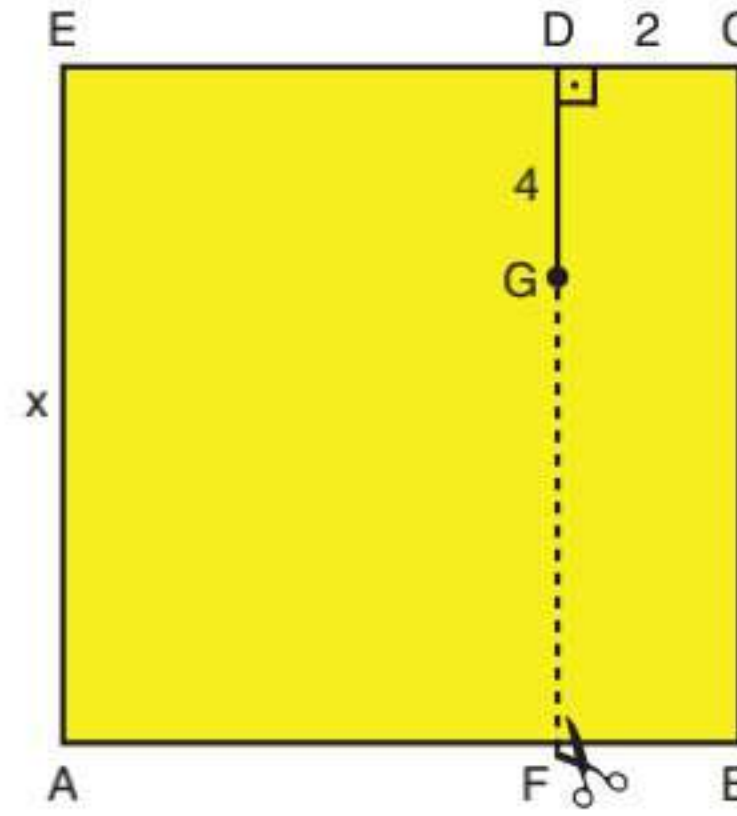
ifadesinin en sade halini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{(5x-1) \cdot \cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{x-2}}{x \cdot \cancel{(5x-1)}} = \frac{1}{x}$$

ÖRNEK 62.

Şekil 1'de verilen ABCE karesi F noktasından G noktasına kadar kesilip Şekil 2'deki gibi katlanmıştır.

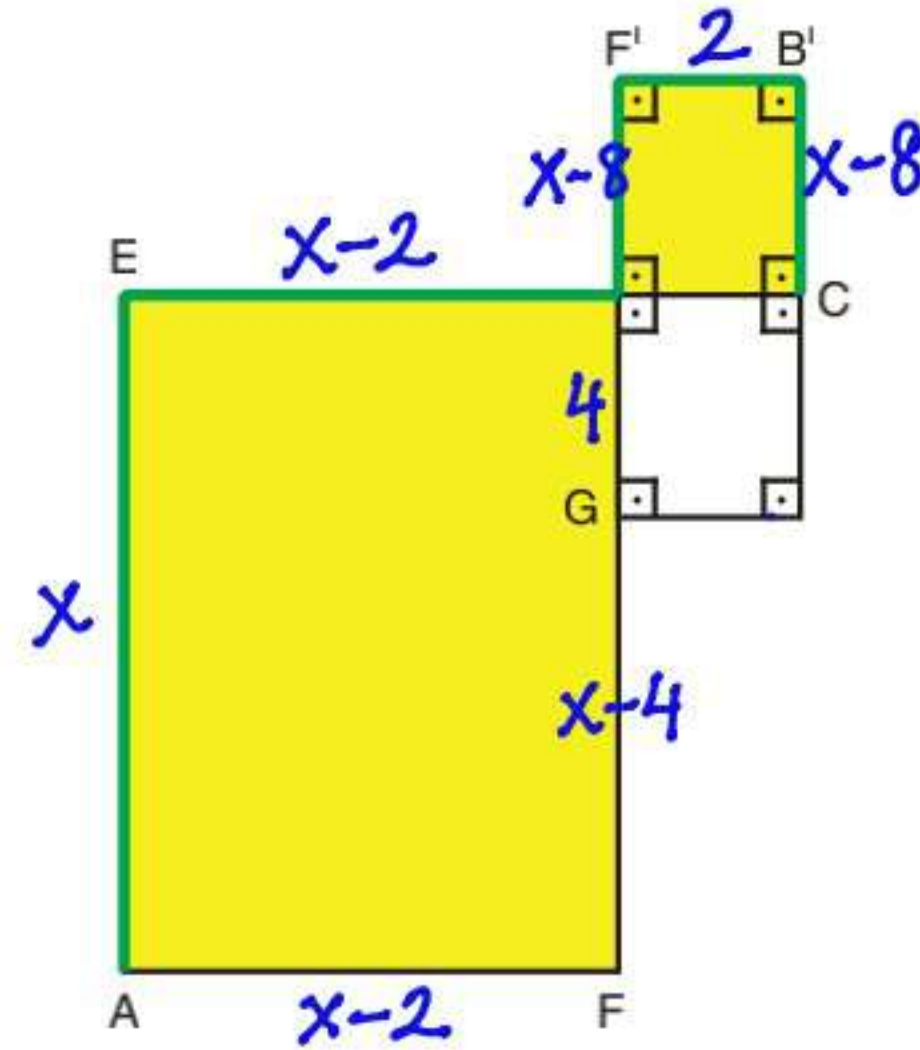


Şekil 1

$$|AE| = x \text{ br}$$

$$|DC| = 2 \text{ br}$$

$$|GD| = 4 \text{ br}$$



Şekil 2

Buna göre, Şekil 2'deki taralı alanlar toplamının yeşile boyalı çizgilerin uzunlukları toplamına oranını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{x \cdot (x-2) + 2 \cdot (x-8)}{4x - 16}$$

$$\frac{x^2 - 16}{4 \cdot (x-4)} = \frac{(x-4) \cdot (x+4)}{4 \cdot (x-4)} = \frac{x+4}{4}$$

? ÖRNEK 63.

Sesin şiddeti "Desibel" cinsinden ölçülür. Sıfır desibel insan kulağının duyabileceği en düşük sestir. Her 10 desibelde bir sesin şiddeti 10 katına çıkar.

Aşağıdaki tabloda desibel ile bazı örnekler verilmiştir.

	Desibel (Ses seviyesi)	Ses Şiddeti
Normal Konuşma	60 db	a $10^6 \cdot x$
Fısıltı	30 db	c $10^3 \cdot x$
Buzdolabı	50 db	d $10^5 \cdot x$

Buna göre, $\frac{a-c}{d-c}$ oranı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{a-c}{d-c} &= \frac{10^6 \cdot x - 10^3 \cdot x}{10^5 \cdot x - 10^3 \cdot x} \\ &= \frac{10^3 \cdot x (10^3 - 1)}{10^3 \cdot x (10^2 - 1)} \\ &= \frac{999}{99} = \frac{111}{11} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 64.

$$\frac{m^2 + 3mx - 2m - 6x}{mx - 2x} = 7$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\frac{m}{x}$ oranı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{m(m+3x) - 2(m+3x)}{x(m-2)} = 7$$

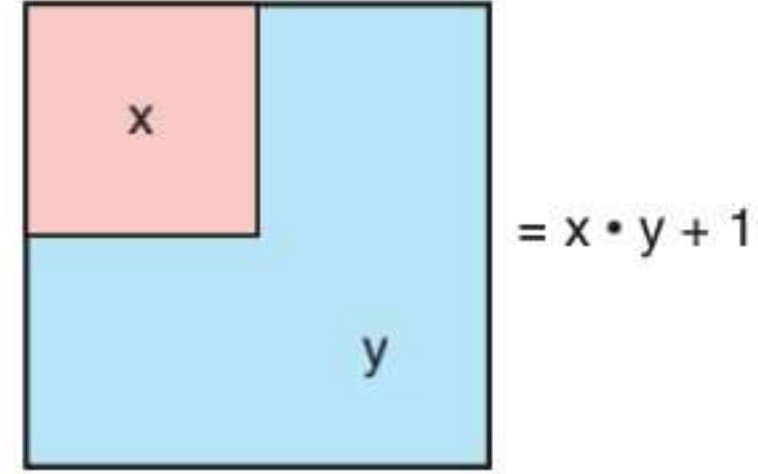
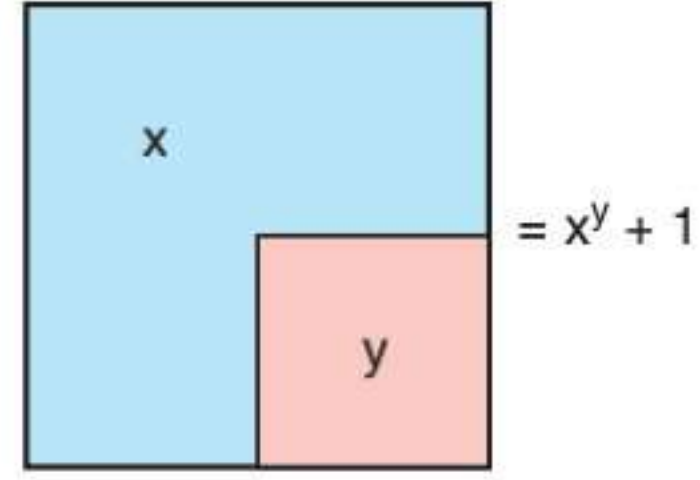
$$\frac{(m+3x) \cdot \cancel{(m-2)}}{x \cdot \cancel{(m-2)}} = 7$$

$$m+3x = 7x \Rightarrow m = 4x$$

$$\frac{m}{x} = 4$$

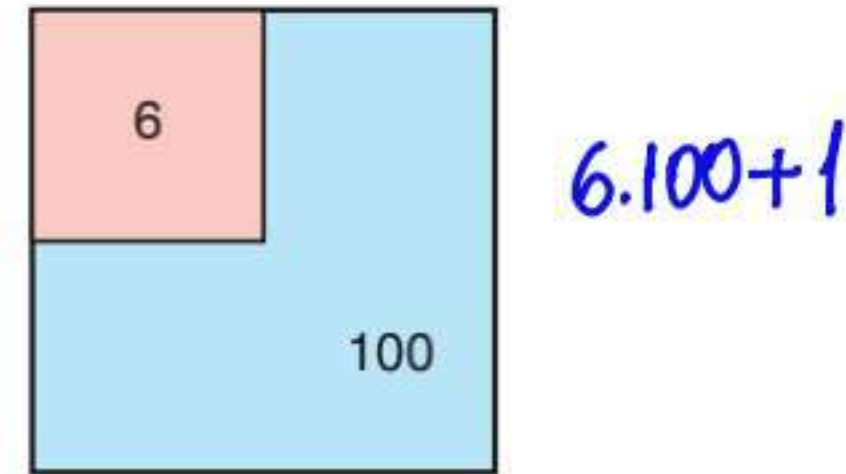
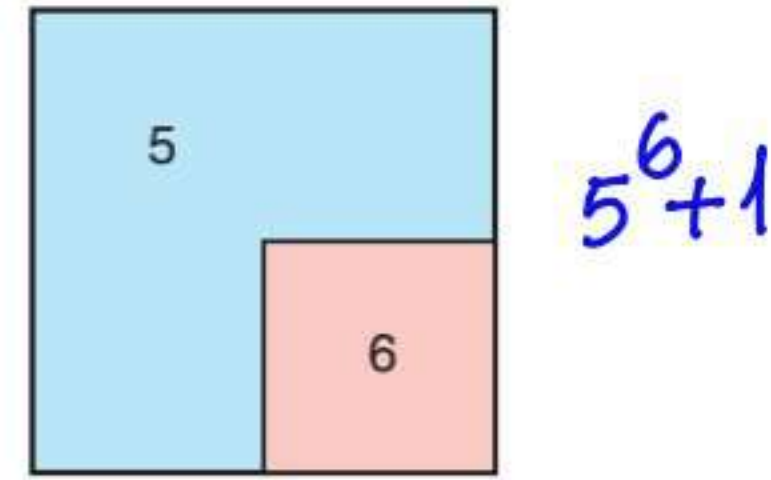
? ÖRNEK 65.

x ve y birer pozitif tam sayıdır.



işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre,

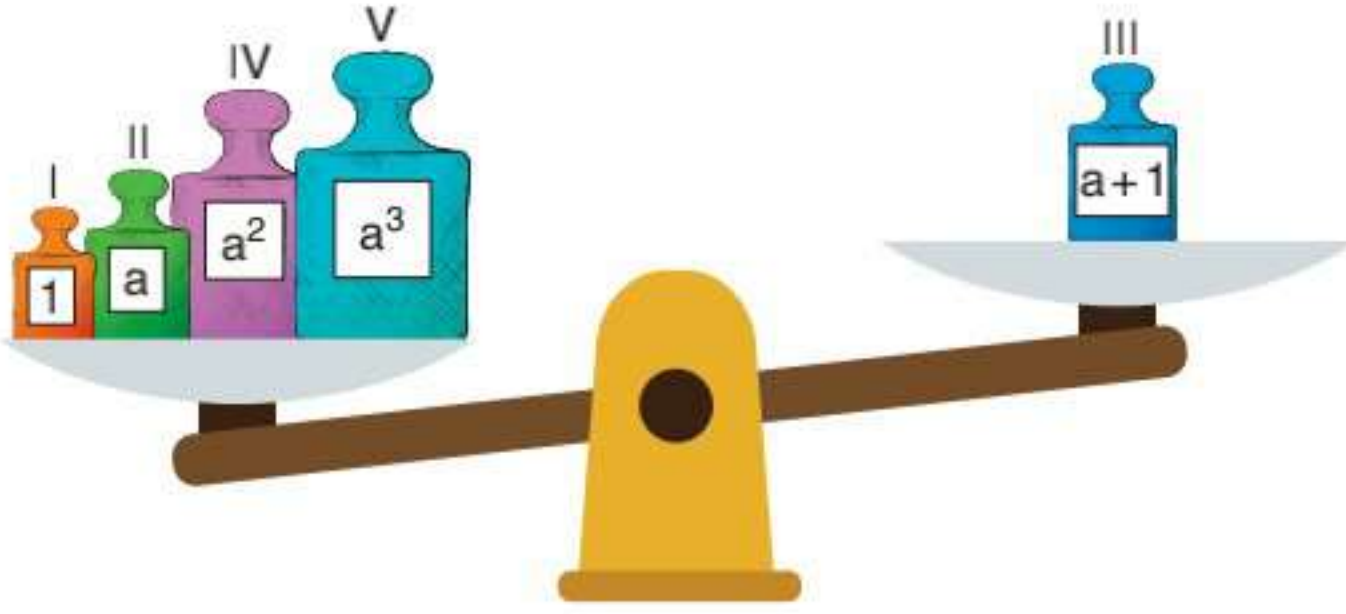


işleminin sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{5^6 + 1}{6 \cdot 100 + 1} &= \frac{(5^2)^3 + 1}{601} \\ \frac{(5^2 + 1) \cdot (5^4 - 5^2 + 1)}{601} &= \frac{26 \cdot \cancel{601}}{\cancel{601}} \\ &= 26 \end{aligned}$$

1. a pozitif bir tam sayı olmak üzere, aşağıda kilogram birimi-ne göre 5 farklı ağırlık verilmiştir.



Bu ağırlıklardan I, II, IV ve V numaralı olanlar terazinin bir kefesine konulmuştur.

Buna göre, terazinin diğer kefesine III numaralı ağırlık-tan kaç tane konulursa terazi dengede kalır?

- A) a B) 1 C) a + 1 ☒ D) a^2 + 1 E) a^2 + a^3

$$\begin{aligned} a^3 + a^2 + a + 1 &= (a+1) \cdot x \\ a^2(a+1) + (a+1) &= (a+1) \cdot x \\ (a+1) \cdot (a^2 + 1) &= (a+1) \cdot x \\ x &= a^2 + 1 \end{aligned}$$

2. $\frac{x^2 - x - 2}{3x^2 - ax - 2}$

kesrinin sadeleştirilmiş biçimi $\frac{x+1}{3x+1}$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 ☒ E) 5

$$\begin{aligned} \frac{(x-2)(x+1)}{3x^2 - ax - 2} &= \frac{x+1}{3x+1} \\ 3x^2 - ax - 2 &= 3x^2 - 5x - 2 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

3. $\frac{a^2 + a^{-1}}{a + a^{-1} - 1}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisine eşit-tir?

- A) a - 1 B) a ☒ C) a + 1 D) -1 E) $\frac{1}{a}$

$$\begin{aligned} \frac{a^{-1} \cdot (a^3 + 1)}{a^{-1} (a^2 + 1 - a)} &= \frac{(a+1) \cdot (a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 \end{aligned}$$

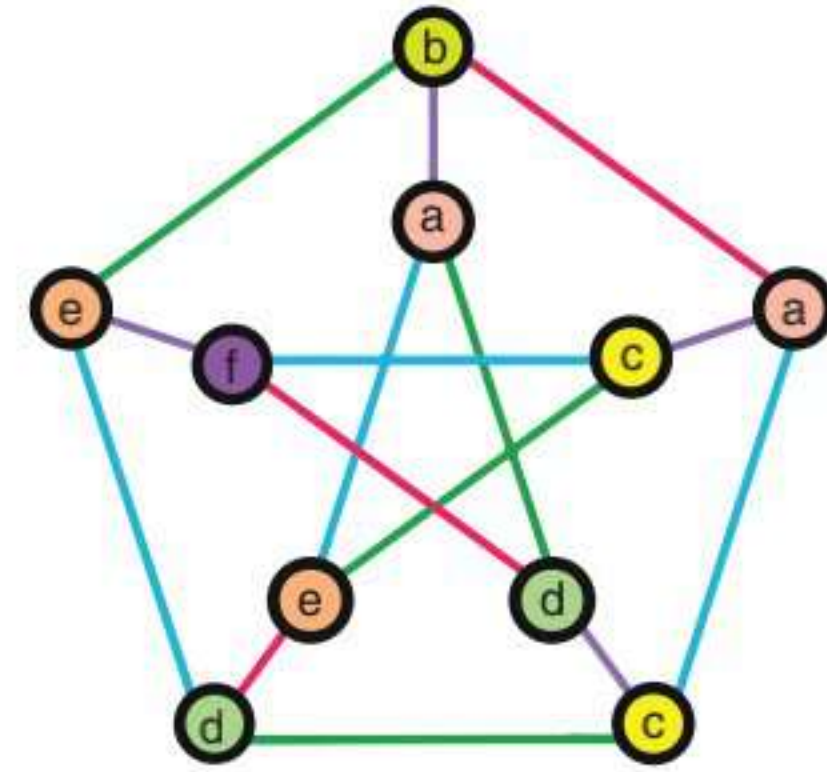
4. $\frac{27a^3 - 1}{9a^2 + 3a + 1} \cdot \frac{9a^2 + 3a}{9a^2 - 1}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3a ☒ B) 3a C) 3a + 1 D) 1 - 3a E) 1

$$\frac{(3a-1)(9a^2+3a+1)}{9a^2+3a+1} \cdot \frac{3a(3a+1)}{(3a-1)(3a+1)} = 3a$$

5. Aşağıda düzgün bir beşgenin köşelerine a, b, c, d, ve e harf-leri yerleştirilmiştir. Düzgün beşgenin içinde oluşturulmuş yıldızın köşelerine de a, c, d, e ve f harfleri yerleştirilmiştir.



Düzgün beşgenin her bir köşesinde yazılı olan harfin kare-sinden aynı doğru üzerinde bulunan yıldızın köşesinde bu-lunan harfin karesi çıkarılıyor. Bu işlem her bir köşe için ya-pılıp, bulunan sonuçlar toplanıyor.

Buna göre, toplamın sonucunun çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (a - f) • (a + f) ☒ B) (b - f) • (b + f)
C) (c - f) • (c + f) D) (d - f) • (d + f)
E) (e - f) • (e + f)

$$\begin{aligned} a^2 - c^2 + c^2 - d^2 + d^2 - e^2 + e^2 - f^2 + b^2 - a^2 \\ b^2 - f^2 &= (b-f) \cdot (b+f) \end{aligned}$$

6. $\frac{x^2 - 10x + 9}{x - \frac{1}{x}} - \frac{10}{x+1}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisine eşit-tir?

- A) 10 - x ☒ B) x - 10 C) x - 9

$$\begin{aligned} x \cdot \frac{(x-9)(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{10}{x+1} &= \frac{x^2 - 9x - 10}{x+1} \\ \frac{(x+1)(x-10)}{x+1} &= x - 10 \end{aligned}$$

Test - I

7. I. $x - 2$
II. $x + 5$
III. $x - 25$

ifadelerinden hangileri $x^4 - 29x^2 + 100$ çarpanlarından biri olabilir?

- A) Yalnız I ☒ B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

$$x^4 - 29x^2 + 100 = (x^2 - 25) \cdot (x^2 - 4)$$

$$x^2 - 25 = (x - 5) \cdot (x + 5)$$

$$x^2 - 4 = (x - 2) \cdot (x + 2)$$

8. $x = \sqrt[3]{5} - 2$ olduğuna göre, $x + 2 = \sqrt[3]{5}$
 $x^3 + 6x^2 + 12x + 10$

ifadesinin değeri kaçtır?

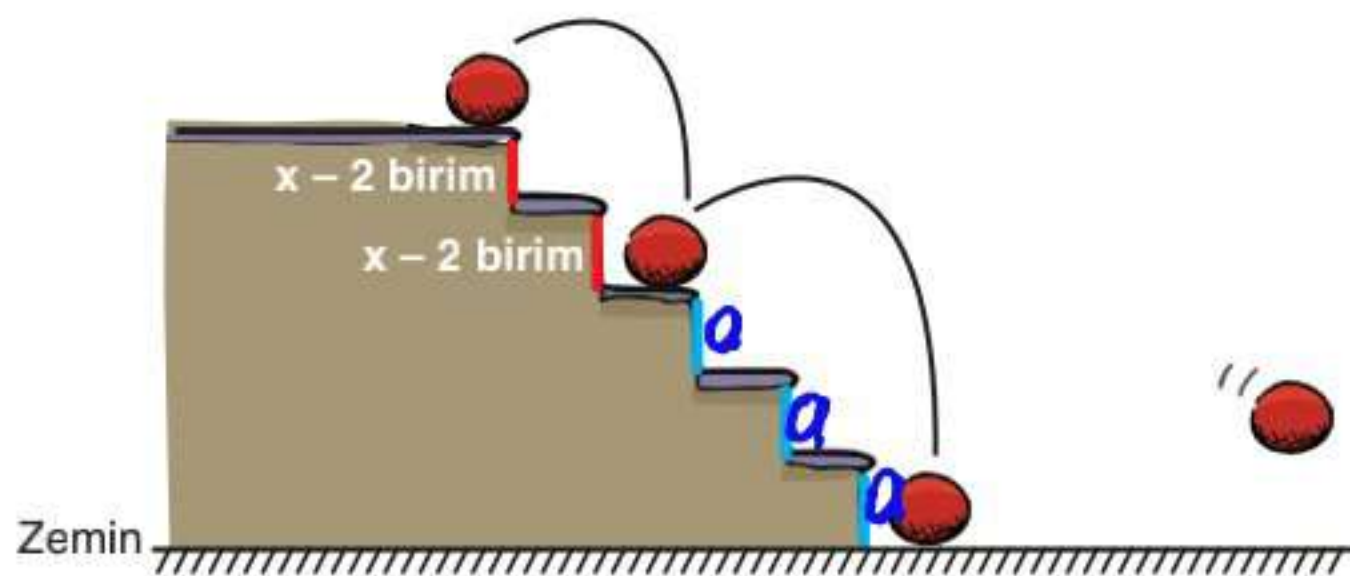
- A) 11 B) 10 C) 8 ☒ D) 7 E) 5

$$(x + 2)^3 + 2 = (\sqrt[3]{5})^3 + 2$$

$$= 5 + 2$$

$$= 7$$

9. Aşağıda bir merdiven ve merdivenin en üstüne konulmuş bir top verilmiştir. Şekildeki aynı renk yükseklik uzunlukları birbirine eşittir.



Top aşağı doğru bırakıldığında önce 2 basamak aşağı çarpıp daha sonra zıplayarak 3 basamak daha aşağı inip zemine ulaşmıştır.

Kırmızı renkli uzunlukların her biri $x - 2$ birim ve topun bırakıldığı yükseklik $3x^2 - x - 10$ birimdir.

Buna göre, mavi renkli bir uzunluk kırmızı renkli bir uzunluğun kaç katıdır?

- A) $x - 2$ B) $x - 1$ C) $3x - 1$
☒ D) $x + 1$ E) $3x + 1$

$$2(x - 2) + 3a = 3x^2 - x - 10$$

$$2(x - 2) + 3a = (3x + 5) \cdot (x - 2) \Rightarrow 0 = (x + 1) \cdot (x - 2)$$

10. Aşağıda, içine x yazılmış olan n kenarlı bir çokgen,

$$\text{Çokgen} = \begin{cases} x^n, & n \text{ tek ise} \\ n \cdot x, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

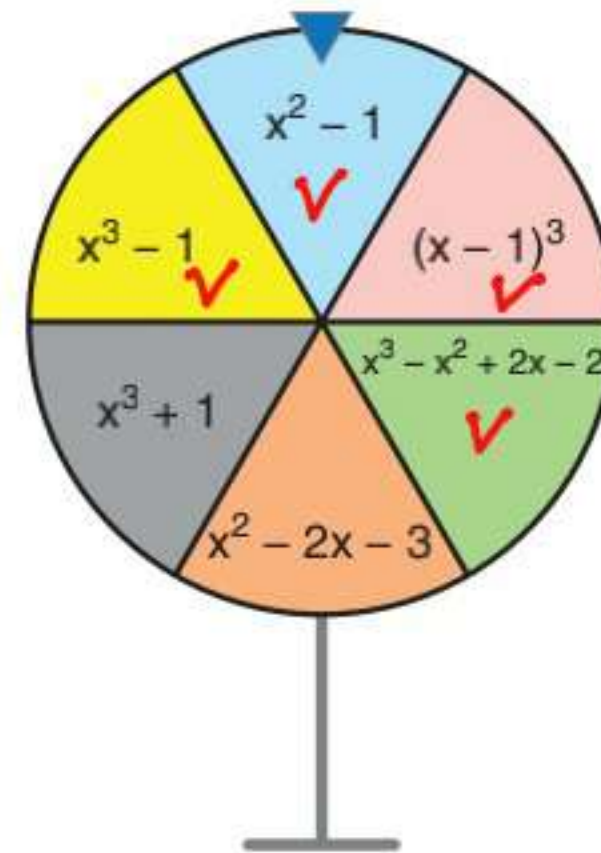
$$\frac{\text{Çokgen} - \text{Çokgen}}{\text{Çokgen}} = \frac{4x^3 - 16x}{4x} = \frac{4x(x^2 - 4)}{4x}$$

$$= x^2 - 4 = (x - 2) \cdot (x + 2)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(x - 1) \cdot (x - 2)$ B) $(x - 2) \cdot (x + 3)$
C) $(x + 2) \cdot (x - 4)$ D) $(x - 3) \cdot (x + 2)$
☒ E) $(x - 2) \cdot (x + 2)$

- 11.



Yandaki çarkın üzerinde 6 tane polinom yazılmıştır.

Çarkın üzerindeki ok, çarkın her çevrilisinde bir polinomu göstermektedir.

Buna göre, çark bir kez çevrildiğinde okun gösterdiği polinomun $x - 1$ ile tam bölünebilme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ ☒ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

12. $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, (x - 1) \Rightarrow x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

olmak üzere, x^5 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $-x$ ☒ D) $-x - 1$ E) $x + 1$

$$x^5 = x^2 \cdot x^3 = x^2 = -x - 1$$

1. D	2. E	3. C	4. B	5. B	6. B
7. B	8. D	9. D	10. E	11. D	12. D

1. a, b ve c birer gerçekte sayıdır.

$$(x + a)^3 - (x + b)^3 = 9x^2 - 63x + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

- A) 105 B) 110 C) 117 D) 124 E) 133

$$\begin{array}{r} x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 \\ - (x^3 + 3bx^2 + 3b^2x + b^3) \\ \hline (3a-3b)x^2 + (3a^2-3b^2)x + a^3-b^3 \end{array}$$

$$a-b=3$$

$$\frac{(a-b) \cdot (a+b)}{3} = -21 \Rightarrow a = -2, b = -5, c = 117$$

$$a+b+c=110$$

2. Sunay saat 12.05'den 12.55'e kadar her 5 dakikada bir saati 12.05, 12.10, ..., 12.55 şeklinde not etmektedir.

Sunay'ın not ettiği dakikalardan biri d'dir.

a ve b tam sayı ve a > b olmak üzere, Sunay $x^2 - 12x + d$ üç terimlisini,

$$(x - a) \cdot (x - b)$$

şeklinde çarpanlarına ayırabiliyorsa, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

(d : Dakika)

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

$$\begin{array}{r} x^2 - 12x + d = x^2 - 12x + 35 \\ \downarrow 35 \\ = (x-7)(x-5) \\ \downarrow 20 \\ = x^2 - 12x + 20 \\ \downarrow 10 \\ = (x-10)(x-2) \\ 7+10=17 \end{array}$$

3. $2a - \frac{1}{a} = 6$

olduğuna göre, $a^2 + \frac{1}{4a^2}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 37 B) 34 C) 13 D) 11 E) 10

$$\left(a - \frac{1}{2a}\right)^2 = (3)^2$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2a} + \frac{1}{4a^2} = 9$$

$$a^2 + \frac{1}{4a^2} = 10$$

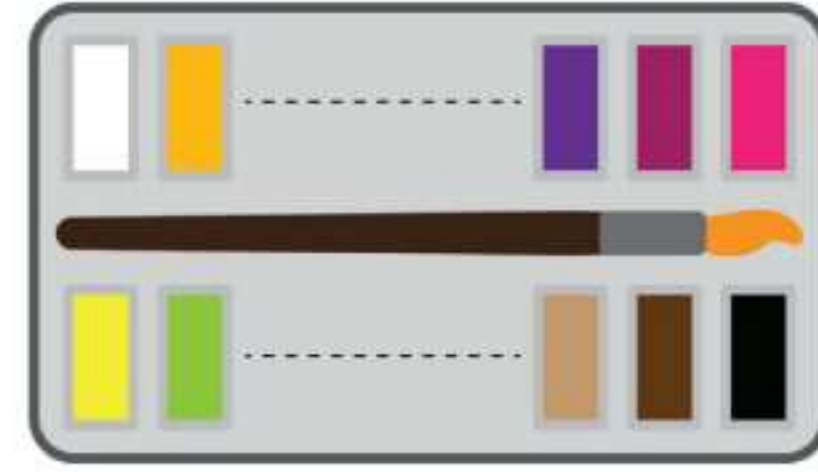
4. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 6} : \left(\frac{4}{x+2} - 1\right)$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 1 C) $\frac{-1}{x-3}$ D) $\frac{1}{x-3}$ E) $\frac{x+2}{x-3}$

$$\frac{(x-3) \cdot (x-2)}{(x-3) \cdot (x+2)} \cdot \frac{x+2}{-x+2} = -1$$

5. Aşağıda verilen sulu boya kutusunun içinde x tane dikdörtgen şeklinde bölme ve her bölmede x mg boya vardır.



Resim defterine sulu boya ile resim yapacak olan Barış önce her renk boyadan 6 mg kullanıyor. Daha sonra pembe renk boyadan 1 mg daha kullanıyor.

Buna göre, son durumda Barış'ın suluboya kutusuna kaç mg boya eklemesi gerekir ki kutudaki boya miktarı tam kare olsun?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\begin{array}{l} x^2 - 6 \cdot (x-1) - 7 + a = y^2 \\ x^2 - 6x - 1 + a = y^2 \\ (x-3)^2 - 10 + a = y^2 \\ a = 10 \end{array}$$

6. x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 29 = 0$$

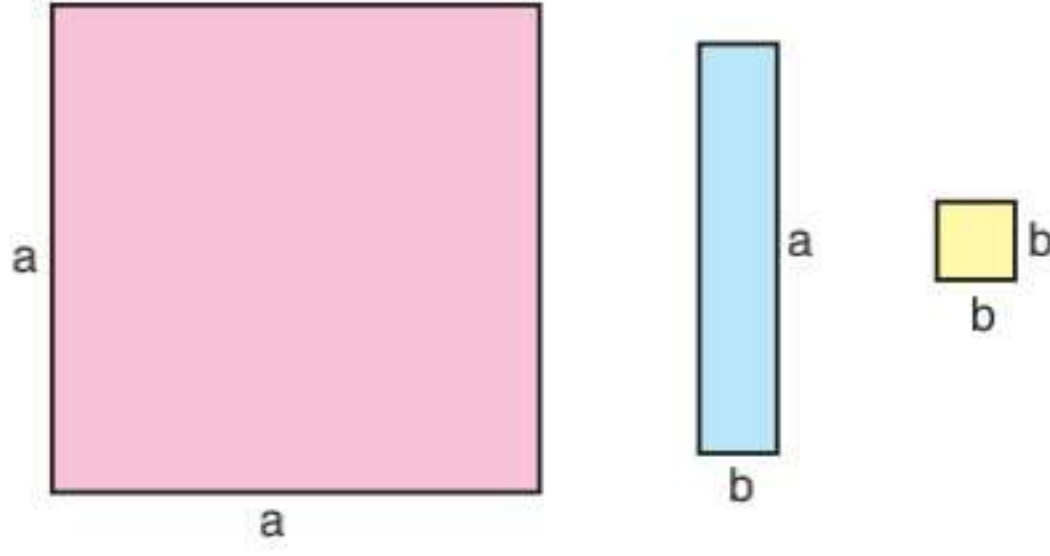
olduğuna göre, 2x + y toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 7 E) 5

$$\begin{array}{l} (x-2)^2 + (y-5)^2 = 0 \\ x=2 \quad y=5 \\ 2x+y=4+5=9 \end{array}$$

Test - 2

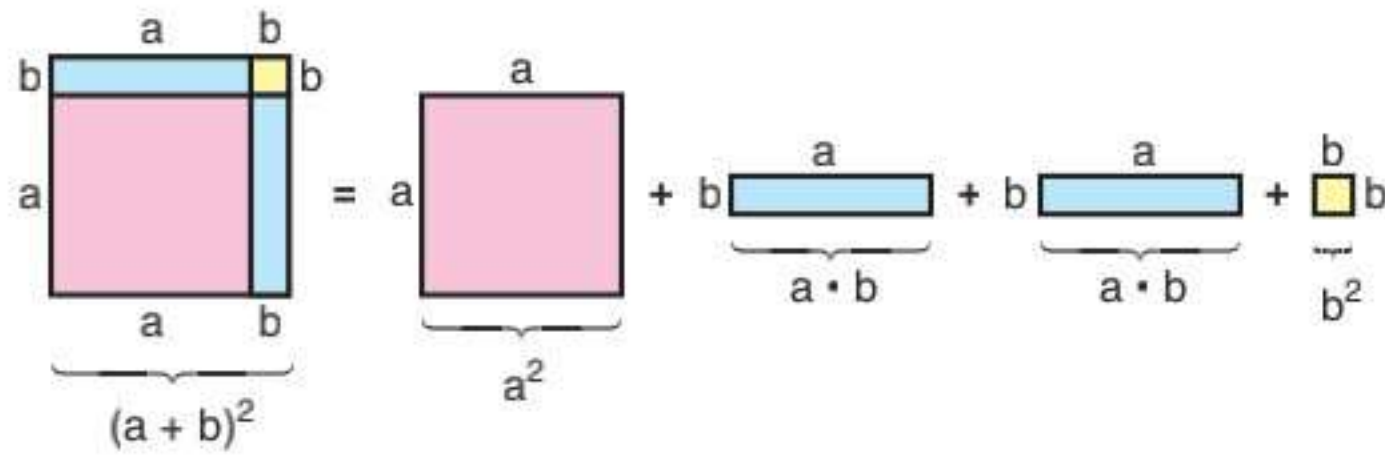
7. Aşağıda verilen kareler ve dikdörtgenle,



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

özdeşliğin modellemesi yapılacaktır.

Özdeşlik yukarıdaki parçalardan 4 tane kullanılarak,



şeklinde modellenmiştir.

Buna göre, $(2a + 3b)^2$ özdeşliğini bu yöntemle göstermek için yukarıda verilen kareler ve dikdörtgenlerden kaç taneye ihtiyaç vardır?

- A) 10 B) 15 C) 20 ☒ D) 25 E) 30

$$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

$$\begin{aligned} a^2 &\rightarrow 4 \text{ tane} \\ a \cdot b &\rightarrow 12 \text{ tane} \\ b^2 &\rightarrow 9 \text{ tane} \end{aligned} \quad 4+12+9=25$$

8. $a + b = 5$ ve

$$a \cdot b = 2$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $(a + 2b) \cdot (2a + b)$ çarpımının sonucu kaçtır?

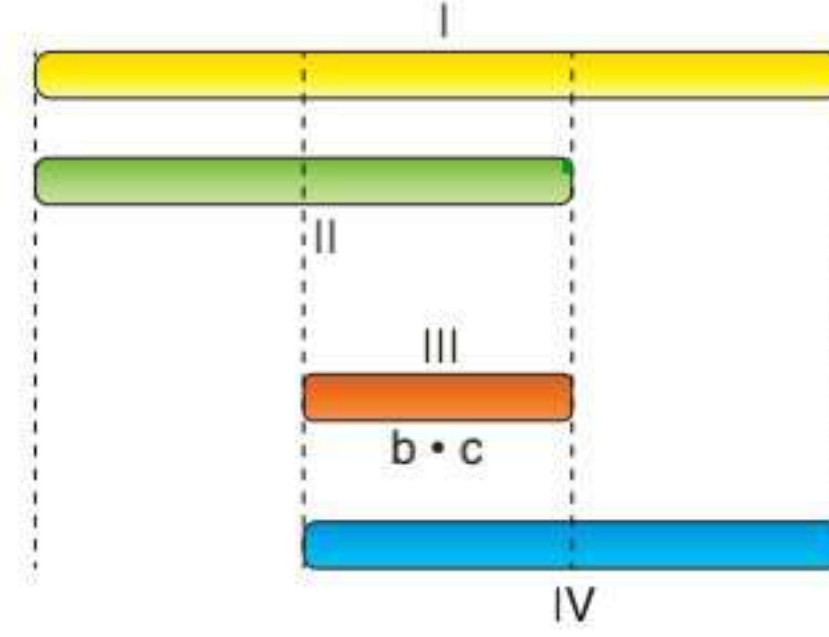
- A) 64 B) 58 C) 56 ☒ D) 52 E) 48

$$(a+b+b) \cdot (a+a+b)$$

$$5a + 25 + ab + 5b$$

$$5 \cdot (a+b) + \underbrace{a \cdot b}_2 + 25 = 52$$

9. Aşağıda I, II, III ve IV numaralı birbirine paralel çubuklar gösterilmiştir.



II ve IV numaralı çubukların uzunlukları toplamı, $a^2 + 2ac + ab + 3bc$ birim ve III numaralı çubuğun uzunluğu $b \cdot c$ birimdir.

Buna göre, I numaralı çubuğun uzunluğunun çarpanlarına ayrılmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

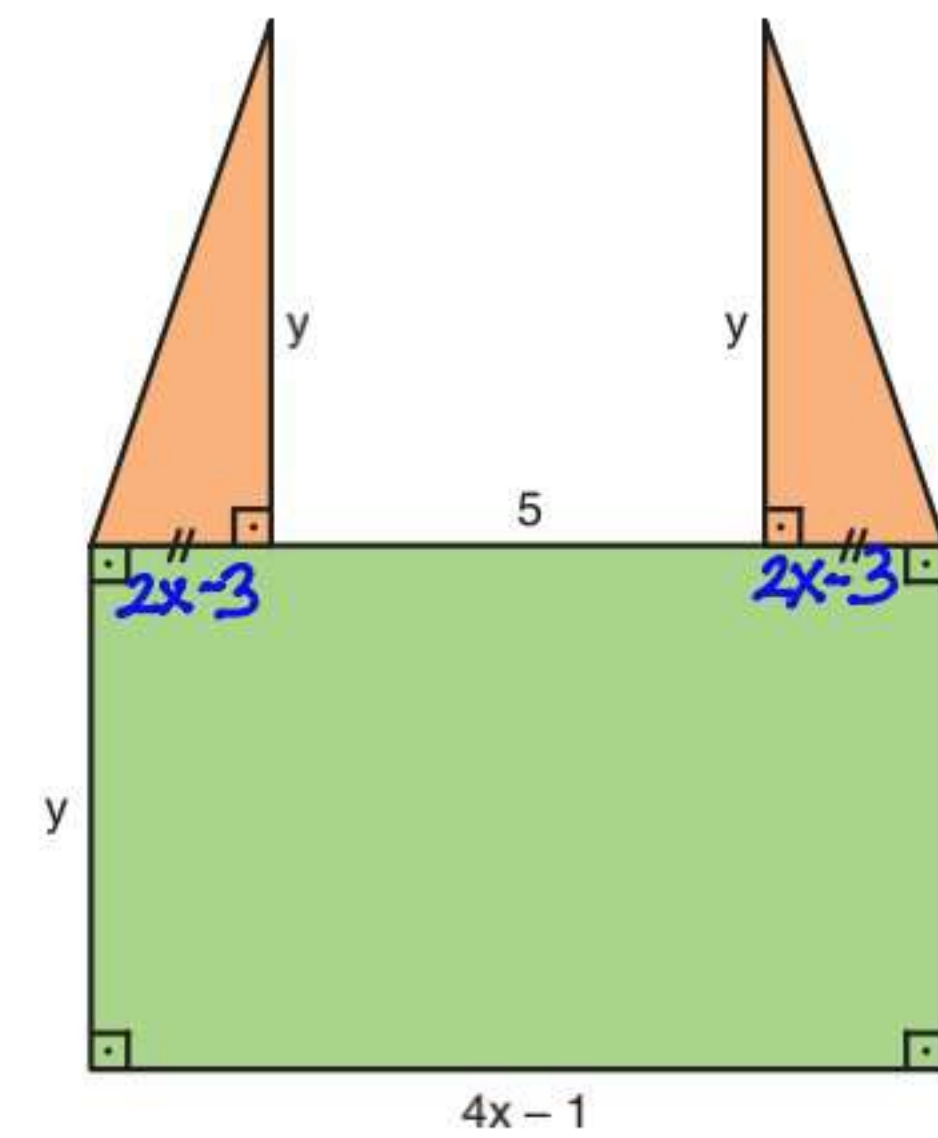
- ☒ A) $(a + 2c) \cdot (a + b)$ B) $(a + c) \cdot (a + 2b)$
C) $(a + 3c) \cdot (a + b)$ D) $(a + 2b) \cdot (b + c)$
E) $(a + 3b) \cdot (b + c)$

$$a^2 + 2ac + ab + 3bc - bc$$

$$a^2 + 2ac + ab + 2bc$$

$$a(a+b) + 2c(a+b) = (a+b) \cdot (a+2c)$$

10. Aşağıda bir dikdörtgen ve iki dik üçgenden oluşmuş bir görsel verilmiştir.



Buna göre, taralı alanlar toplamının cebirsel yazılımının çarpanlara ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- ☒ A) $y \cdot (6x - 4)$ B) $y \cdot (4x - 5)$ C) $y \cdot (4x - 6)$
D) $y \cdot (6x - 5)$ E) $y \cdot (8x - 3)$

$$\begin{aligned} &2 \cdot \frac{y \cdot (2x-3)}{2} + y \cdot (4x-1) \\ &2xy - 3y + 4xy - y = 6xy - 4y \\ &= 2y(3x-2) \end{aligned}$$

11. $x = 24$ ve $y = 0,125$ için,

$$\left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{y-x}{x+y} \right) : \frac{6}{x^2-y^2}$$

işleminin sonucu kaçtır?

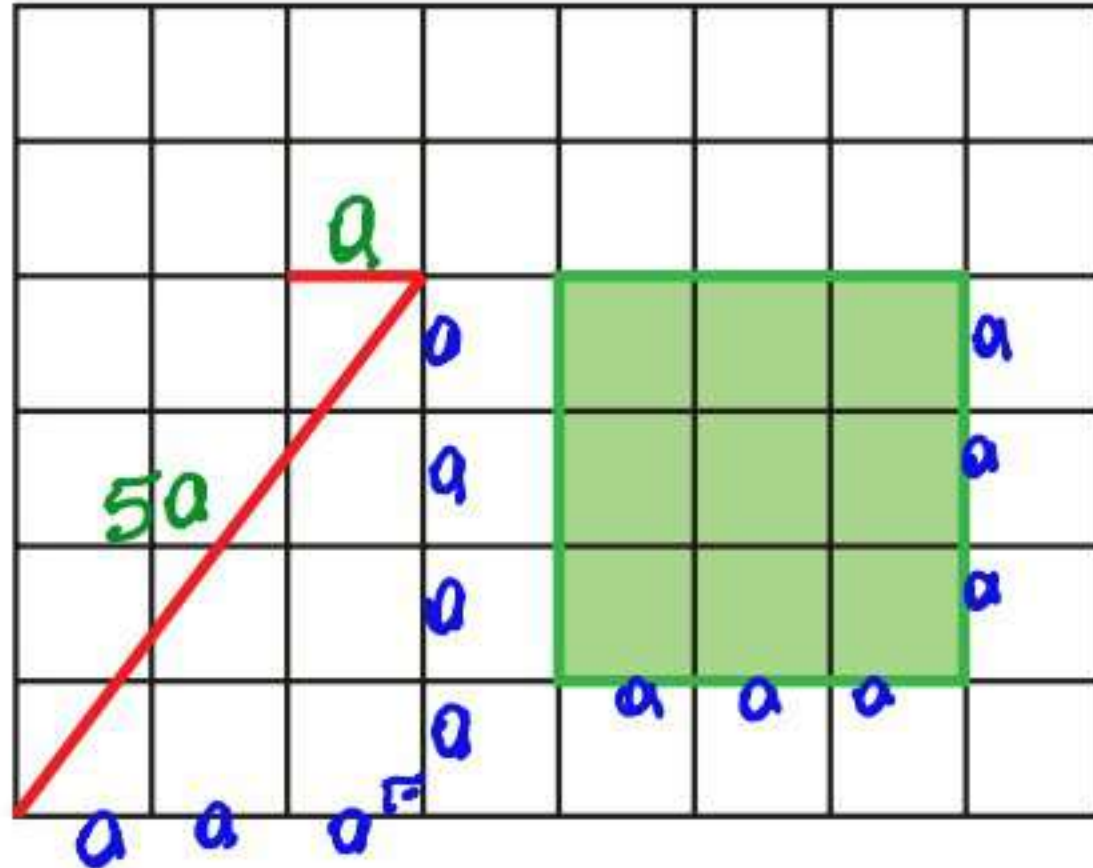
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\frac{(x+y)^2 - (y-x)^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{6}$$

$$2y \cdot 2x \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot x \cdot y$$

$$\frac{2}{3} \cdot 24 \cdot \frac{125}{100} = 2$$

12. Eş kareli zeminde çizilen kırmızı renkli şeklin uzunluğu $4x - 6$ birimdir.



Buna göre, şekildeki yeşile boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $(2x-3)^2$ B) $(4x-6)^2$ C) $(3x-2)^2$
D) $(x-6)^2$ E) $(4x-3)^2$

$$6a = 4x - 6 \quad (3a)^2 = ?$$

$$3a = 2x - 3$$

$$(3a)^2 = (2x-3)^2$$

13. $mx + n$ ifadesinin çarpanı $x + 3$ ve $mx^2 + nx + k$ ifadesinin çarpanlarından biri $x + 2$ dir.

Buna göre,

- I. $k - n = m$
II. $m + n = 2k$
III. $k = 2m$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3 \quad -3m+n=0 \quad n=3m$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \quad 4m-2n+k=0 \quad k=2m$$

$$m+n = m+3m = 4m$$

$$m+n = 2k$$

14. $x^2 - x = 3$ ve $x - \frac{3}{x} = 1$
 $y + \frac{1}{y} = 4$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$$x^2 + \frac{9}{x^2} + y^2 + \frac{1}{y^2}$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 13 C) 19 D) 21 E) 28

$$\left(x - \frac{3}{x}\right)^2 = (-1)^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{9}{x^2} = 7$$

$$\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = (4)^2 \Rightarrow y^2 + 2 \cdot y \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} = 16$$

$$y^2 + \frac{1}{y^2} = 14$$

$$7 + 14 = 21$$

1. B	2. C	3. E	4. A	5. D	6. C	7. D
8. D	9. A	10. A	11. C	12. A	13. D	14. D

Test - 3

1. $x - y = 4$ ve $x^2y - xy^2 = 12 \Rightarrow x \cdot y \cdot (x - y) = 12$
eşitlikleri veriliyor. $x \cdot y = 3$
Buna göre, $x^2 + y^2$ toplamı kaçtır?
A) 25 B) 24 C) 22 D) 19 E) 17

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

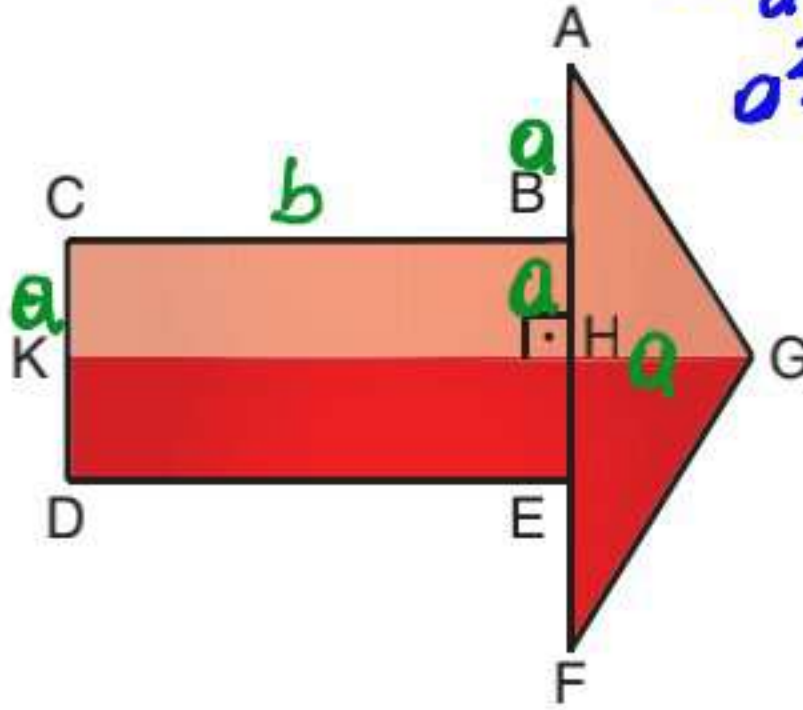
$$= 4^2 + 2 \cdot 3$$

$$= 22$$

2. $a \neq 0$ olmak üzere, $a + \frac{1}{a}$ liraya alınan bir ürün $a^3 + \frac{1}{a^3}$ liraya satıldığında ne kâr ne de zarar yapılmıştır.
Buna göre, $a^2 - 2a$ farkının sonucu kaçtır?
A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

2. yol $a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$
 $(a + \frac{1}{a}) \cdot (a^2 - 1 + \frac{1}{a^2}) = a + \frac{1}{a}$
 $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2 \Rightarrow (a + \frac{1}{a})^2 = 4$
 $a + \frac{1}{a} = 2$
 $a^2 - 2a = -1$

3. Aşağıda bir ok görseli verilmiştir.



CBED dikdörtgendir. A, B, H, E ve F aynı doğru üzerindedir.

[AF] $\perp$ [KG] dir.

|AB| = |BH| = |HG| dir.

A(CKGAB) = S br²

Ç(KHBC) = Ç br

olduğuna göre, $\frac{S}{\text{Ç}}$ oranının |AB| türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2|AB| B) $\frac{3|AB|}{2}$ C) |AB|

D) $\frac{|AB|}{2}$ E) $\frac{2|AB|}{3}$

$$\frac{S}{\text{Ç}} = \frac{a(a+b)}{2 \cdot (a+b)} = \frac{a}{2} = \frac{|AB|}{2}$$

4. $\frac{ab - b - a + 1}{b - 1} - \frac{a^2 - b^2 - a - b}{a + b}$
farkının en sade hali aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) -a B) -b C) 0 D) a E) b

• $b(a-1) - (a-1) = (a-1) \cdot (b-1)$
• $(a-b) \cdot (a+b) - (a+b) = (a+b) \cdot (a-b-1)$

$$(0-1) - (a-b-1)$$

$$-1 - a + b + 1 = b - a$$

5. $x = \frac{10}{3}$ olmak üzere,
 $(x - 5)^3 + 3(x - 5)^2 + 3 \cdot (x - 5) + 1$
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{8}{27}$ C) $-\frac{2}{9}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{8}{27}$

$$((x-5)+1)^3 = (x-4)^3$$

$$= \left(\frac{10}{3} - 4\right)^3$$

$$= -\frac{8}{27}$$

6. a ve b birbirinden farklı pozitif reel sayılardır.

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{a \cdot b}{4} = a^2 + b^2 - 2ab$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

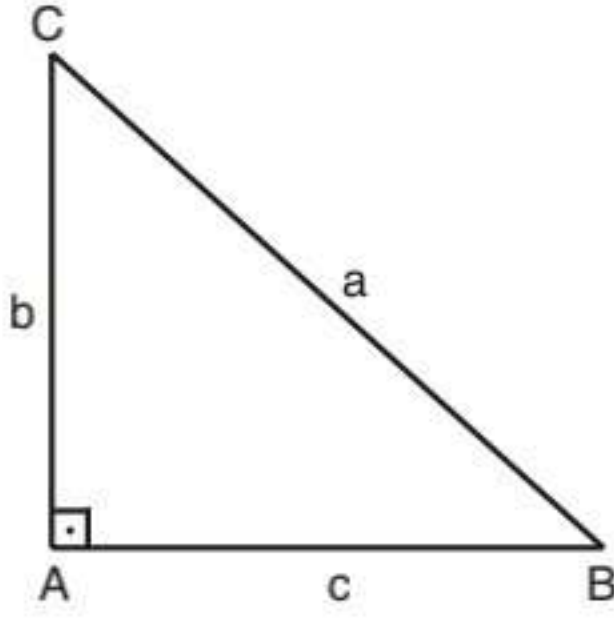
$$\frac{a^2 - b^2}{a \cdot b} \cdot \frac{a \cdot b}{4} = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3a^2 - 8ab + 5b^2 = 0 \Rightarrow 3a = 5b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$

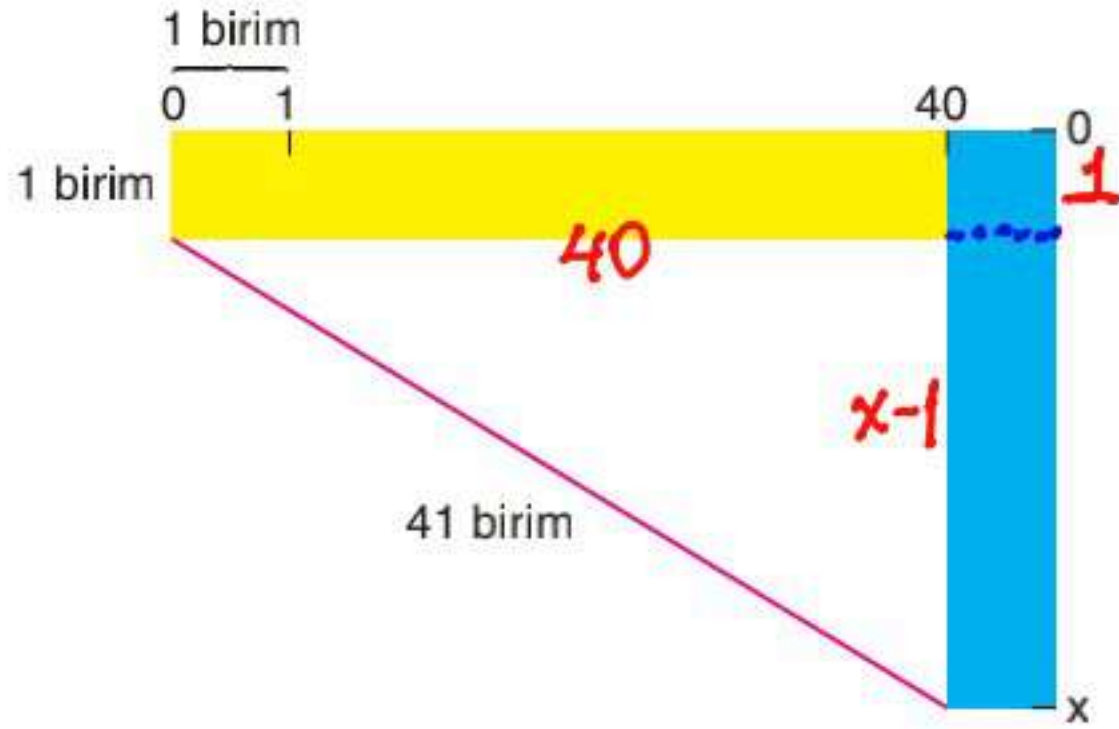
(a=b olamaz)

7. Kenar uzunlukları a, b ve c olan ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısı,



$a^2 = b^2 + c^2$ şeklinde ifade edilir.

Aşağıda 40 birim ve x birim uzunluğunda ve her ikisi de 1 birim kalınlığında olan dikdörtgen şeklinde iki cetvel birbirine dik olacak şekilde yerleştirilmiştir.

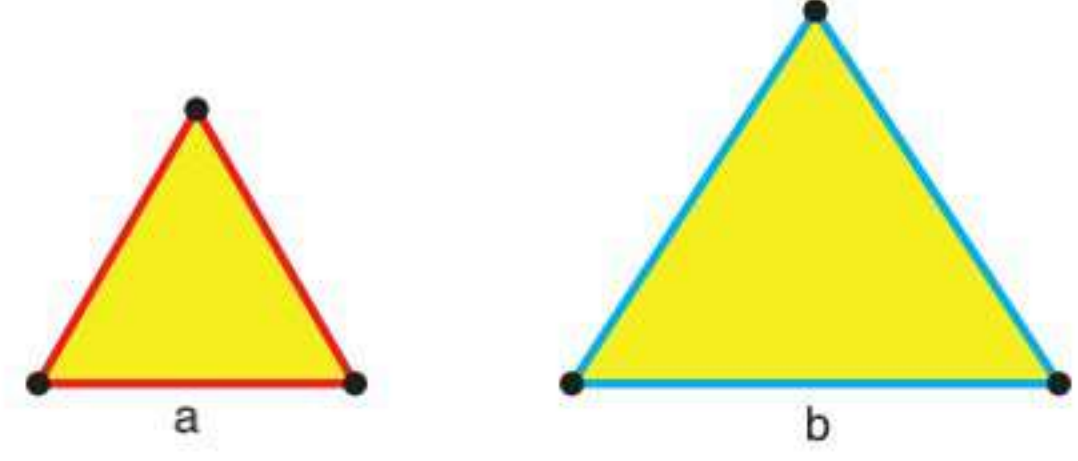


Cetvellerin şekilde gösterilen köşeleri arasındaki uzaklık 41 birim olduğuna göre, x kaçtır?

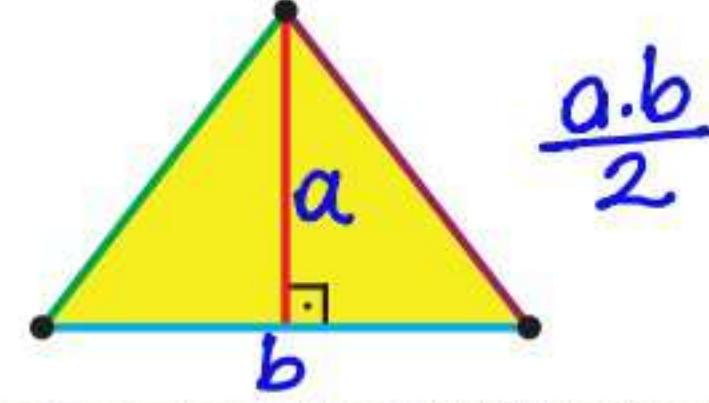
- A) 17 B) 15 C) 13 D) 12 ☒ E) 10

$$\begin{aligned}(x-1)^2 + 40^2 &= 41^2 \\(x-1)^2 &= 41^2 - 40^2 \\(x-1)^2 &= 81 \\x-1 &= 9 \Rightarrow x = 10\end{aligned}$$

8.



Kırmızı eş çubukların her birinin uzunluğu a birim ve mavi eş çubukların her birinin uzunluğu b birimdir. Bir kırmızı ve bir mavi çubuğun uzunluğu toplamı 8 birimdir. Oluşan eş-kenar üçgenlerin alanları toplamı $6\sqrt{3}$ birimkaredir.



Buna göre, tabanı mavi ve yüksekliği kırmızı çubuktan oluşan yukarıdaki üçgenin alanı kaç birimkaredir?

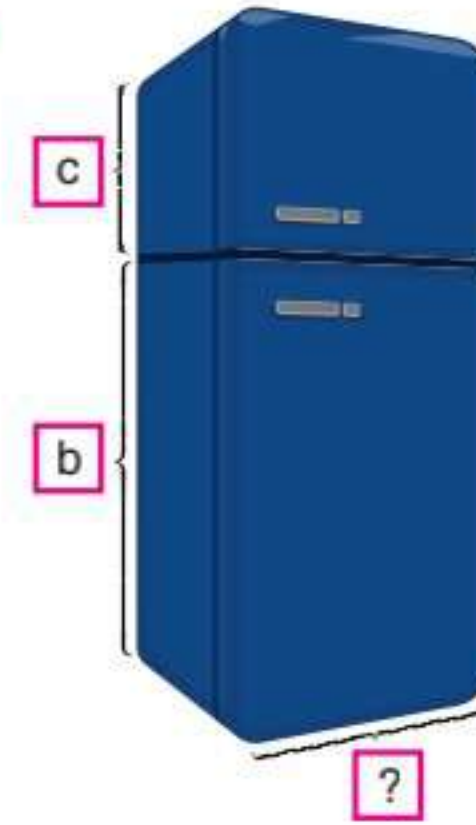
- A) 18 B) 15 C) 12 ☒ D) 10 E) 6

$$\begin{aligned}a+b &= 8 \\(a^2+b^2) \frac{\sqrt{3}}{4} &= 6\sqrt{3} \\a^2+b^2 &= 24\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2+b^2+2ab \\8^2 &= 24+2ab \\64 &= 24+2ab \\2ab &= 40 \\ab &= 20 \\\frac{a \cdot b}{2} &= \frac{20}{2} = 10\end{aligned}$$

ACİL MATEMATİK

9.



Taban ayrıtları a ve yüksekliği h olan kare prizmanın hacmi, $V = a^2 \cdot h$ eşitliği ile bulunur.

Yanda dik kare prizma şeklinde iki kapılı bir buzdolabı görseli verilmiştir.

$a > b > c$ olmak üzere, Belgin buzdolabının hacmini,

$$a^2 \cdot b + a^2 \cdot c - 2ab^2 - 2abc + b^3 + b^2 \cdot c$$

ifadesiyle belirlemiştir.

Buna göre, Belgin'in en alttaki kutunun içine yazması gereken ifade aşağıdakilerden hangisidir?

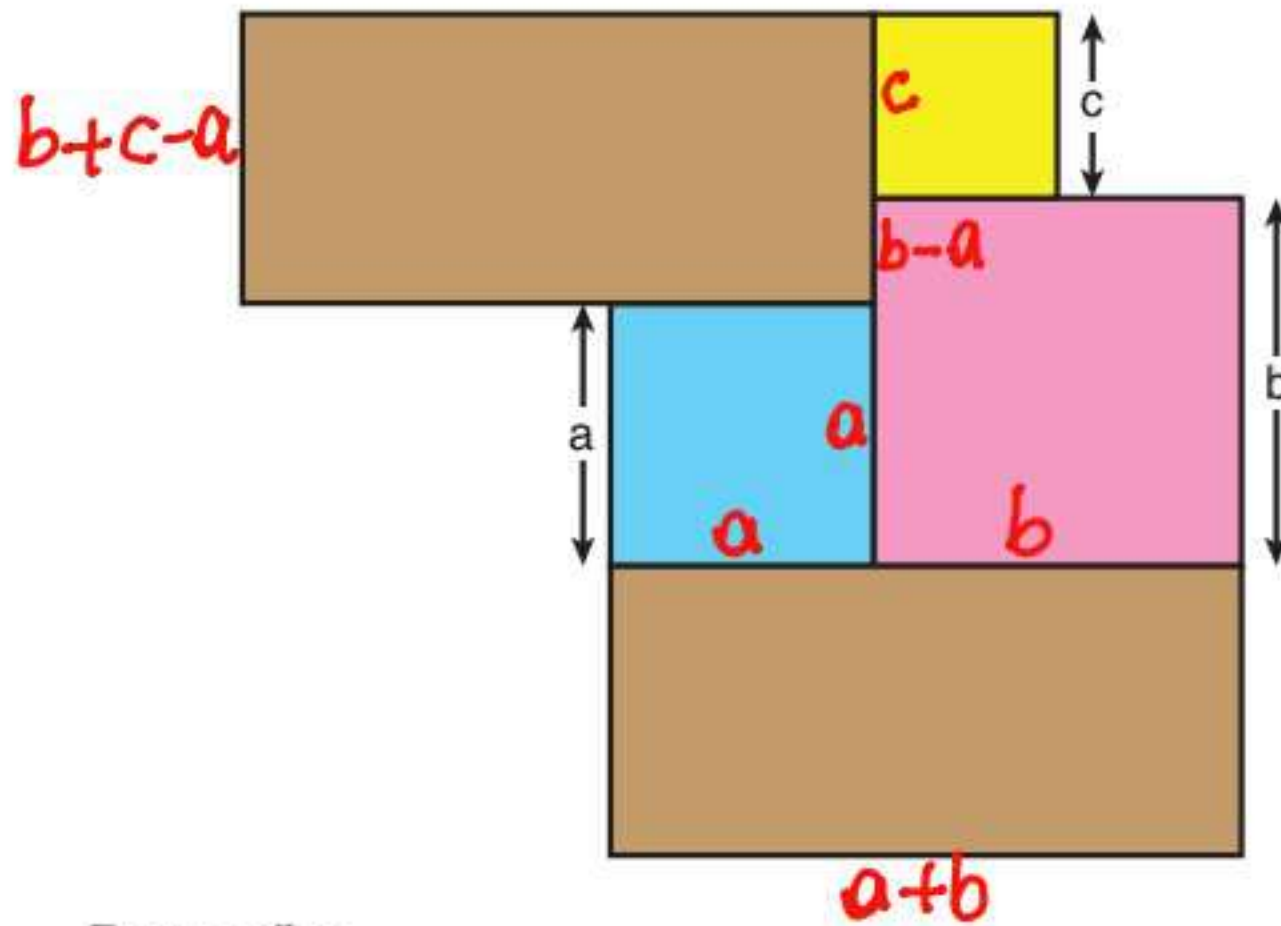
- A) $a + b$ ☒ B) $a - b$ C) $b + c$

- D) $b - c$ E) $a - 2b$

$$\begin{aligned}&a^2 \cdot (b+c) - 2ab(b+c) + b^2 \cdot (b+c) \\&(b+c) \cdot (a^2 - 2ab + b^2) = (b+c) \cdot (a-b)^2 \\&[?] = a-b \text{ dir.}\end{aligned}$$

Test - 3

- 10.** Aşağıda verilen şekillerden sarı, mavi ve pembe renkli şekiller kare, kahverengi şekiller eş birer dikdörtgendir.



Buna göre,

$$b^2 - a^2 + bc + ac$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) Kahverengi dikdörtgen ile sarı karenin alanının toplamı
- ☒ B) Kahverengi dikdörtgenlerden birinin alanı
- C) Kahverengi dikdörtgen ile mavi dikdörtgenin alanları toplamı
- D) Kahverengi dikdörtgen ile pembe dikdörtgenin alanları toplamı
- E) Kahverengi dikdörtgenlerin alanları toplamının karelerin alanları toplamından farkı

$$(b-a) \cdot (\underline{b+a}) + c \cdot (\underline{a+b})$$

$$(a+b) \cdot (b+c-a)$$

11. $x - y = 4$ olduğuna göre,

$$\frac{x^2 + 4x - y^2 - 4y}{x^2 + 8x + 16 - y^2}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 ☒ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

$$\frac{(x+2)^2 - (y+2)^2}{(x+4)^2 - y^2} = \frac{\cancel{(x+y+4)} \cdot (x-y)}{\cancel{(x+y+4)} \cdot (x-y+4)}$$
$$= \frac{4}{8}$$
$$= \frac{1}{2}$$

12. $a^2 + 3b^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow a^3 + 3b^2a = 1$

olduğuna göre,

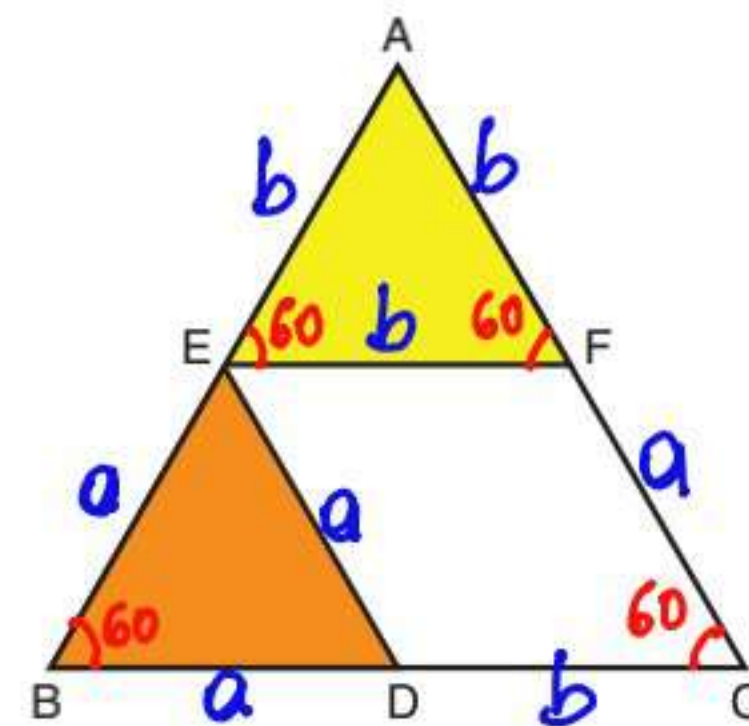
$$(a + b)^3 + (a - b)^3$$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0 B) 1 **C) 2** D) $2a^2$ E) a

$$\begin{array}{r} a^3 + \cancel{3a^2b} + \cancel{3ab^2} + \cancel{b^3} \\ + a^3 - \cancel{3a^2b} + \cancel{3ab^2} - \cancel{b^3} \\ \hline 2a^3 + 6ab^2 = 2 \cdot (\underbrace{a^3 + 3ab^2}_1) \\ = 2 \end{array}$$

- 13.** Tüm kenar uzunlukları eşit olan üçgenlere "**Eşkenar Üçgen**" denir. Aşağıda verilen AEF ve EBD üçgenleri eşkenardır.



Buna göre, ABC üçgeninin çevresinin DEFC dörtgeninin çevresine oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 **C) $\frac{3}{2}$** D) 1 E) $\frac{1}{2}$

$$\frac{3 \cdot \cancel{(a+b)}}{2 \cdot \cancel{(a+b)}} = \frac{3}{2}$$

1. C	2. B	3. D	4. E	5. B	6. A	7. E
8. D	9. B	10. B	11. C	12. C	13. C	

1. İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomunun tüm katsayıları sıfırdan farklı olup polinomun sabit terimine eşittir.

$P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalan -3 'tür.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -12 C) -10 ☒ D) -9 E) -6

$$P(x) = ax^2 + ax + a$$

$$P(-1) = -3$$

$$P(-1) = a - a + a = -3$$

$$a = -3$$

$$P(1) = a + a + a = 3a = 3 \cdot (-3) = -9$$

2. $a^2 = 2a + 1$ olmak üzere,

$$\frac{a^4 - 5}{a^3 - 2}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{14}{5}$ C) $\frac{13}{5}$ ☒ D) $\frac{12}{5}$ E) 2

$$(a^2)^2 = (2a+1)^2 \Rightarrow a^4 = 4a^2 + 4a + 1$$

$$a \cdot a^2 = (2a+1) \cdot a \Rightarrow a^3 = 2a^2 + a$$

$$= 4a + a + 2$$

$$= 5a + 2$$

$$a^4 = 12a + 5$$

$$a^4 - 5 = 12a$$

$$a^3 - 2 = 5a$$

$$\frac{12a}{5a} = \frac{12}{5}$$

3. $P(x) = x^2 - ax$

polinomunun katsayıları toplamı $P(x)$ polinomunun bir sıfır-
dır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden ka-
lan en çok kaçtır?

- ☒ A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{5}$

$$\text{Katsayılar toplamı} = 1 - a$$

$$(1-a)^2 - a(1-a) = 0$$

$$(1-a) \cdot (1-2a) = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \vee a = 1$$

$$P(-1) = 1 + a = 2$$

4. Demet Öğretmen, öğrencilerinden,

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

ifadesini çarpanlarına ayırmalarını istemiş ve ipucu olarak
ta "x yerine 2 yazdığınızda ifade sıfıra eşit olmaktadır." de-
miştir.

Mehmet isimli öğrenci verilen ifadeyi doğru bir şekilde çar-
panlara ayırıp diğer çarpanları p ve q olarak bulmuştur.

Buna göre, p + q toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + 5$ ☒ B) $2x + 4$ C) $2x + 3$
D) $2x - 4$ E) $2x - 5$

$$x^3 + x^2 + x^2 - 5x - 6$$

$$x^2 \cdot (x+1) + (x-6) \cdot (x+1)$$

$$(x+1) \cdot (x^2 + x - 6)$$

$$(x+1) \cdot (x+3) \cdot (x-2)$$

$$p+q = x+1+x+3$$

$$p+q = 2x+4$$

5. Alper Öğretmen tahtaya, aşağıdaki ifadeyi yazmıştır.

$$(x^2 + 1) \cdot P(P(x - 1))$$

ifadesi 11. dereceden
bir polinomdur.

Buna göre, öğrenciler $P^2(x^2) - x^4$ polinomunun derece-
sinin doğru sonucunu kaç olarak bulmalıdırlar?

- A) 16 B) 14 ☒ C) 12 D) 10 E) 8

$$\text{der}[P(x)] = m$$

$$2 + m^2 = 11 \Rightarrow m^2 = 9$$

$$m = 3$$

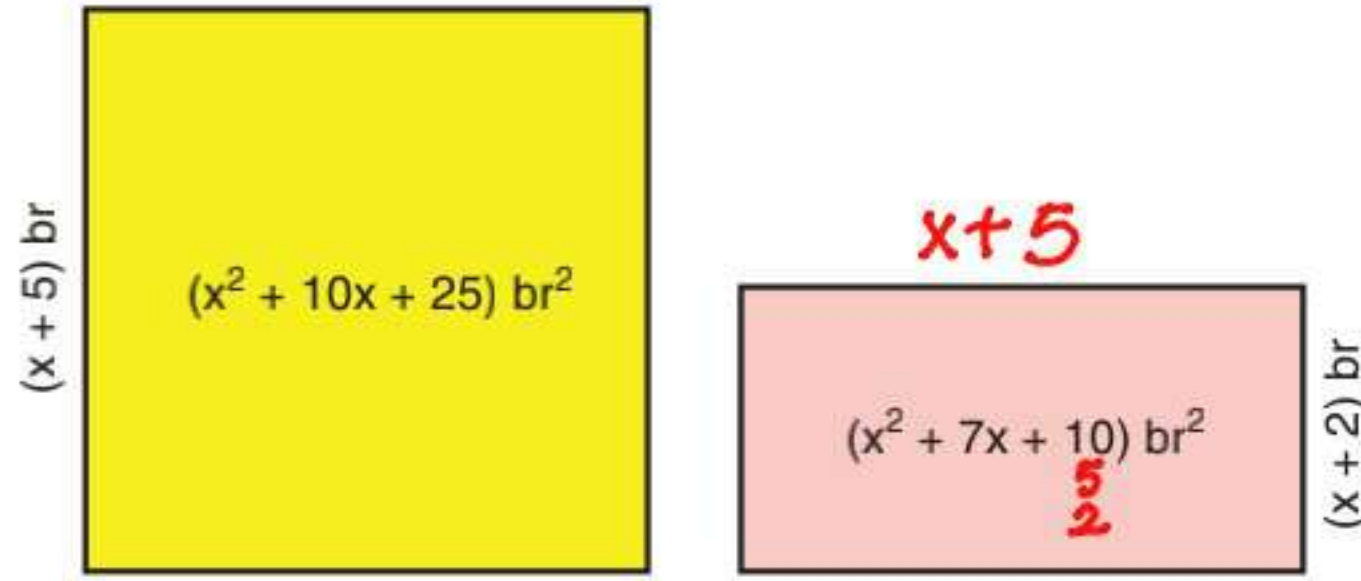
$$\text{der}[P^2(x^2) - x^4] = 4 \cdot m$$

$$= 4 \cdot 3$$

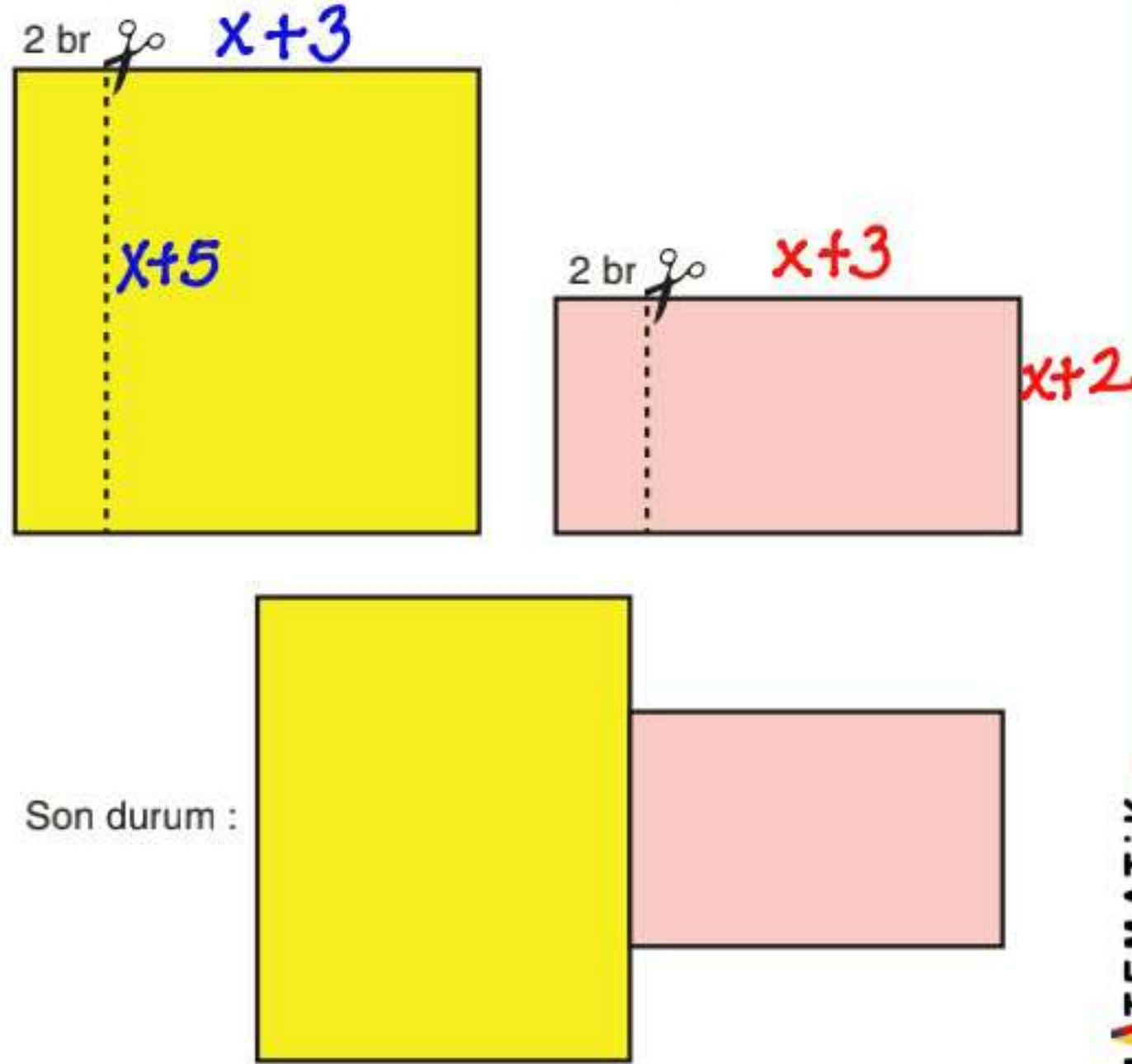
$$= 12$$

POLİNOMLAR-ÇARPANLARA AYIRMA - Karma Test I

6.



Yukarıda alanları ve birer kenar uzunlukları yazılı olan biri kare diğeri dikdörtgen olan iki karton parçası verilmiştir.



Kartonlardan makasla şekildeki gibi bir kenarı 2 br olan dikdörtgenler kesilip birleştirilerek son durumdaki karton elde edilmiştir.

Buna göre, son durumdaki kartonun alanını veren cebirsel ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x+5) \cdot (x+7)$ ☒ B) $(x+3) \cdot (2x+7)$
 C) $(x+3) \cdot (2x+10)$ D) $(x+5) \cdot (2x+8)$
 E) $(x+7) \cdot (2x+5)$

$$(x+5) \cdot (x+3) + (x+3) \cdot (x+2)$$

$$(x+3) \cdot (x+5+x+2)$$

$$(x+3) \cdot (2x+7)$$

7.

$P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olmak üzere, $P(x)$ polinomunun $x - P(x)$ polinomu ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- ☒ A) x B) $-x$ C) 0 D) $P(x)$ E) $P(-x)$

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x - P(x)} \\ - P(x) - x \quad \quad -1 \\ \hline x \end{array}$$

8.

$m \neq n$ olmak üzere,

$$3m^2 = n \cdot p \text{ ve}$$

$$2n = 5m - p$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, m 'nin n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3n}{2}$ B) $\frac{5n}{2}$ ☒ C) $\frac{2n}{3}$ D) $\frac{n}{3}$ E) $\frac{n}{6}$

$$\frac{3m^2}{n} = p, \quad 2n + p = 5m$$

$$2n + \frac{3m^2}{n} = 5m$$

$$2n^2 - 5mn + 3m^2 = 0$$

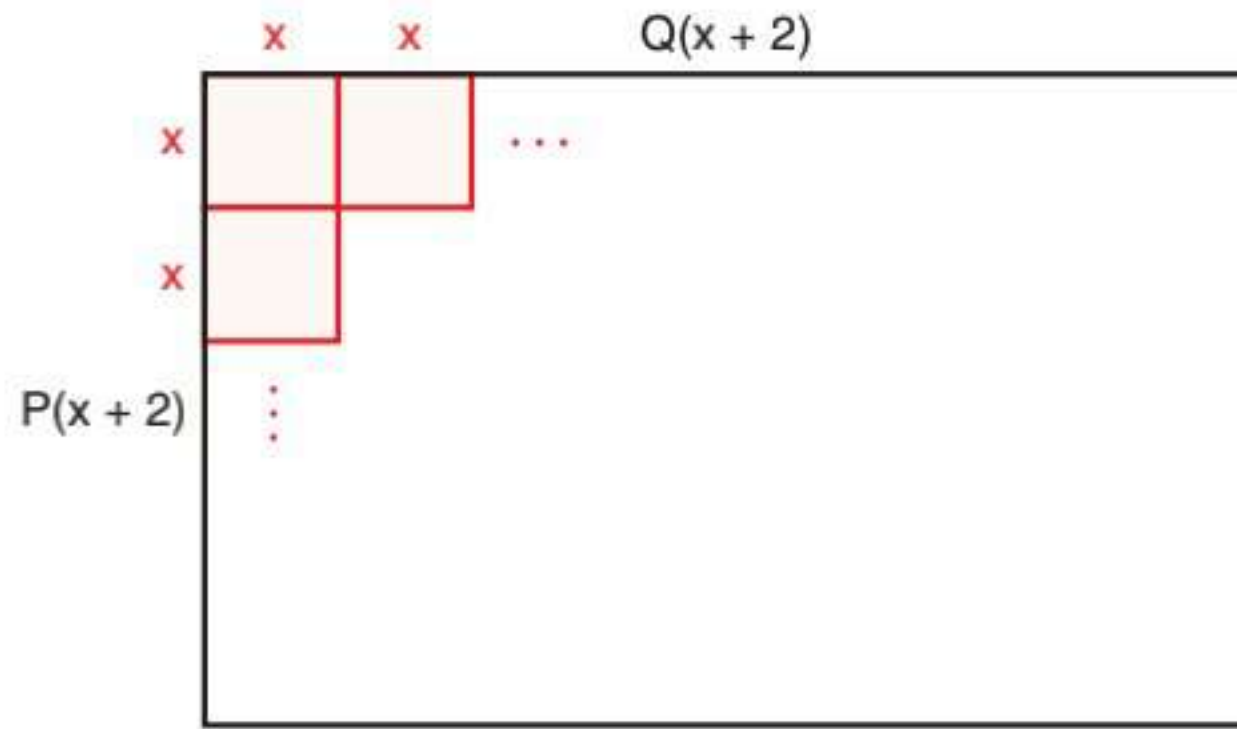
$$\begin{array}{cc} 2n & -3m \\ n & -m \end{array}$$

$$(2n-3m) \cdot (n-m) = 0$$

$$2n = 3m \quad \vee \quad n = m \text{ olamaz.}$$

$$m = \frac{2n}{3}$$

9. • $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 4'tür.
• $Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 3'tür.
 $x \geq 5$ olmak üzere,



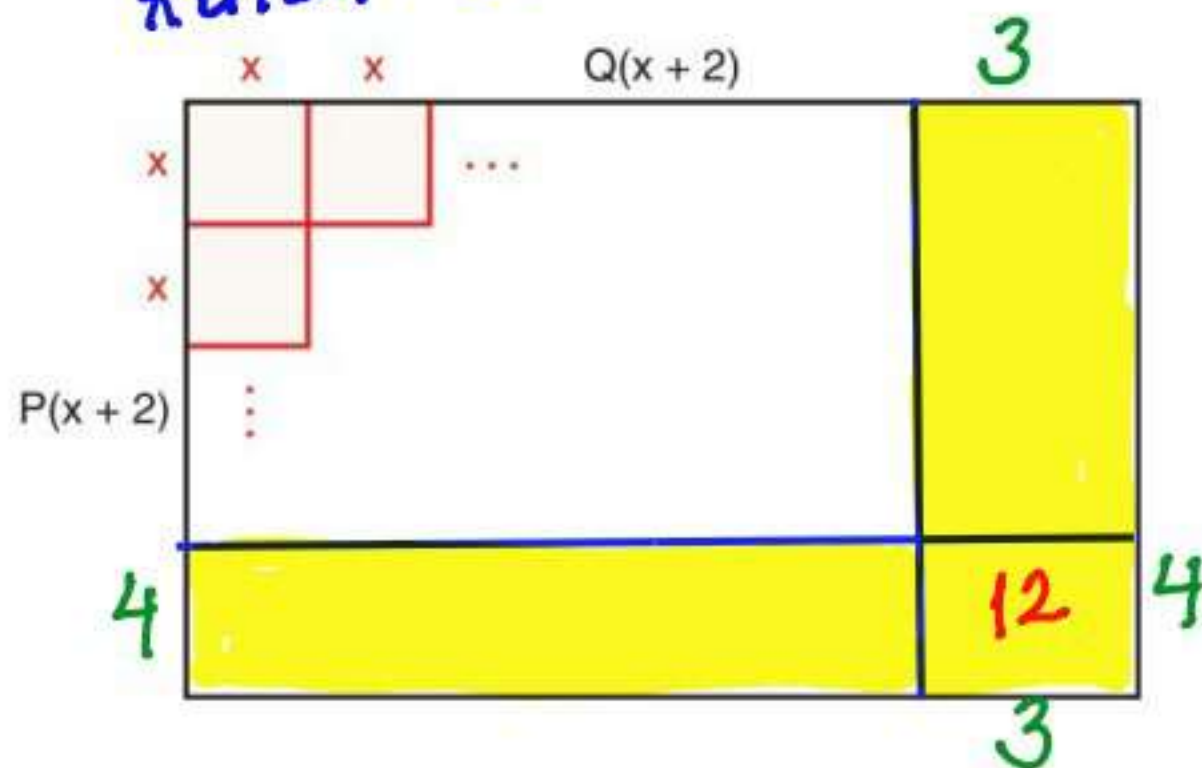
Kenar uzunlukları $P(x + 2)$ ve $Q(x + 2)$ birim olan bir dikdörtgen, bir kenarı x birim olan eş kare levhalarla kaplanmak isteniyor. Kare levhalar parçalanmadan ve iç içe geçmeyecek şekilde yan yana birleştirilerek yerleştiriliyor.

Buna göre, kare levhalar ile kaplanmayan bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12
B) 7
☒ C) $4 \cdot Q(x+2) + 3 \cdot P(x+2) - 12$
D) $4 \cdot Q(x+2) + 3 \cdot P(x+2) + 12$
E) $4 \cdot Q(x+2) + 3 \cdot P(x+2)$

$$p(2)=4, \quad Q(2)=3$$

- $P(x+2)$ pol. x ile bölümünden kalan 4 tür.
- $Q(x+2)$ pol. x ile bölümünden kalan 3 tür.



$$4.Q(x+2)+3.P(x+2)-12$$

10. a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$\frac{3x^2 + 14x + a}{bx - 4}$$

rasyonel ifadesinin sadeleşmiş biçimi $\frac{x+5}{4}$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -4 **D) 7** E) 9

$$\frac{3x^2 + 14x + a}{bx - 4} = \frac{x + 5}{4}$$

$$12x^2 + 56x + 4a = bx^2 - 4x + 5bx - 20$$

$$b=12, \quad 4a=-20 \Rightarrow a=-5$$

$$a+b = -5+12=7$$

11. $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom olmak üzere,

$$\begin{array}{r|l|l|l}
 P(x) & x-1 & & \\
 \hline
 \vdots & B_1(x) & x-2 & \\
 - & \vdots & \hline & B_2(x) & x-3 \\
 K_1 & - & \vdots & \hline & B_3(x) \\
 & K_2 & - & \vdots \\
 & & K_3 &
 \end{array}$$

Ardışık bölme işleminde $B_1(x)$, $B_2(x)$ ve $B_3(x)$ bölümler; K_1 , K_2 ve K_3 kalanlardır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) K_3 ~~B) $K_1 + K_2$~~ C) $K_1 + K_3$
D) $K_3 - K_2$ E) $K_3 - K_1$

$$B_2(x) = (x-3) \cdot B_3(x) + K_3$$

$$B_1(x) = (x-2)B_2(x) + K_2$$

$$p(x) = (x-1)B_1(x) + K_1$$

$$\left. \begin{aligned} p(z) &= B_1(z) + K_1 \\ B_1(z) &= K_2 \end{aligned} \right\} p(z) = K_1 + K_2$$

1. D	2. D	3. A	4. B	5. C	6. B
7. A	8. C	9. C	10. D	11. B	

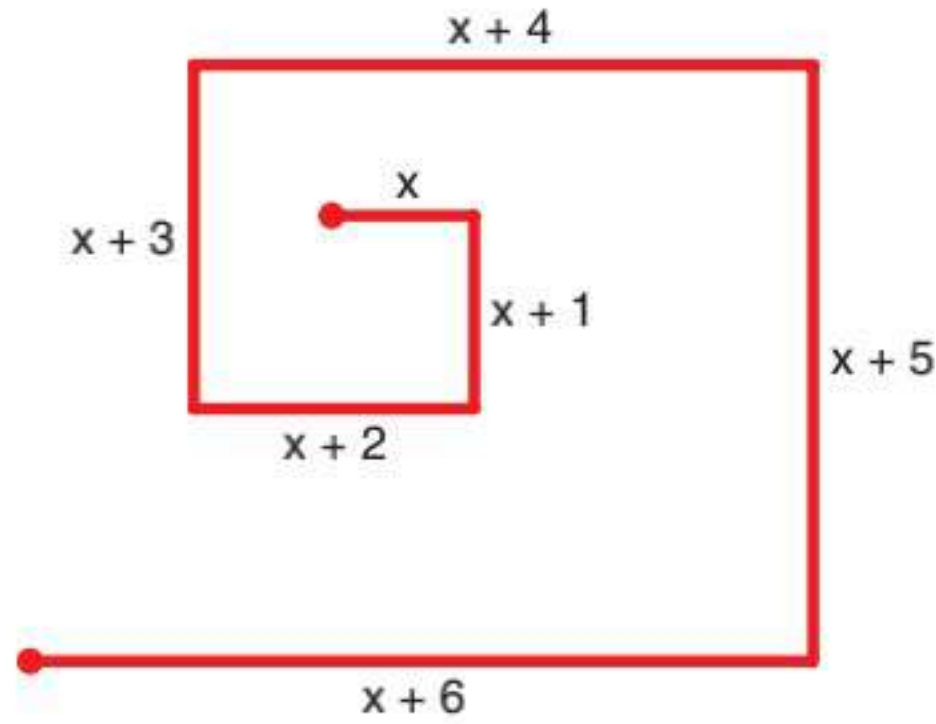
1. $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab - 2c - 1$

ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - b + c + 1$ B) $a - b - c - 1$
C) $a + b + c - 1$ ☒ D) $a + b - c - 1$
E) $a + b - c + 1$

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 - (c^2 + 2c + 1) \\ (a+b)^2 - (c+1)^2 \\ (a+b-c-1) \cdot (a+b+c+1) \end{aligned}$$

2. $x > 0$ için, uzunlukları birim cinsinden yanlarında verilen çubuklar ile aşağıdaki şekil oluşturulmuştur.



Mert, şekilde kullanılan yatay çubukların uzunluklarının çarpımını $P(x)$, dikey çubukların uzunluklarının toplamını $Q(x)$ polinomu olarak yazmıştır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna bölümünden elde edilen kalan kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) 0 D) 6 ☒ E) 9

$$\begin{aligned} P(x) &= x \cdot (x+2) \cdot (x+4) \cdot (x+6) \\ Q(x) &= x+1 + x+3 + x+5 = 3x+9 \\ 3x+9 &= 0 \Rightarrow x = -3 \\ P(-3) &= -3 \cdot -1 \cdot 1 \cdot 3 = 9 \end{aligned}$$

3. $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ olmak üzere,

$$(a-2) \cdot (a^2 + 2a + 4) = 0 \cdot (a-2)$$

eşitliği veriliyor.

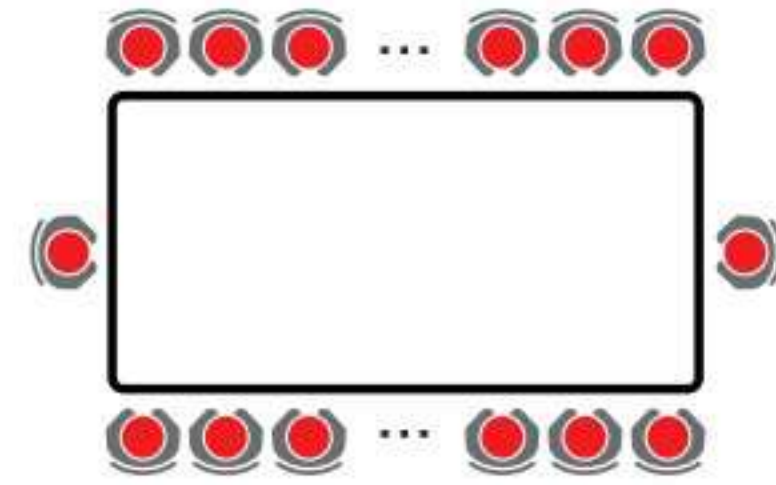
Buna göre, $a^3 - 10$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - 2$ B) $-2a$ C) $a + 2$ ☒ D) -2 E) 2

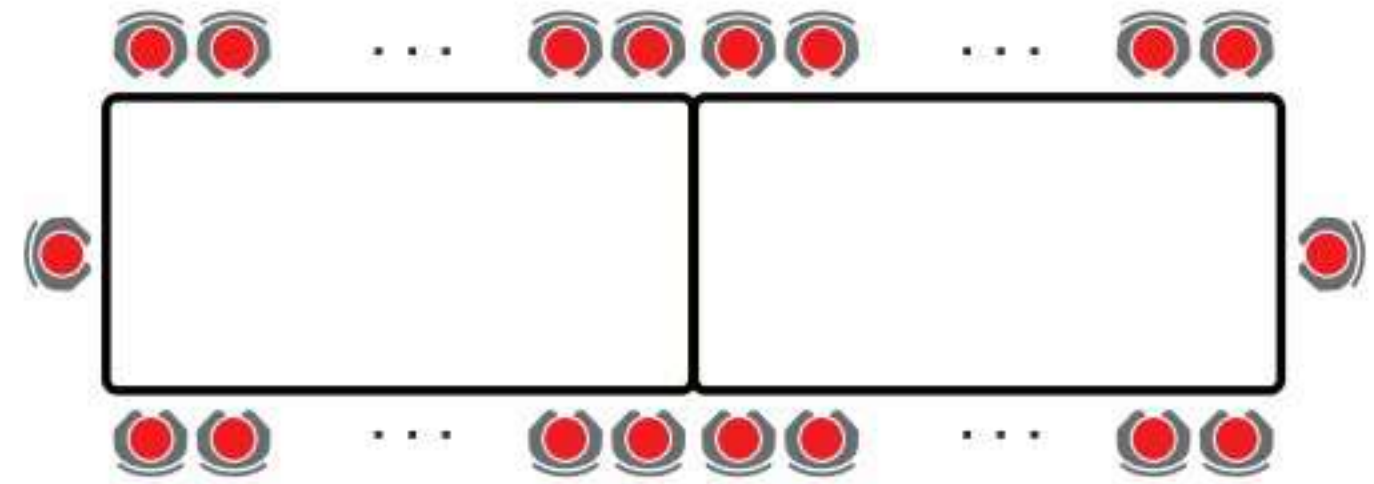
$$a^3 - 8 = 0 \Rightarrow a^3 = 8$$

$$a^3 - 10 = 8 - 10 = -2$$

4. Dikdörtgen şeklindeki bir masanın her iki ucuna birer sandalye ve her iki yanına x 'er tane sandalye konulmaktadır.



İki masa birleştirildiğinde,



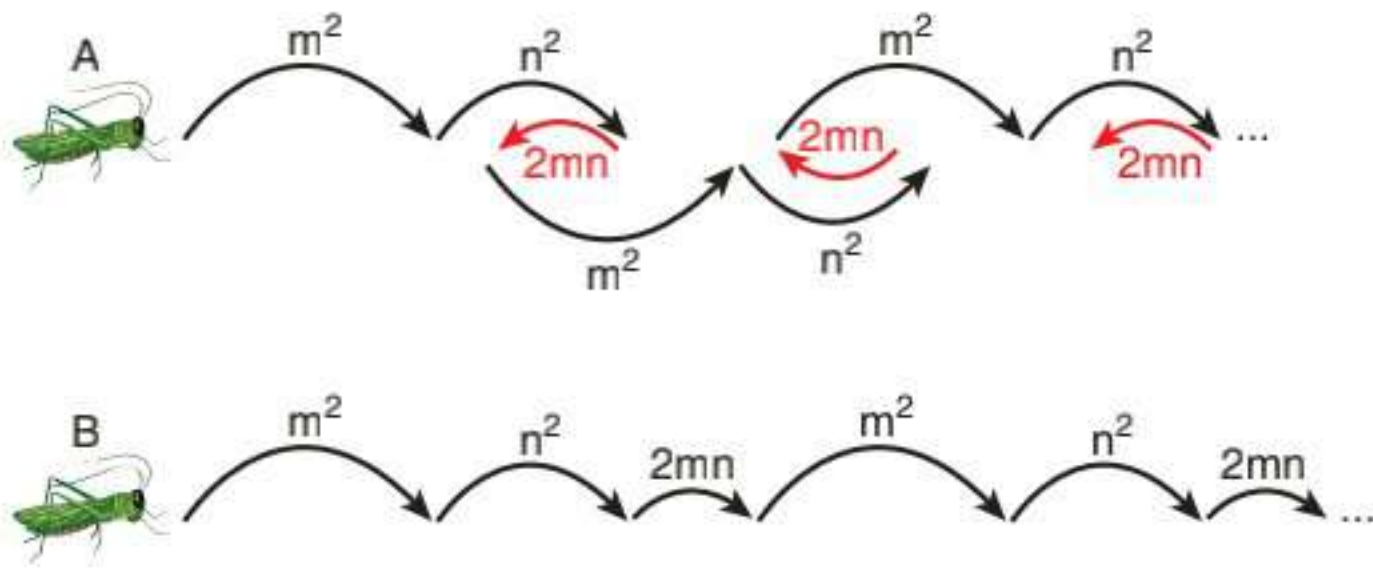
Sandalyeler şekildeki gibi yerleşmektedir. $P(x)$ polinomu "n tane masa yan yana konulduğunda yerleştirilen sandalye sayısı" şeklinde tanımlanıyor.

$P(x)$ polinomu $30x + 5$ ile tam bölündüğüne göre, n kaçtır?

- A) 5 ☒ B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x \cdot n + 2 \\ 30x + 5 &= 0 \\ x &= -\frac{1}{6} \\ P(-\frac{1}{6}) &= 2 \cdot (-\frac{1}{6}) \cdot n + 2 = 0 \\ \frac{2n}{6} &= 2 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

5. m ve n pozitif tam sayılar olup, $m > n$ dir.



Yukarıdaki şekilde görülen A ve B çekirgelerinin ardışık zıplama mesafeleri $m^2, n^2, 2mn, m^2, n^2, 2mn, \dots$ birim olarak devam etmektedir.

A çekirgesi iki zıplama ileri bir zıplama geri şeklinde, B çekirgesi ise her zıplamasını ileri doğru yapmaktadır.

İki çekirge doğrusal bir yolda aynı noktadan m^2 birim yol alacak şekilde zıplamaya başlamışlardır. A çekirgesinin 54. zıplamasında ulaştığı noktaya B çekirgesi 24. zıplamada ulaşmıştır.

Buna göre, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

- ☒ A) 5 B) 4 C) $\frac{7}{2}$ D) 3 E) $\frac{5}{2}$

$$\begin{aligned} A \rightarrow m^2 + n^2 - 2mn &= (m-n)^2 \\ B \rightarrow m^2 + n^2 + 2mn &= (m+n)^2 \\ 54 \cdot (m-n)^2 &= 24 \cdot (m+n)^2 \\ \frac{54}{9} \cdot (m-n)^2 &= \frac{24}{4} \cdot (m+n)^2 \\ 3m-3n &= 2m+2n \\ m &= 5n \Rightarrow \frac{m}{n} = 5 \end{aligned}$$

6. Doruk; $x-3, x-2, x-1$ ve x polinomlarından sadece üç tanesine bölünebilen başkatsayısı 1 olan en küçük dereceli bir polinom yazıp $P(x)$ polinomunu, kullanmadığı polinomu da $Q(x)$ polinomu olarak belirlemiştir.

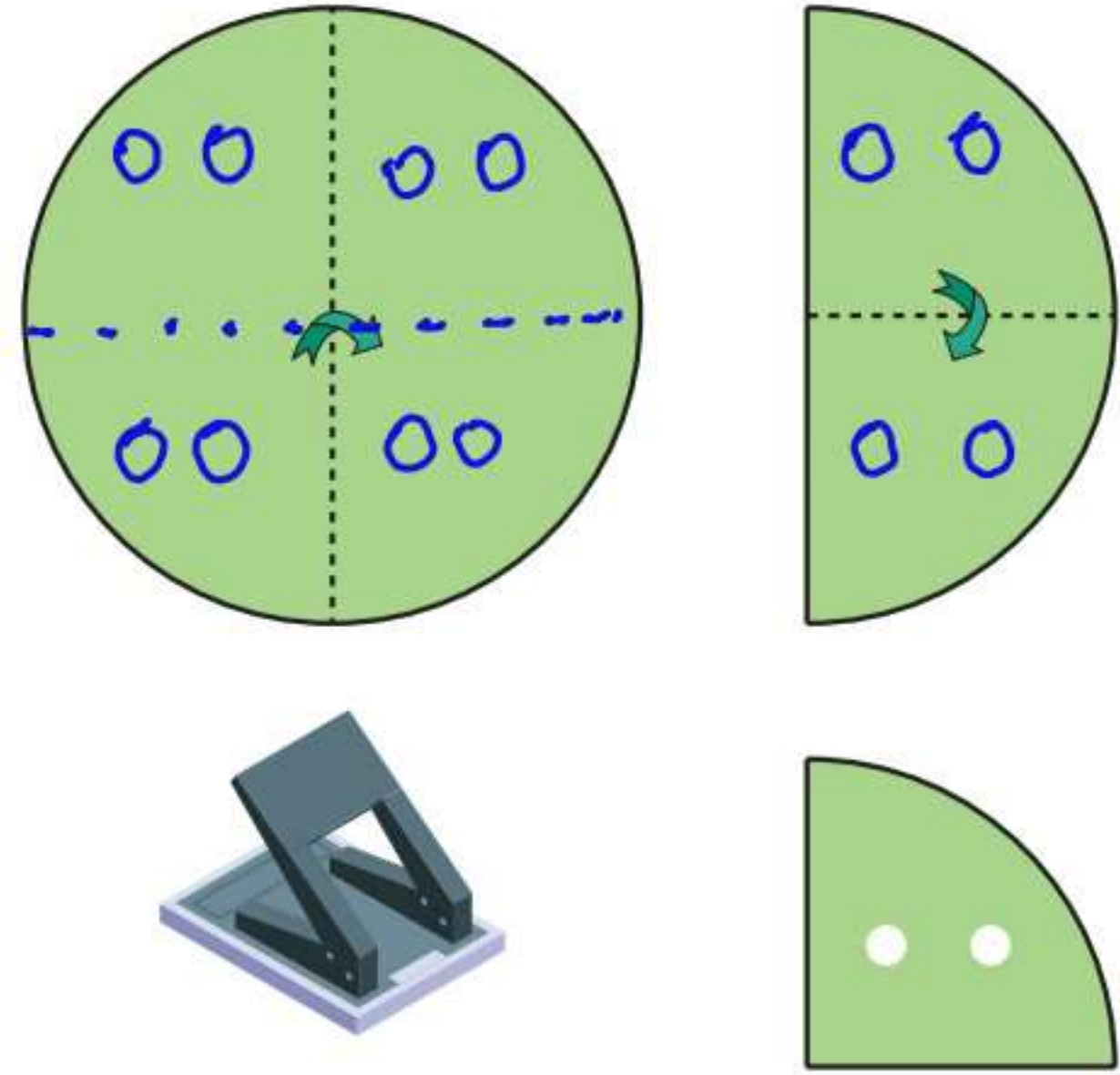
$P(x+2)$ ve $P(x+3)$ polinomları $Q(x)$ polinomu ile tam bölünmektedir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomu ile bölümünden kalan kaçtır?

- ☒ A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 6

$$\begin{aligned} P(x) &= 1 \cdot (x-3) \cdot (x-2) \cdot (x-1) \\ Q(x) &= x \\ x=0 \Rightarrow P(0) &= -3 \cdot -2 \cdot -1 = -6 \end{aligned}$$

7. Yarıçapı $4x \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ birim olan daire biçimindeki bir kağıt aşağıda gösterildiği gibi iki kez katlanmıştır.



Son durumdaki kağıttan bir delgeçle yarıçapı $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ birim olan iki tane eş daire çıkarılıyor.

Buna göre, kağıt tekrar açıldığında kağıdın ön yüzünün alanını veren cebirsel ifadenin çarpanlara ayrılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4 \cdot (2x-1) \cdot (2x+1)$
☒ B) $8 \cdot (2x-1) \cdot (2x+1)$
 C) $8 \cdot (\sqrt{2}x-1) \cdot (\sqrt{2}x+1)$
 D) $4 \cdot (4x-1) \cdot (4x+1)$
 E) $4 \cdot (\sqrt{2}x-1) \cdot (\sqrt{2}x+1)$

$$\begin{aligned} \pi \cdot \left(4x \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)^2 - 8 \cdot \pi \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2 \\ 32x^2 - 8 \\ 2(16x^2 - 4) = 2 \cdot (4x-2) \cdot (4x+2) \\ 2 \cdot 2 \cdot 2(2x-1) \cdot (2x+1) \\ 8 \cdot (2x-1) \cdot (2x+1) \end{aligned}$$

$$P_3(x) = 3 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2), P_2(x) = 2 \cdot x \cdot (x-1)$$

8. n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$P_n(x)$ polinomu; $x, (x-1), (x-2), \dots, (x-n+1)$

polinomları ile tam bölünebilen ve başkatsayısı n olan en küçük dereceli bir polinomdur.

$$P_4(x) = 4 \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

Buna göre,

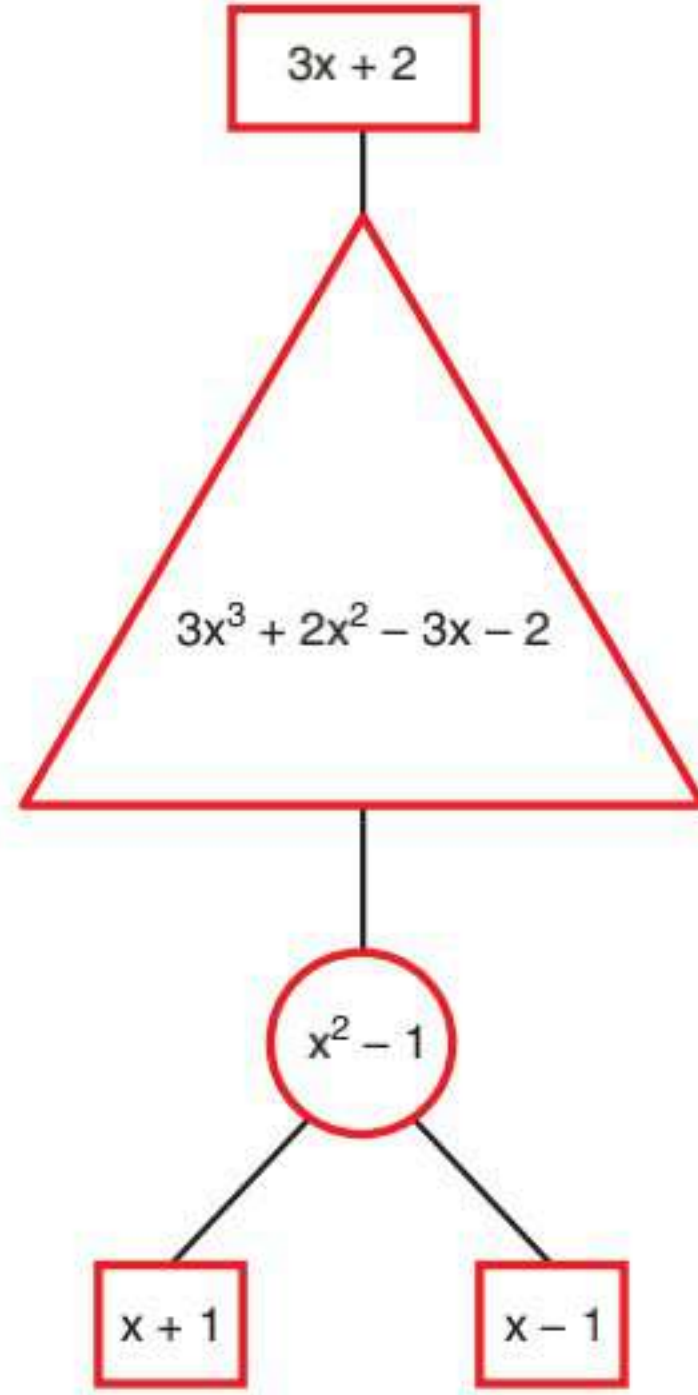
- I. $P_2(x) + P_3(x) = P_5(x)$ —
 II. $P_2(x) \cdot P_3(x) = P_6(x)$ —
 III. $\frac{P_3(x) \cdot P_4(x)}{P_2(x)}$ polinomu $P_2(x)$ polinomu ile tam bölünür. $P_2(x)$ 'in çarpanlarını içerir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

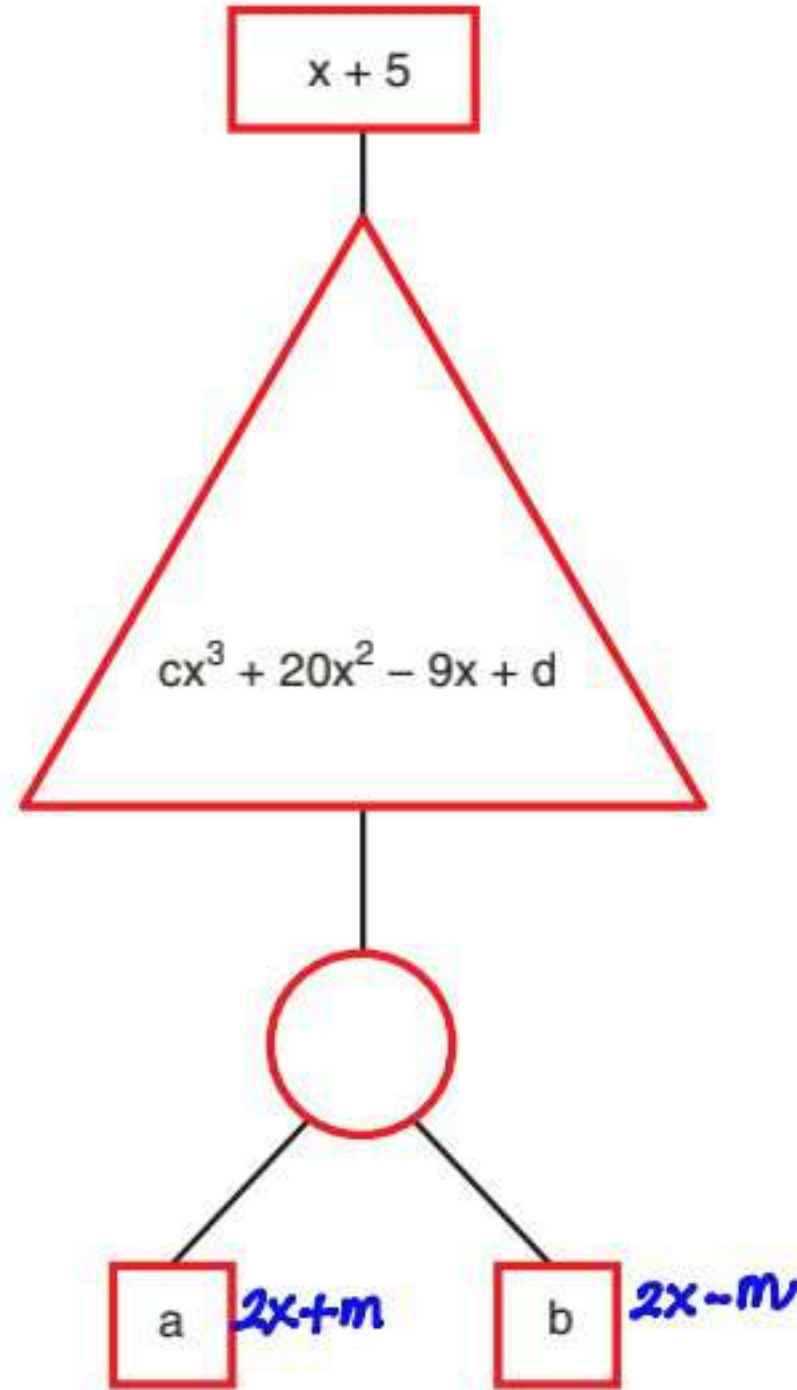
- A) Yalnız I B) Yalnız II ☒ C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

POLİNOMLAR-ÇARPANLARA AYIRMA - Karma Test 2

9. Aşağıda üçüncü dereceden bir cebirsel ifadenin çarpanlarına ayrılmış biçimi gösterilmiştir.



$$3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 = (3x + 2) \cdot (x^2 - 1) = (3x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \text{ dir.}$$

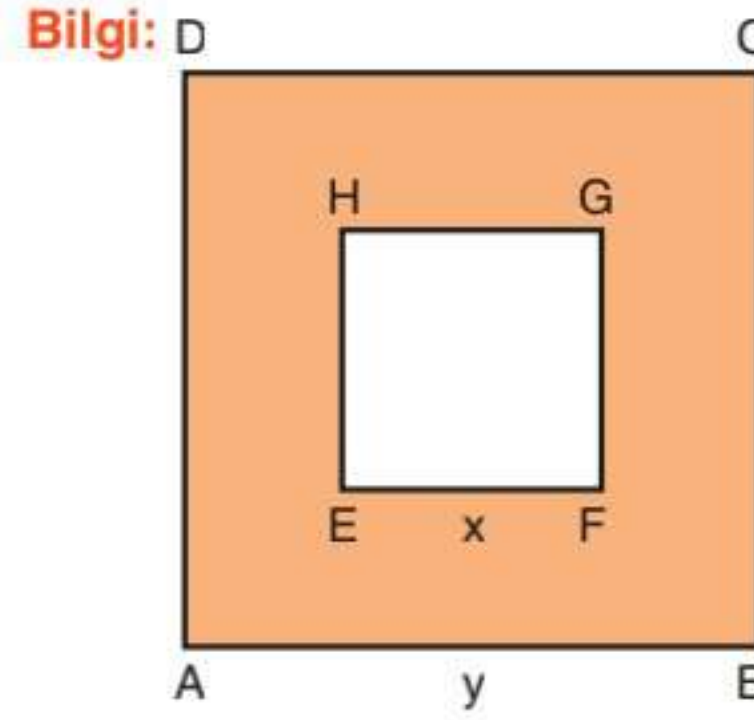


$a + b = 4x$ olmak üzere, aynı şekilde çarpanlara ayrılacak olan $cx^3 + 20x^2 - 9x + d$ ifadesi için $c + d$ toplamı kaçtır?

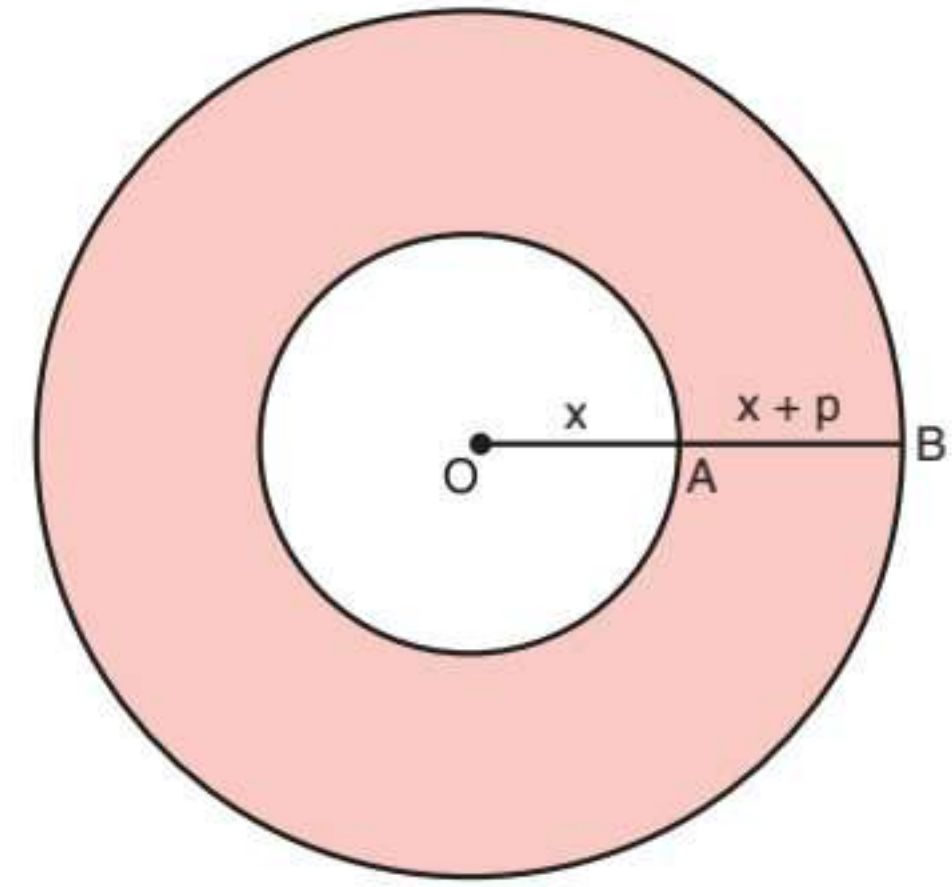
- A) -49 B) -47 C) -43 ☒ D) -41 E) -39

$$\begin{aligned} (x+5) \cdot (2x+m) \cdot (2x-m) \\ (x+5) \cdot (4x^2 - m^2) &= 4x^3 - m^2x + 20x^2 - 5m^2 \\ c=4 \quad m^2=9 \quad d=-5 \cdot 9 \\ d &= -45 \\ c+d &= 4-45 = -41 \end{aligned}$$

10. Yarıçap uzunluğu r birim olan dairenin çevresi $2\pi r$ ve alanı πr^2 dir.



ABCD ve EFGH birer kare olmak üzere, boyalı bölgenin çevresi $4(x + y)$ dir.



$$|OA| = x \text{ birim}$$

$$|AB| = x + p \text{ birim}$$

Yukarıda merkezleri O olan iki daire verilmiştir. Taralı bölgenin alanı $P(x)$ birimkare ve taralı bölgenin çevresi $Q(x)$ birimdir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna bölümünden elde edilen kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p ☒ B) 0 C) p + 1 D) p + 2 E) p + 3

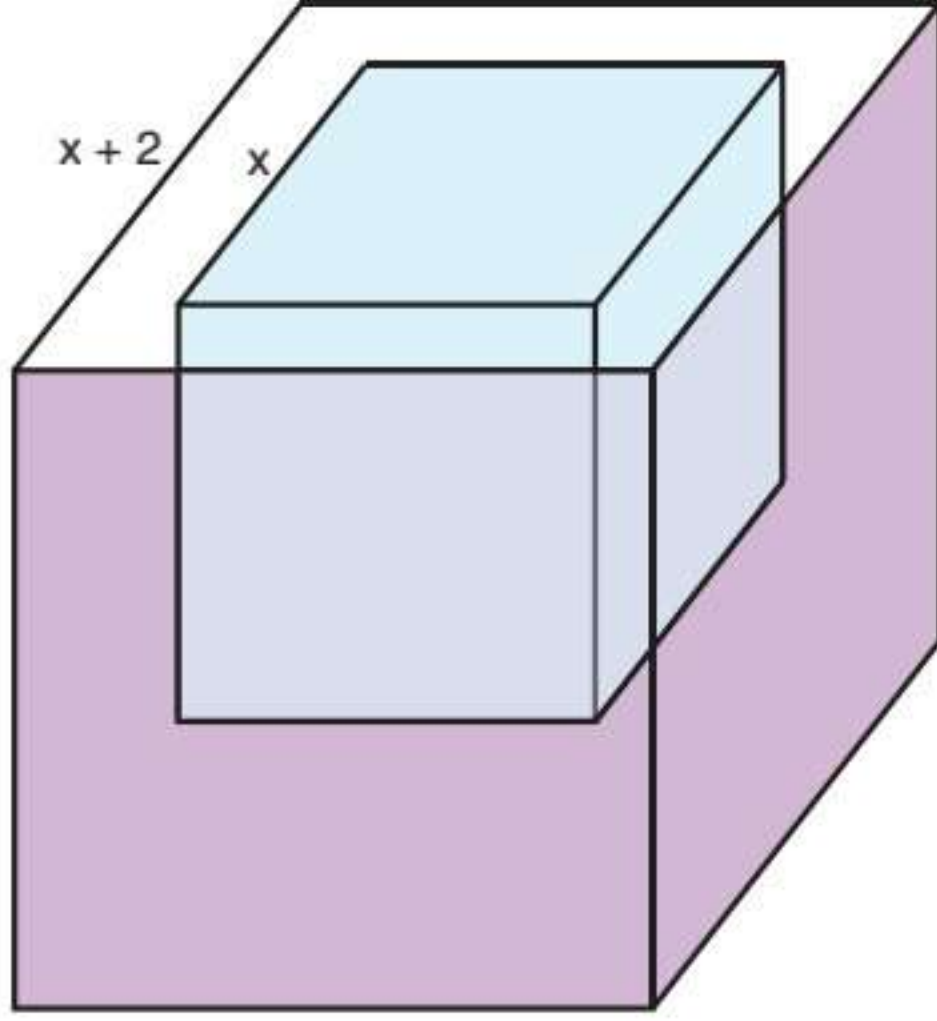
$$P(x) = \pi \cdot (2x+p)^2 - \pi x^2$$

$$Q(x) = 2\pi(2x+p) + 2\pi x$$

$$Q(x) = 0 \Rightarrow 3x + p = 0 \\ x = -\frac{p}{3}$$

$$\begin{aligned} P\left(-\frac{p}{3}\right) &= \pi \left(-\frac{2p}{3} + p\right)^2 - \pi \frac{p^2}{9} \\ &= \pi \frac{p^2}{9} - \pi \frac{p^2}{9} \\ &= 0 \end{aligned}$$

11. Aşağıda bir ayrıtı $x + 2$ birim olan üstü açık bir küp içerisine bir ayrıtı x birim olan kapalı bir küp şeklindeki gibi yerleştirilmiştir.



Oluşan boşluğun hacmi $P(x)$ polinomu ile ifade edilirse; $P(x) - 56$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

- A) $6 \cdot (x + 4) \cdot (x - 2)$ B) $6 \cdot (x + 2) \cdot (x - 4)$
C) $6 \cdot (x + 6) \cdot (x - 2)$ D) $6 \cdot (x + 8) \cdot (x - 1)$
E) $6 \cdot (x + 4) \cdot (x - 1)$

$$P(x) = (x+2)^3 - x^3$$

$$P(x) = \cancel{x^3} + 6x^2 + 12x + 8 - \cancel{x^3}$$

$$P(x) - 56 = 6x^2 + 12x - 48$$

$$= 6 \cdot (x^2 + 2x - 8)$$

$$= 6 \cdot (x+4) \cdot (x-2)$$

12. $\frac{x \cdot (y^2 - 1) - y \cdot (x^2 - 1)}{x - y}$

ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \cdot y$ B) $-x \cdot y$ C) $x \cdot y + 1$
D) $-x \cdot y + 1$ E) $-x \cdot y - 1$

$$\frac{xy^2 - x - yx^2 + y}{x - y} = \frac{xy(y-x) + (y-x)}{x-y}$$

$$\frac{(\cancel{x-y})(-x \cdot y - 1)}{\cancel{x-y}} = -x \cdot y - 1$$

13. $P(x)$ bir polinomdur.

$$P(2) - P(1) = P(2) + P(1) = 2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

- I. $P(x)$ polinomu $x - 1$ ile tam bölünür. $P(1) = 0$
II. $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 2'dir. $P(2) = 2$
III. $P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $x + 1$ dir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

$$P(2) - P(1) = P(2) + P(1)$$

$$2P(1) = 0 \Rightarrow P(1) = 0$$

$$P(1) = 0 \Rightarrow P(2) = 2$$

14. $\frac{a^2 + a + 1}{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a}} = 7a$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\frac{a^2 + a + 1}{\frac{1}{a(a-1)}} = 7a$$

$$a \cdot (a-1) \cdot (a^2 + a + 1) = 7a$$

$$a^3 - 1 = 7$$

$$a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$$

1. D	2. E	3. D	4. B	5. A	6. A	7. B
8. C	9. D	10. B	11. A	12. E	13. C	14. E

İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER



YANINDA BULUNSUN

İKİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER

- $a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ biçimindeki denklemlere "İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem" denir. a, b ve c gerçekte sayılarına bu "Denklemin Katsayıları" denir.
- Denklemi sağlayan x değerlerine denklemin kökleri ve köklerin oluşturduğu kümeye ise "Denklemin Çözüm Kümesi" denir.
- İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin en fazla iki kökü vardır.
- Denklemin kökleri denklemi sağlar.



NOT

Örneğin; $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ifadesi x 'e bağlı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.

Tanıma göre, $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denkleminin katsayıları $a = 2, b = -3$ ve $c = 5$ tir.



ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen denklemlerin hangileri ikinci dereceden bir bilinmeyenli birer denklemdir?

- $x^2 - 3x + 5 = 0$
- $2^x + 7x + 1 = 0$
- $\sqrt{5} \cdot n^2 - 2 = 0$



ÇÖZÜM

a ve c , 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.



ÖRNEK 2.

$$(a - 2) \cdot x^3 + x^{2b-6} + x - ab = 0$$

İfadesi ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.

Buna göre, a ve b değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a - 2 &= 0 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2b - 6 &= 2 \\ b &= 4 \end{aligned}$$



ÖRNEK 3.

$$(3 - m) \cdot x^{m^2-7} - x + m + 1 = 0$$

İfadesi ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemdir.

Buna göre, denklemin katsayılar toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} m^2 - 7 &= 2 \Rightarrow m^2 = 9 \\ &\swarrow \searrow \\ m &= 3 \vee m = -3 \\ &\text{olamaz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x^2 - x - 2 &= 0 \\ 6 - 1 - 2 &= 3 \end{aligned}$$



ÖRNEK 4.

a bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - ax + 6 = 0$$

Denkleminin köklerinden biri -3 'tür.

Buna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} (-3)^2 + 3a + 6 &= 0 \\ 3a &= -15 \\ a &= -5 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 5.

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

denkleminin bir kökü m 'dir.

Buna göre,

a) $m^2 - 5m$ farkı kaçtır?

b) $m - \frac{1}{m}$ farkı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$m^2 - 5m - 1 = 0$$

a) $m^2 - 5m = 1$

b) $\frac{m^2 - 5m - 1}{m} = \frac{0}{m} \Rightarrow m - \frac{1}{m} = 5$



YANINDA BULUNSUN

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ
DENKLEMLERİN ÇÖZÜM KÜMESİNİ BULMA

Çarpanlara Ayırarak Çözüm Kümesi Bulma

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom,

$P(x) \cdot Q(x) = 0$ ise, $P(x) = 0$ veya $Q(x) = 0$ olmalıdır.

Bu eşitlikleri sağlayan x değerleri $P(x) \cdot Q(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarıdır.

? ÖRNEK 6.

Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümesini bulunuz.

a) $2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \vee x = -3$

b) $2x^2 + 9x - 5 = 0 \Rightarrow (2x-1) \cdot (x+5) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -5$

c) $x^2 + 4x - 21 = 0 \Rightarrow (x+7) \cdot (x-3) = 0 \Rightarrow x = -7 \vee x = 3$

d) $6x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 6x \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 2$

e) $x^2 + \sqrt{3} \cdot x - 6 = 0 \Rightarrow (x+2\sqrt{3}) \cdot (x-\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x = -2\sqrt{3} \vee x = \sqrt{3}$

f) $x^2 + (2b-a) \cdot x - 2ab = 0 \Rightarrow (x+2b) \cdot (x-a) = 0$
 $\begin{matrix} 2b \\ -a \end{matrix}$ $x = -2b \vee x = a$

✓ ÇÖZÜM

a) $\{-3, 3\}$ b) $\{-5, \frac{1}{2}\}$ c) $\{-7, 3\}$

d) $\{0, 2\}$ e) $\{-2\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ f) $\{-2b, a\}$

? ÖRNEK 7.

$$x^{n-1} - nx - 4 = 0$$

denklemin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem olduğuna göre, büyük kökün küçük köke oranını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$n-1=2 \Rightarrow n=3$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4) \cdot (x+1) = 0$$

$$x=4 \vee x=-1$$

$$\frac{4}{-1} = -4$$

? ÖRNEK 8.

$$P(x) = 3x^2 - 5x + a$$

polinomunun sıfırlarından biri $\frac{2}{3}$ tür.

Buna göre, polinomun diğer sıfırı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$P\left(\frac{2}{3}\right) = 3 \cdot \frac{4}{9} - \frac{10}{3} + a = 0$$

$$12 - 30 + 9a = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (3x-2) \cdot (x-1) = 0$$

$$\begin{matrix} 3x & \rightarrow & -1 \\ x & \rightarrow & -2 \end{matrix}$$

$$x = \frac{2}{3} \vee x = 1$$

? ÖRNEK 9.

$x - 2$ birim



$3x + 4$ birim

Yanda dikdörtgen şeklinde bir pul görseli verilmiştir.

Pulun kapladığı alan 57 birim-karedir.

Buna göre, x kaçtır?

5. a) 1 b) 5

6. a) $\{-3, 3\}$ b) $\{-5, \frac{1}{2}\}$ c) $\{-7, 3\}$

d) $\{0, 2\}$ e) $\{-2\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$ f) $\{-2b, a\}$

7. -4 8. 1 9. 5

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

ÇÖZÜM

$$(x-2) \cdot (3x+4) = 57 \quad (x > 2)$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 57$$

$$3x^2 - 2x - 65 = 0 \Rightarrow (3x+13) \cdot (x-5) = 0$$

$$\begin{array}{l} 3x \rightarrow -5 \\ x \rightarrow 13 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-5=0 \\ x=5 \end{array}$$

ÖRNEK 10.

Ahmet ve Selim'in eşit miktarda bilyesi vardır.

- Ahmet'in x tane arkadaşı olup, Selim'in arkadaşlarının sayısı Ahmet'in arkadaşlarının sayısından 5 fazladır.
- Ahmet her bir arkadaşına $3x + 1$ tane bilye verdiğinde kendisine 2 bilye, Selim her bir arkadaşına $x + 7$ tane bilye verdiğinde kendisine 7 bilye kalmıştır.

Buna göre, başlangıçta Ahmet ve Selim'in toplam kaç tane bilyesi vardır?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{cc} \text{Ahmet} & \text{Selim} \\ x & x+5 \end{array}$$

$$x(3x+1)+2 = (x+5) \cdot (x+7)+7$$

$$3x^2 + x + 2 = x^2 + 12x + 42$$

$$2x^2 - 11x - 40 = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\begin{array}{l} 2x \rightarrow -5 \\ x \rightarrow -8 \end{array} \quad 2(13 \cdot 15 + 7) = 404$$

ÖRNEK 11.

n pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{x!}{(x-2)!} = 20$ eşitliğini sağlayan x kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{x \cdot (x-1) \cdot \cancel{(x-2)!}}{\cancel{(x-2)!}} = 20$$

$$x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{array}{l} -5 \\ +4 \end{array}$$



YANINDA BULUNSUN

TAM KARE DENKLEMLER

a bir gerçekte sayı olmak üzere,

$(x-a)^2 = 0$ denkleminde

$(x-a) \cdot (x-a) = 0$

ise $x_1 = x_2 = a$ olur.

Denklemin birbirine eşit (çakışık) iki kökü vardır.

Çözüm kümesi ; $\text{Ç.K} = \{a\}$ dır.

Yani tam kare denklemlerin çözüm kümeleri bir elemanlıdır.



ÖRNEK 12.

$$x^2 + 15 = 10 \cdot (x-1)$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x^2 + 15 = 10x - 10$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x-5)^2 = 0$$

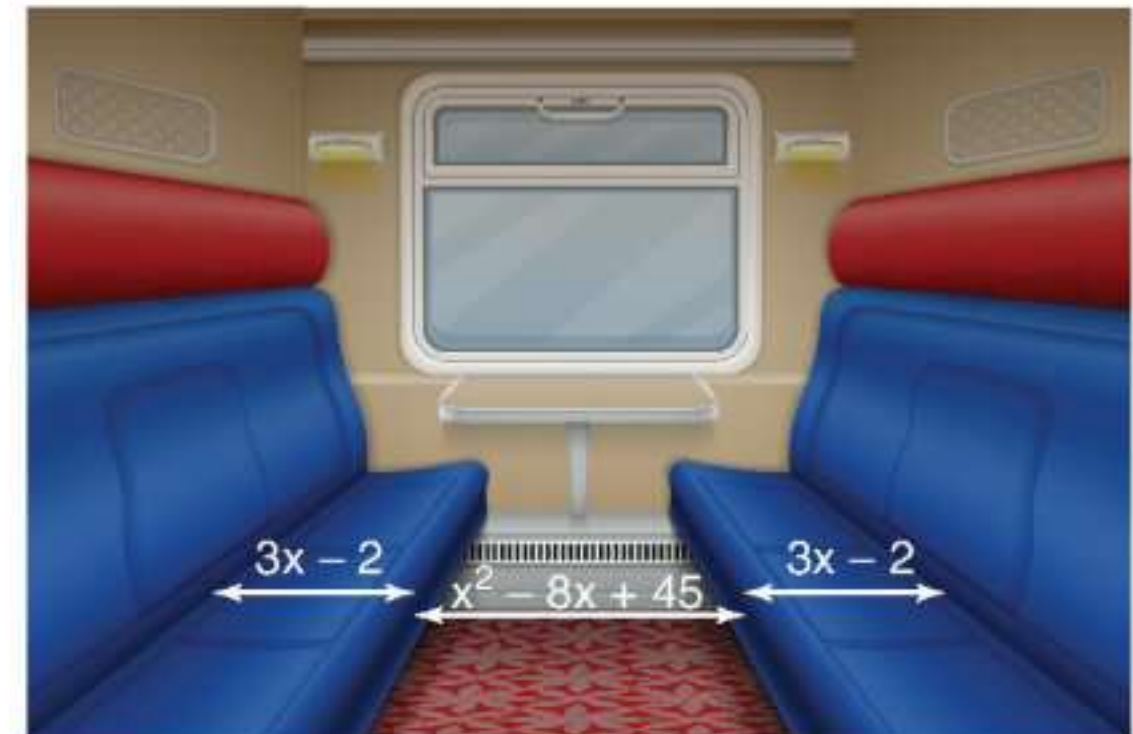
$$x_1 = x_2 = 5$$

$$\text{Ç.K} = \{5\}$$



ÖRNEK 13.

Aşağıda bir tren vagonu görseli verilmiştir.



Vagonda karşılıklı şekilde konumlandırılmış koltukların oturma kısımlarının enlerinin toplamı koltukların bitim yerlerinin arasındaki boşluğa eşittir. Uzunluklar birim cinsinden görseldeki gibidir.

Buna göre, x kaç birimdir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 x^2 - 8x + 45 &= 2 \cdot (3x - 2) \\
 x^2 - 14x + 49 &= 0 \\
 (x - 7)^2 &= 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 7 \\
 x &= 7
 \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

**İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLERİN
TAM KAREYE TAMAMLAMA
YÖNTEMİ İLE ÇÖZÜMÜ**

Eğer verilen denklem çarpanlara ayrılmıyorsa tam kareye tamamlayarak çözüm kümesi bulunabilir.

Örneğin;

- $x^2 + 2x - 4 = 0$ denklemi için,
 $(x + 1)^2 - 5 = 0$
 $(x + 1)^2 = 5$
 $x + 1 = \sqrt{5}$ veya $x + 1 = -\sqrt{5}$
 $x = \sqrt{5} - 1$ veya $x = -1 - \sqrt{5}$ dir.
Buradan denklemin çözüm kümesi,
 $\text{Ç.K} = \{\sqrt{5} - 1, -\sqrt{5} - 1\}$ dir.

- $x^2 + 2x + 4 = 0$ denklemi için,
 $(x + 1)^2 + 3 = 0$
 $(x + 1)^2 = -3$
 $(x + 1)^2 \geq 0$ olduğundan kök bulunamaz.
Buradan denklemin çözüm kümesi gerçekte sayılarda boş küme olup,
 $\text{Ç.K} = \{ \}$ dir.

? ÖRNEK 14.

$$x^2 - 8x + 14 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini tam kareye tamamlama yöntemi ile bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 (x - 4)^2 - 2 &= 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = 2 \\
 x - 4 &= \sqrt{2} \vee x - 4 = -\sqrt{2} \\
 x &= 4 + \sqrt{2} \vee x = 4 - \sqrt{2} \\
 \text{Ç.K} &= \{4 - \sqrt{2}, 4 + \sqrt{2}\}
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 15.

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$x \cdot (x - 2) + a \cdot (x - 2) = 0$$

denkleminin çözüm kümesi $\text{Ç.K} = \{b\}$ dir.

Buna göre, a - b farkı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

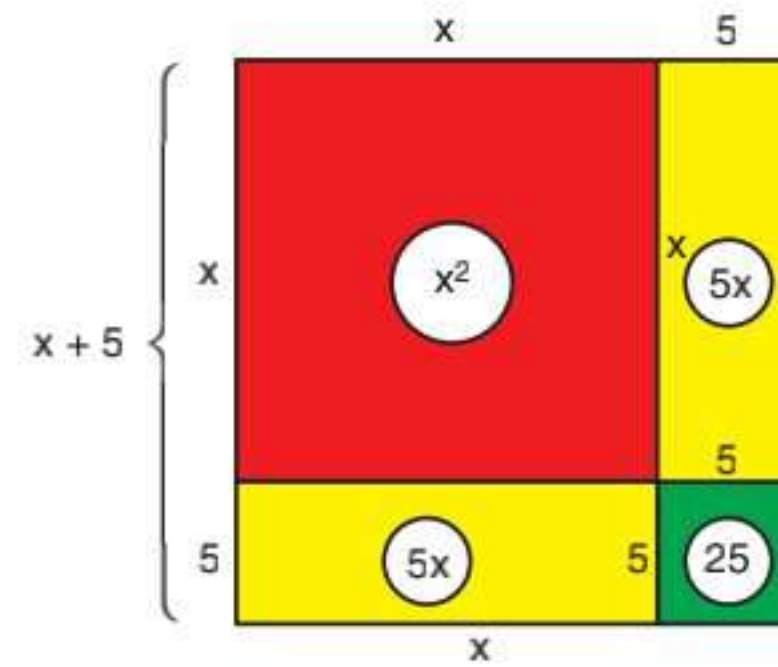
$$\begin{aligned}
 (x - 2) \cdot (x + a) &= 0 \\
 a &= -2 \quad \text{Ç.K} = \{2\} \\
 b &= 2 \\
 a - b &= -2 - 2 = -4
 \end{aligned}$$



NOT

Matematik biliminin bugünkü seviyesine gelmesinde önemli bir katkısı olan ve cebirin babası olarak anılan Harezmi'nin tam kareye tamamlama çözümünü geometrik olarak nasıl yaptığını görelim.

Harezmi $x^2 + 10x = 39$ denkleminin çözümünü geometrik olarak aşağıdaki gibi bulmuştur.



$$x^2 + 10x = 39 \text{ denklemini}$$

$$x^2 + 5x + 5x = 39$$

şeklinde düzenleyelim.

$$\begin{aligned}
 x^2 + 5x + 5x + 25 &= (x + 5)^2 \\
 39 + 25 &= (x + 5)^2 \\
 64 &= (x + 5)^2 \\
 8 &= x + 5 \\
 x &= 3 \text{ tür.}
 \end{aligned}$$

Harezmi geometrik olarak çözüm getirdiği bu yöntemle sadece pozitif köklere ulaşmıştır.

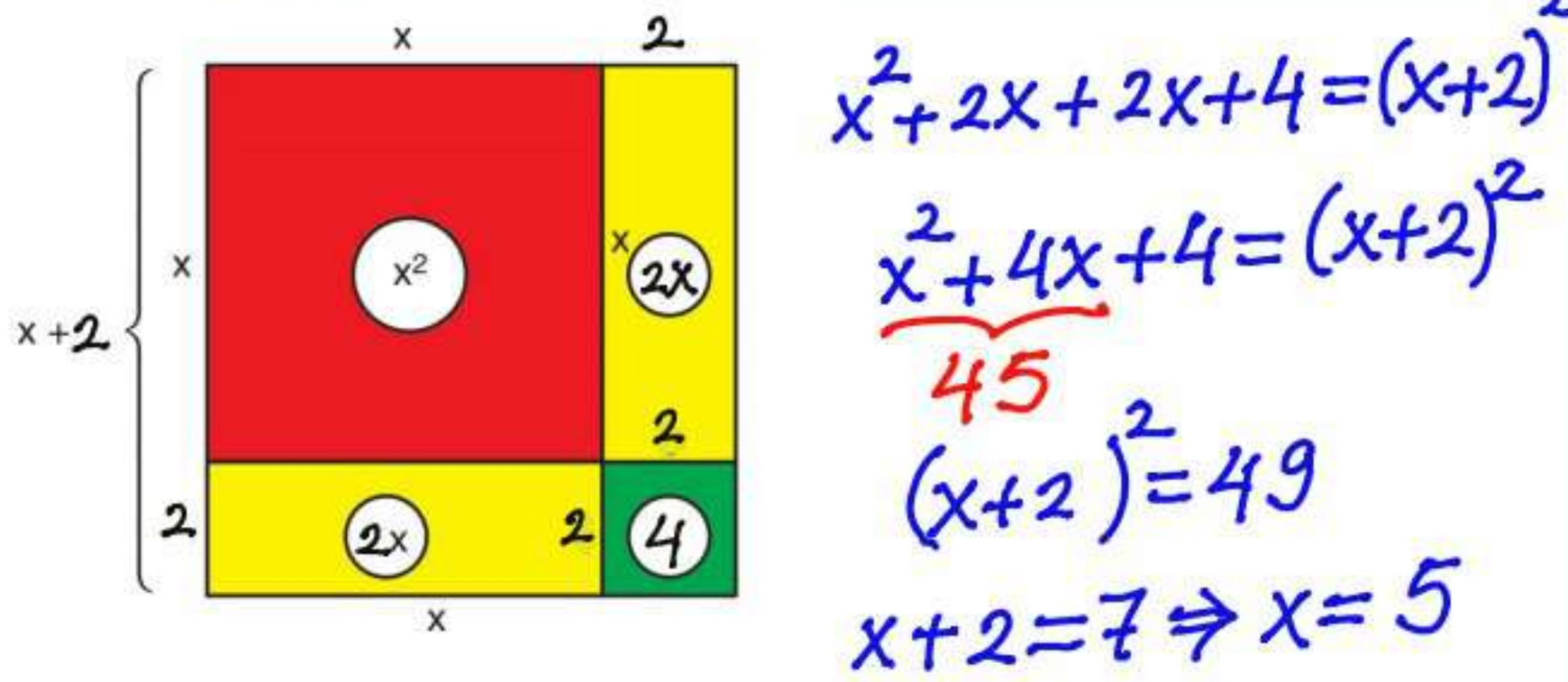
İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

ÖRNEK 16.

$$x^2 + 4x = 45$$

denkleminin pozitif kökünü geometrik olarak bulunuz.

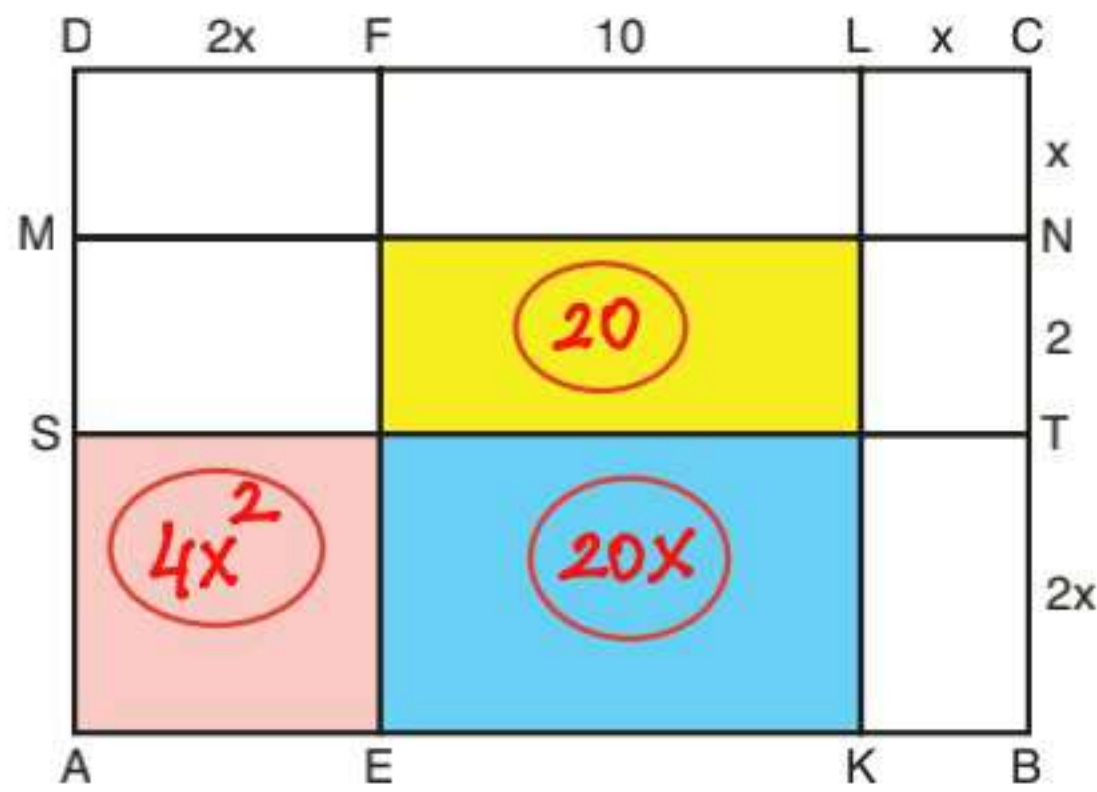
ÇÖZÜM



ÖRNEK 17.

ABCD bir dikdörtgendir.

[EF], [KL], [MN] ve [ST] dikdörtgenin kenarlarına paraleldir.



Taralı alanlar toplamı 31 birimkaredir.

Buna göre, x kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$4x^2 + 20x + 20 = 31$$

$$4x^2 + 20x - 11 = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 2x \quad \quad +11 \\ 2x \quad \quad -1 \end{array}$$

$$(2x+11) \cdot (2x-1) = 0$$

$$x = -\frac{11}{2} \vee x = \frac{1}{2}$$

(olamaz)



YANINDA BULUNSUN

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİNİ VEREN FORMÜL VE DİSKRİMİNANT KAVRAMI

Yukarıda anlatılan tam kareye tamamlama yöntemini genelleştirip ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin diskriminantını ve köklerini bulduran formülleri bulalım.

İSPAT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçek sayı olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \text{ parantezine alalım.})$$

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = 0 \quad (\text{Tam kare yapmak için } \frac{b^2}{4a^2} \text{ ekleyip çıkaralım.})$$

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Buradan $x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ veya

$$x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad (4a^2 > 0) \text{ olup,}$$

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ bulunur.}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ olarak ifade edilir.}$$

SONUÇ

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçek sayı olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerini veren bağıntıda $b^2 - 4ac$ ifadesine denklemin diskriminantı denir ve Δ (delta) ile gösterilir.

$\Delta = b^2 - 4ac$ olmak üzere,

- $\Delta > 0$ ise denklemin birbirinden farklı iki gerçek kökü vardır. Kökler, $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ formülleriyle bulunur.
- $\Delta = 0$ ise denklemin birbirine eşit (çakışık) iki kökü vardır. Kökler $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ formülü ile bulunur.
- $\Delta \geq 0$ ise denklemin iki reel kökü vardır.
- $\Delta < 0$ ise denklemin gerçek sayılardaki çözüm kümesi boş kümedir. Yani reel kökü yoktur.

? ÖRNEK 18.

$$2x^2 + 5x - 1 = 0$$

denkleminin diskriminantı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)$$

$$\Delta = 33$$

? ÖRNEK 19.

Aşağıda verilen denklemlerin gerçekte sayılardaki çözüm kümelerini formülleri kullanarak bulunuz.

a) $x^2 - 3x - 1 = 0$ $\Delta = 9 + 4 = 13$

b) $x^2 - \frac{4x}{3} + \frac{4}{9} = 0$ $\Delta = \frac{16}{9} - 4 \cdot \frac{4}{9} = 0$

c) $x^2 + 3x + 5 = 0$ $\Delta = 9 - 4 \cdot 5 = -11 < 0$

✓ ÇÖZÜM

a) $x_1 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

b) $x_1 = x_2 = -\frac{-\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$

c) $G \cdot K = \emptyset$

? ÖRNEK 20.

m bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - 4x + m = 0$$

denkleminin diskriminantı 44 olduğuna göre, denklemin büyük kökü kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{44}}{2}, \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{44}}{2}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{11}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{11}$$

Büyük kök $x_1 = 2 + \sqrt{11}$ dir.

? ÖRNEK 21.

a bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - 3x + 1 - a = 0$$

denkleminin birbirinden farklı iki gerçekte kökü olduğuna göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

✓ ÇÖZÜM

$\Delta > 0$ olmalı.

$$9 - 4 \cdot (1 - a) > 0 \Rightarrow 5 + 4a > 0$$

$$a > -\frac{5}{4}$$

$$\left(-\frac{5}{4}, \infty\right)$$

? ÖRNEK 22.

m bir gerçekte sayıdır.

$$(x + m)^2 = 3 \cdot (m - 2)$$

denkleminin çözüm kümesi bir elemanlıdır.

Buna göre, m kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

Denklem tam kare olmalı.

$$m - 2 = 0$$

$$m = 2$$

? ÖRNEK 23.

b bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 + bx - 12 = 0$$

denkleminin diskriminantı Δ dir.

$$-b + \sqrt{\Delta} = 6$$

olduğuna göre, b kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\Delta = b^2 + 48$$

$$(\sqrt{\Delta})^2 = (6 + b)^2 \Rightarrow \Delta = 36 + 12b + b^2$$

$$b^2 + 48 = 36 + 12b + b^2$$

$$12b = 12$$

$$b = 1$$

18. 33

19. a) $\left\{\frac{3 - \sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$ b) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ c) $\{\}$

20. $2 + \sqrt{11}$

21. $\left(-\frac{5}{4}, \infty\right)$

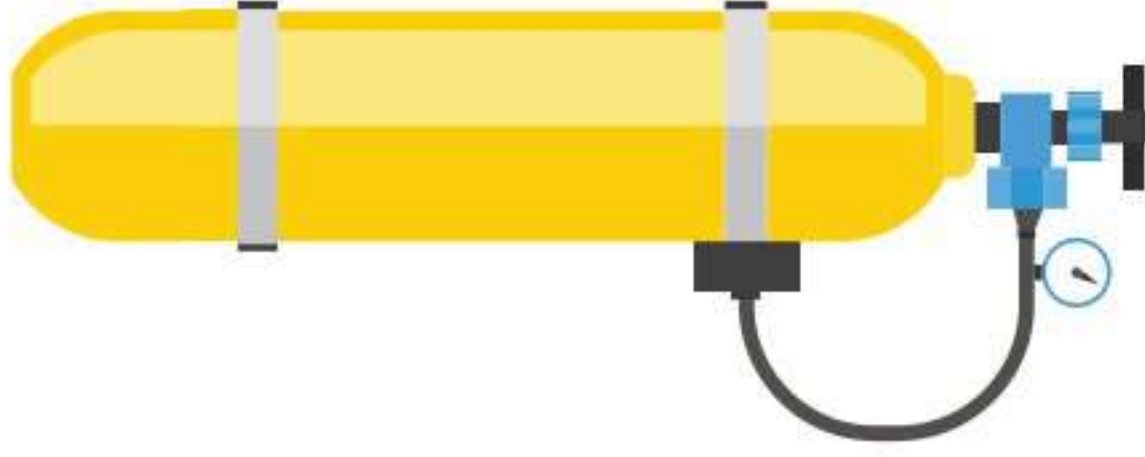
22. 2

23. 1

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

ÖRNEK 24.

Aşağıda yarıçapı r olan dik silindir biçiminde bir oksijen tüpü görseli verilmiştir.



Üretici firma, $\pi r^2 - a \cdot r + \frac{2}{\pi} = 0$ denklemine göre, yarıçapı farklı iki farklı tüp üreteceklerdir.

Buna göre a 'nın alabileceği en küçük doğal sayı değeri kaç olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \pi r^2 - a \cdot r + \frac{2}{\pi} &= 0 \\ \Delta > 0 \text{ olmalı.} \\ a^2 - 4 \cdot \pi \cdot \frac{2}{\pi} &> 0 \\ a^2 - 8 &> 0 \\ a \text{ en az } 3 \text{ olur.} \end{aligned}$$



NOT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayıdır.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminin köklerinin rasyonel olması için denklemin diskriminantının kök dışına çıkması gerekir.

ÖRNEK 25.

a bir doğal sayıdır.

Buna göre,

$$x^2 - 4x + a = 0$$

denkleminin köklerinin rasyonel olması için a 'nın alabileceği değerleri bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\Delta = 16 - 4a \text{ tam kare olmalıdır.} \\ (\Delta \geq 0)$$

↓
0
3
4



NOT

$a \neq 0, d \neq 0$ ve a, b, c, d, e, f birer gerçekte sayıdır.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$dx^2 + ex + f = 0$$

denklemlerinin ikişer kökü de ortak (çözüm kümeleri aynı) ise

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ dir.}$$

ÖRNEK 26.

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$3x^2 - ax + b + 1 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot x + a = 0$$

denklemlerinin çözüm kümeleri aynıdır.

Buna göre, b kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{3}{1} &= \frac{a}{2} = \frac{b+1}{a} \\ a &= 6, \quad b+1=18 \\ b &= 17 \end{aligned}$$



NOT

$a \neq 0, d \neq 0$ ve a, b, c, d, e, f birer gerçekte sayıdır.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$dx^2 + ex + f = 0$$

denklemlerinin birer kökü ortak ise x^2 li terimler yok edilir.

Bulunan x değeri her iki denklemin de köküdür.

ÖRNEK 27.

$$x^2 + (m - 5)x + 4 = 0 \text{ ve}$$

$$x^2 + (m + 5)x - 6 = 0$$

denklemlerinin birer kökü ortaktır.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$-10x + 10 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (ortak kök)}$$

$$1 + m - 5 + 4 = 0$$

$$m = 0$$



YANINDA BULUNSUN

Bazen ikinci dereceden olmayan denklemleri de ikinci dereceden denklemleri çözdüğümüz gibi çözebiliriz. Bu kısımda değişken değiştirme yöntemi ile ikinci dereceden olmayan denklemi önce ikinci dereceden denkleme dönüştürüp, sonra çözüm kümesini bulacağız.

ÖRNEK 28.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^2 = a$$

$$a^2 - 13a + 36 = 0 \Rightarrow (a - 4) \cdot (a - 9) = 0$$

$$a = 4 \vee a = 9$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 2, x = -2 \quad x = 3, x = -3$$

$$G.K = \{-3, -2, 2, 3\}$$

ÖRNEK 29.

x bir gerçekte sayıdır.

$$(x - 1)^2 - |x - 1| - 12 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$|x - 1| = a$$

$$a^2 - a - 12 = 0 \Rightarrow a = 4 \vee a = -3$$

$$-4$$

$$+3$$

$$|x - 1| = 4 \vee |x - 1| = -3$$

$$x - 1 = 4 \quad x - 1 = -4$$

$$x = 5$$

$$x = -3$$

$$G.K = \{-3, 5\}$$

ÖRNEK 30.

Matematik dersinde Ahmet isimli öğrenci,

$$\sqrt{x^2 - 12x + 36} = x^2$$

denklemini çözmek için aşağıdaki adımları uygulamıştır.

$$I. \sqrt{(x - 6)^2} = x^2$$

$$II. x - 6 = x^2 \rightarrow |x - 6| = x^2 \text{ olmalıydı.}$$

$$III. x^2 - x + 6 = 0$$

$$IV. \Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -23 < 0$$

V. Denklemin reel sayılarda çözüm kümesi boş kümedir.

Buna göre, Ahmet ilk olarak hangi adımda hata yapmıştır?

ÇÖZÜM

II. adımda hata yapılmıştır.

ÖRNEK 31.

$$\sqrt{3x - 5} + 3 = x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(\sqrt{3x - 5})^2 = (x - 3)^2 \quad (x - 3 \geq 0)$$

$$3x - 5 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x \neq 2 \vee x = 7$$

$$G.K = \{7\}$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

ÖRNEK 32.

$$\sqrt{x^3} = 16$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$6\sqrt{x^4} = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} = 16$$

$$\sqrt[3]{x} = 4 \quad \vee \quad \sqrt[3]{x} = -4$$

$$x = 64 \quad \vee \quad x = -64$$



YANINDA BULUNSUN

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMİN KÖKLERİ VE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

Bu kısımda çarpanlara ayırma bölümünde öğrendiğin özdeşlikleri bol bol kullanacağın için, bu özdeşlikleri tekrar etmeni öneriyoruz.

$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Kökler Toplamı	Kökler Çarpımı	Köklerin Pozitif Farkı
$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	$ x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a }$

formüllerini kullanacağız.

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{idi.}$$

O halde ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerini bulmadan kökler toplamını ve çarpımını nasıl hesaplayacağımızı görelim.

$$\bullet \quad x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\bullet \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a} \quad \text{olur.}$$

$$\bullet \quad |x_1 - x_2| = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

ÖRNEK 33.

$$x^2 - 3x - 5 = 0 \quad \Delta = 9 + 20 = 29$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre,

- a) $x_1 + x_2$
- b) $|x_1 - x_2|$
- c) $x_1 \cdot x_2$

ifadelerinin sonuçlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a) \quad x_1 + x_2 = 3$$

$$b) \quad |x_1 - x_2| = \sqrt{29}$$

$$c) \quad x_1 \cdot x_2 = -5$$

ÖRNEK 34.

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre,

$$a) \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

$$b) \quad x_1 \cdot x_2^2 + x_2 \cdot x_1^2$$

$$c) \quad x_1^2 + x_2^2$$

ifadelerini kökler toplamı ve kökler çarpımı cinsinden yazınız.

ÇÖZÜM

$$a) \quad \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$b) \quad x_1 \cdot x_2 (x_2 + x_1)$$

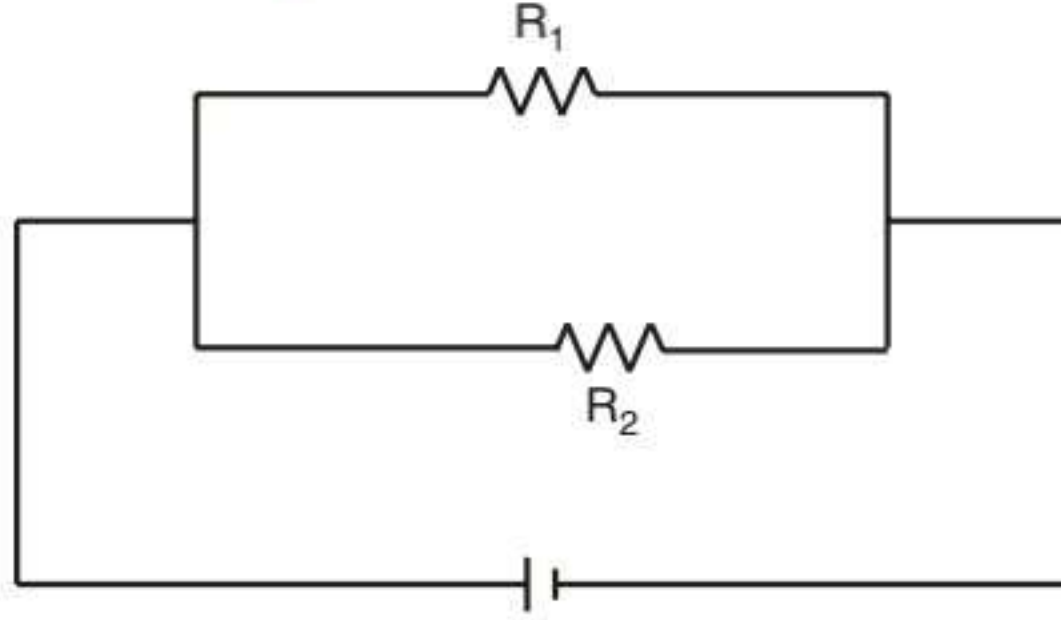
$$c) \quad x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$32. \{-64, 64\} \quad 33. a) 3 \quad b) \sqrt{29} \quad c) -5$$

$$34. a) \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \quad b) x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) \quad c) (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

? ÖRNEK 35.

Dirençlerin karşılıklı uçlarının birbirine bağlanmasıyla oluşan sisteme "Paralel Bağlama" denir.



Şekildeki 2 tane paralel bağlı direncin eşdeğer direnci,

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

toplamı ile hesaplanır.

R_1 ve R_2 dirençleri $x^2 - 12x + 18 = 0$ denkleminin kökleri olduğuna göre, eşdeğer direnci bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{12}{18} \Rightarrow R = \frac{3}{2}$$

? ÖRNEK 36.

m bir gerçekte sayıdır.

$$(m + 3) \cdot x^2 - (5m + 1)x + 2m - 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = \frac{1}{x_2}$ olduğuna göre, denkleminin kökler toplamını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\frac{2m-1}{m+3} = 1 \Rightarrow 2m-1 = m+3$$

$$m = 4$$

$$7x^2 - 21x + 7 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

? ÖRNEK 37.

$$2x^2 - 6x + 2k + 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 - 2x_2 = -9$$

olduğuna göre, k kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$- / x_1 - 2x_2 = -9$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$3x_2 = 12$$

$$x_2 = 4$$

$$32 - 24 + 2k + 1 = 0$$

$$2k = -9$$

$$k = -\frac{9}{2}$$

? ÖRNEK 38.

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$= 16 + 8$$

$$= 24$$

? ÖRNEK 39.

$$x^2 + (a - 2)x + 5 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 = \frac{1}{x_2 + 1}$$

olduğuna göre, a kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 = 1 \Rightarrow x_1 = -4$$

$$16 - 4a + 8 + 5 = 0$$

$$4a = 29$$

$$a = \frac{29}{4}$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

ÖRNEK 40.

$$x^2 - 10x + m - 1 = 0$$

denkleminin kökleri 2 ve 3 ile orantılıdır.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x_1 = 2k = 4$$

$$x_2 = 3k = 6$$

$$5k = 10$$

$$k = 2$$

$$m - 1 = 4 \cdot 6$$

$$m = 25$$

ÖRNEK 41.

m bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 + (m - 3)x + 9 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\sqrt{x_1} - \frac{1}{\sqrt{x_2}} = 1$$

olduğuna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\sqrt{x_1 \cdot x_2} - 1 = \sqrt{x_2}$$

$$\sqrt{x_2} = 2 \Rightarrow x_2 = 4$$

$$16 + 4m - 12 + 9 = 0$$

$$4m = -13$$

$$m = -\frac{13}{4}$$



YANINDA BULUNSUN

$a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin simetrik iki reel kökü var ise $b = 0$ ve $a \cdot c < 0$ olmalıdır.

ÖRNEK 42.

$$(a - 1) \cdot x^2 - (a^2 - 1)x + 7 = 0$$

denkleminin simetrik iki reel kökü olduğuna göre, köklerin çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a^2 - 1 = 0 \text{ ve } 7 \cdot (a - 1) < 0$$

$$a \neq 1 \quad a = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{a - 1} = -\frac{7}{2}$$

ÖRNEK 43.

$$2x^2 - ax + 1 - a = 0$$

denkleminin zıt işaretli iki kökü vardır.

Buna göre, a sayısı hangi aralıktadır?

ÇÖZÜM

$$x_1 \cdot x_2 < 0$$

$$\frac{1 - a}{2} < 0$$

$$a > 1$$

$$(1, \infty)$$



NOT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer rasyonel sayı olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerinden biri $m - \sqrt{n}$ ise diğer kökü $m + \sqrt{n}$ olmak zorundadır.

ÖRNEK 44.

m ve n birer rasyonel sayıdır.

$$x^2 + 2mx - n = 0$$

denkleminin köklerinden biri $\sqrt{5} + 1$ dir.

Buna göre, m • n çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x_1 = 1 + \sqrt{5}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$-2m = 2$$

$$m = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4$$

$$-n = -4$$

$$n = 4$$

$$m \cdot n = -4$$

ÖRNEK 45.

	Kökleri
$x^2 + mx + n = 0$	x_1 ve -3
$x^2 - ax + k = 0$	x_1 ve 2
I. $\frac{n}{k}$ oranını bulunuz.	
II. $m + a$ toplamını bulunuz.	

Matematik dersinde tahtaya yazılan yukarıdaki görseldeki soruları cevaplayınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ll} \text{I. } -3 \cdot x_1 = n & \text{II. } -x_1 - 3 = -m \\ 2 \cdot x_1 = k & x_1 + 2 = a \\ \frac{n}{k} = -\frac{3}{2} & 5 = m + a \end{array}$$

ÖRNEK 46.

a pozitif bir gerçekte sayıdır.

$$3x^2 - 3ax - a = 0$$

denklemini veriliyor.

Buna göre,

- Denklemin gerçekte sayılarda çözüm kümesi boş küme-
dir. $\checkmark$
- Denklemin kökler çarpımı negatiftir. $\checkmark$
- Denklemin kökler toplamı pozitiftir. $\checkmark$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} \Delta = 9a^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-a) \\ \Delta = 9a^2 + 12a > 0 \quad \text{farklı iki kök vardır.} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{a}{3} < 0 \\ x_1 + x_2 = a > 0 \end{array}$$



YANINDA BULUNSUN

KÖKLERİ VERİLEN İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN YAZILIŞI

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

eşitliğinin her iki tarafını a ile bölelim.

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{-b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{ve} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{olduğundan;}$$

$$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

denklemini elde edilir.

$$x_1 + x_2 = T \quad \text{ve} \quad x_1 \cdot x_2 = Ç \quad \text{denilirse,}$$

Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem,

$$x^2 - Tx + Ç = 0 \quad \text{şeklinde yazılır.}$$

Örneğin;

Kökleri $x_1 = 7$ ve $x_2 = -2$ olan ikinci dereceden denklem,

$$T = x_1 + x_2 = 5 \quad \text{ve}$$

$$Ç = x_1 \cdot x_2 = -14 \quad \text{olduğundan,}$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

şeklinde bulunur.



ÖRNEK 47.

Aşağıda kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemin kökler toplamı ve çarpımı verilmiştir.

$$x_1 + x_2 = 8$$

$$x_1 \cdot x_2 = 12 \quad \text{dir.}$$

Buna göre,

- Kökleri x_1 ve x_2
- Kökleri $-x_1$ ve $-x_2$
- Kökleri $x_1 + 1$ ve $x_2 + 1$
- Kökleri $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$

olan ikinci derece denklemleri yazınız.

$$45. \text{ a) } \frac{-3}{2} \quad \text{b) } 5 \quad 46. \text{ II ve III}$$

$$47. \text{ I. } x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$\text{II. } x^2 + 8x + 12 = 0$$

$$\text{III. } x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\text{IV. } 12x^2 - 8x + 1 = 0$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

✓ ÇÖZÜM

$$I. x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$II. T = -8, Q = 12$$

$$x^2 + 8x + 12$$

$$III. T = x_1 + x_2 + 2 = 10, Q = x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 + 1 = 21$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$IV. T = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{8}{12} \quad Q = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{12}$$

$$x^2 - \frac{8}{12}x + \frac{1}{12} = 0 \Rightarrow 12x^2 - 8x + 1 = 0$$

? ÖRNEK 48.

Köklerinden biri $2\sqrt{2} - 1$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$x_1 = -1 + 2\sqrt{2}, x_2 = -1 - 2\sqrt{2}$$

$$T = x_1 + x_2 = -2, Q = x_1 \cdot x_2 = -7$$

$$x^2 + 2x - 7 = 0$$

? ÖRNEK 49.

Çözüm kümesi $\mathcal{C} = \left\{\frac{3}{4}\right\}$ olan ikinci derece denklemi bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$x_1 = x_2 = \frac{3}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

? ÖRNEK 50.

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad x_1, x_2$$

denkleminin köklerinin 2 katının 1 eksiğini kök kabul eden ikinci derece denklemi bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$T = 2(x_1 + x_2) - 2 \quad Q = 4x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1$$

$$T = -8 \quad Q = 11$$

$$x^2 + 8x + 11 = 0$$



NOT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer rasyonel sayı olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

- Kökleri $x_1 + k$ ve $x_2 + k$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulmak için x yerine $x - k$
- Kökleri $x_1 - k$ ve $x_2 - k$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulmak için x yerine $x + k$ yazılır.

? ÖRNEK 51.

a ve b birer gerçektektir.

$$x^2 + ax + b = 0$$

denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{-1, 5\}$ tir.

Buna göre,

$$(x + 2)^2 + a \cdot (x + 2) + b = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\underbrace{x_1 - 2}_{-1} = -3, \quad \underbrace{x_2 - 2}_5 = 3$$

$$G.K = \{-3, 3\}$$



NOT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçel sayı olmak üzere,
 $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ise bu denklemin gerçel sayılarda çözüm kümesi boş kümedir.

Örneğin; $x^2 + 1 = 0$ denkleminin reel kökü yoktur.

Çünkü $x^2 + 1 = 0$ ise $x^2 = -1$ dir. Karesi -1 olan bir reel sayı olmadığından bu tip denklemlerin çözümünü mümkün kılan reel sayılar kümesini de kapsayan yeni bir küme tanımlayalım.

TANIM

a ve b birer gerçel sayıdır. i sanal sayı birimi ($i^2 = -1$) olmak üzere, $z = a + bi$ şeklindeki sayılara karmaşık sayılar, bu sayıların oluşturduğu kümeye ise "**Karmaşık Sayılar Kümesi**" denir ve $\mathbb{C}$ sembolü ile gösterilir.

Karmaşık sayılar kümesi,

$\mathbb{C} = \{z \mid z = a + bi \text{ ve } a, b \in \mathbb{R}, i = \sqrt{-1}\}$ şeklindedir.

- $z = a + bi$ karmaşık sayısında a sayısına z karmaşık sayısının "**Gerçek (reel) Kısmı**" denir ve $\text{Re}(z) = a$ şeklinde gösterilir.
- b sayısına z karmaşık sayısının "**İmajiner (sanal) Kısmı**" denir ve $\text{Im}(z) = b$ ile gösterilir.



ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen karmaşık sayıların gerçel ve sanal (imajiner) kısımlarını bulunuz.

- $z_1 = 2 - 7i$
- $z_2 = -\sqrt{5}$
- $z_3 = 3i$



ÇÖZÜM

- $\text{Re}(z_1) = 2, \text{Im}(z_1) = -7$
- $\text{Re}(z_2) = -\sqrt{5}, \text{Im}(z_2) = 0$
- $\text{Re}(z_3) = 0, \text{Im}(z_3) = 3$



ÖRNEK 2.

$z = 3 - 2i$ ve $w = 2 - 7i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $2\text{Re}(z) - \text{Im}(w)$ farkı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & 2 \cdot \underbrace{\text{Re}(z)}_3 - \underbrace{\text{Im}(w)}_{-7} \\ & 6 + 7 = 13 \end{aligned}$$



ÖRNEK 3.

$$z = \sqrt{169} - \sqrt{-9}$$

karmaşık sayısı için, $\text{Re}(z) + \text{Im}(z)$ toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} z &= 13 - 3i \\ \text{Re}(z) + \text{Im}(z) &= 13 - 3 = 10 \end{aligned}$$



ÖRNEK 4.

x ve y birer gerçel sayıdır.

$$z_1 = x + y - 2i \text{ ve}$$

$$z_2 = 5i + 2x - y$$

karmaşık sayıları veriliyor.

$$\text{Re}(z_1) = \text{Im}(z_2)$$

$$\text{Re}(z_2) = \text{Im}(z_1)$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x + y &= 5 \\ + \quad 2x - y &= -2 \\ \hline x &= 1 \\ y &= 4 \end{aligned} \quad x \cdot y = 4$$

1. a) $\text{Re}(z_1) = 2$ $\text{Im}(z_1) = -7$	b) $\text{Re}(z_2) = -\sqrt{5}$ $\text{Im}(z_2) = 0$	c) $\text{Re}(z_3) = 0$ $\text{Im}(z_3) = 3$
2. 13	3. 10	4. 4

KARMAŞIK SAYILAR

ÖRNEK 5.

Matematik dersinde Ali ve Ayşe'ye aynı soru sorulmuştur.

Ali	Ayşe
$\sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4}$	$\sqrt{-9 \cdot -4}$
$= 3i \cdot 2i$	$= \sqrt{(-9) \cdot (-4)}$
$= 6i^2$	$= \sqrt{36}$
$= -6$	$= 6$

Yukarıdaki işlemleri yapan Ali ve Ayşe'nin bulduğu şemalardan hangisi doğrudur? Nedenini açıklayınız.

ÇÖZÜM

- Ali'nin işlemi doğrudur.
- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ eşitliğinin sağlanması için a ve b'nin pozitif gerçektek sayı olması gerekir.

ÇÖZÜM

a) $i^1 + i^0 = i + 1$

b) $1 + i - 1 - i + \dots + i^{100} \rightarrow 100 \text{ terim var} \quad \text{sonuç} = 0$

c) $i^{-15+16} + i^{-18+20} = i^1 + i^2 = i - 1$

ÖRNEK 7.

n bir sayma sayıdır.

i sanal sayı birimi olmak üzere,

$$i^{4n+7} - i^{16n-1}$$

farkının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$i^{4n+4} \cdot i^3 - i^{16n} \cdot i^{-1+4} = i^3 - i^3 = 0$$



YANINDA BULUNSUN

i Sayısının Kuvvetleri

$$\begin{aligned} i^0 &= 1 \\ i^1 &= i \\ i^2 &= -1 \\ i^3 &= i^2 \cdot i = -i \\ i^4 &= i^2 \cdot i^2 = 1 \\ i^5 &= i^4 \cdot i = i \\ i^6 &= i^5 \cdot i = -1 \\ i^7 &= i^6 \cdot i = -i \\ i^8 &= i^7 \cdot i = 1 \end{aligned}$$

$K \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$i^{4K} = i^0 = i^4 = i^8 = 1$$

$$i^{4K+1} = i = i^5 = i^9 = \dots$$

$$i^{4K+2} = i^2 = i^6 = i^{10} = \dots$$

$$i^{4K+3} = i^3 = i^7 = i^{11} = \dots$$

ÖRNEK 6.

i sanal sayı birimi olmak üzere, aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

- $i^{17} + i^{20} = ?$
- $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{100} = ?$
- $i^{-15} + i^{-18} = ?$

ÖRNEK 8.

i sanal sayı birimi olmak üzere,

$$P(x) = 3 \cdot x^6 - 2x^2 - 1$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, P(x) polinomunun x + i ile bölümünden kalanı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} P(-i) &= 3 \cdot \frac{i^6}{-1} - 2 \cdot \frac{i^2}{-1} - 1 \\ &= -3 + 2 - 1 \\ &= -2 \end{aligned}$$

5. • Ali'nin işlemi doğrudur.

• $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ eşitliğinin sağlanması için a ve b'nin pozitif gerçektek sayı olması gerekir.

6. a) 1 + i b) 0 c) i - 1

7. 0

8. -2

YANINDA BULUNSUN

BİR KARMAŞIK SAYININ EŞLENİĞİ

a ve b birer gerçekte sayı ve $z = a + bi$ olmak üzere, z karmaşık sayısının sanal kısmının işareti değiştirilerek oluşturulan $a - bi$ karmaşık sayısına $a + bi$ "Karmaşık Sayısının Eşleniği" denir ve $\bar{z} = a - bi$ şeklinde gösterilir.

Ayrıca $\overline{(\bar{z})} = z$ dir.

ÖRNEK 9.

Aşağıdaki karmaşık sayıların eşleniklerini bulunuz.

- a) $z_1 = -1 + 6i$
- b) $z_2 = -12$
- c) $z_3 = 4i$

ÇÖZÜM

- a) $\bar{z}_1 = -1 - 6i$
- b) $\bar{z}_2 = -12$
- c) $\bar{z}_3 = -4i$

ÖRNEK 10.

$$z = \sqrt[3]{-m-18} + \sqrt{-m}$$

karmaşık sayısının eşleniğinin sanal kısmı -3 'tür.

Buna göre, z karmaşık sayısının reel kısmı kaçtır?

ÇÖZÜM

$m=9$ olmalı.

$$z = \sqrt[3]{-27} + \sqrt{-9}$$

$$z = -3 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -3 - 3i$$

$$\operatorname{Re}(z) = -3$$



NOT

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde $\Delta < 0$ ise denklemin sanal kökü vardır.

Kökler; $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ olup birbirinin eşleniğidir.

ÖRNEK 11.

i sanal sayı birimi olmak üzere, a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$x^2 + ax + b = 0$$

denkleminin köklerinden biri $\frac{2+3i}{4}$ tür.

Buna göre, denklemin diğer kökünü bulunuz.

ÇÖZÜM

$$z_1 = \frac{2+3i}{4} \Rightarrow z_2 = \frac{2-3i}{4}$$

ÖRNEK 12.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

denkleminin karmaşık sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\Delta = 1 - 4 = -3$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}, x_2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \quad (\sqrt{-3} = i\sqrt{3})$$

$$C.K = \left\{ \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right\}$$



NOT

- Karmaşık sayılarda toplama ve çıkarma işlemi yapılırken reel kısımlar kendi aralarında, imajiner kısımlar kendi aralarında toplanıp çıkarılır.

$$z_1 = a + bi$$

$$z_2 = c + di$$

$$z_1 + z_2 = (a + c) + i(b + d)$$

$$z_1 - z_2 = (a - c) + i(b - d)$$

- Karmaşık sayılarda çarpma işlemi polinomlardaki çarpma işlemi ile aynı şekilde yapılır.

$$z_1 = a + bi$$

$$z_2 = c + di$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di)$$

$$= ac + adi + bci - bd \text{ olur.}$$

- $z_1 = a + bi$ ve $z_2 = x + yi$ olmak üzere, $z_1 = z_2$ ise $a = x$ ve $b = y$ dir.

$$9. a) \bar{z}_1 = -1 - 6i \quad b) \bar{z}_2 = -12 \quad c) \bar{z}_3 = -4i$$

$$10. -3$$

$$11. \frac{2-3i}{4}$$

$$12. \left\{ \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right\}$$

KARMAŞIK SAYILAR

? ÖRNEK 13.

i sanal sayı olmak üzere,
 $z = 1 + 5i$ olduğuna göre,
 $\text{Re}(z + \bar{z}) + \text{Im}(z - \bar{z})$
 toplamının sonucunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} z = 1 + 5i &\Rightarrow \bar{z} = 1 - 5i \\ z + \bar{z} &= 2 \quad z - \bar{z} = 10i \\ \text{Re}(z + \bar{z}) &= 2 \quad \text{Im}(z - \bar{z}) = 10 \\ 2 + 10 &= 12 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 14.

$z = a + bi$ olmak üzere,
 $i \cdot \bar{z} = 8 + 3i$
 olduğuna göre, z karmaşık sayısını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} z = a + ib &\Rightarrow \bar{z} = a - ib \\ i \cdot (a - ib) &= 8 + 3i \\ ai + b &= 8 + 3i \\ a = 3, \quad b &= 8 \\ z &= 3 + 8i \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

i sanal sayı olmak üzere,
 $(1 + i)^2 = 2i$
 $(1 - i)^2 = -2i$

? ÖRNEK 15.

i sanal sayı birimi olmak üzere,
 a) $(1 + i)^{10}$
 b) $(1 - i)^5$
 işlemlerinin en sade hallerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & ((1+i)^2)^5 = (2i)^5 = 32i \\ \text{b)} \quad & \underbrace{((1-i)^2)^2}_{-2i} \cdot (1-i) = -4 \cdot (1-i) \\ & = -4 + 4i \end{aligned}$$

? ÖRNEK 16.

i sanal sayı birimidir.
 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{12}$
 işleminin sonucunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\left[\frac{(1-i)^2}{(1+i)^2}\right]^6 = \left(\frac{-2i}{2i}\right)^6 = (-1)^6 = 1$$

? ÖRNEK 17.

i sanal sayı birimidir.
 $(2i - 2)^{18}$
 ifadesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & 2^{18} \cdot (1-i)^{18} \\ & 2^{18} \cdot \underbrace{[(1-i)^2]^9}_{-2i} = -2^{27} \cdot i \end{aligned}$$

- 1.
- $a \neq 0$
- olmak üzere,

$$x^2 + ax + a = 0$$

denkleminin kökleri çakışiktır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 9 E) 16

$$\Delta = 0 \text{ olmalı}$$

$$\Delta = a^2 - 4a = 0$$

$$a \neq 0 \vee a = 4$$

2. $\frac{x+3}{8} = \frac{2}{x-3}$

denkleminin köklerin çarpımı kaçtır?

- A) -25 B) -16 C) 4 D) 16 E) 25

$$x^2 - 9 = 16$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = -25$$

3. $2x^2 - 3x + 6 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C)
- $\frac{1}{2}$
- D)
- $\frac{1}{4}$
- E)
- $\frac{2}{3}$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{3/2}{6/2} = \frac{1}{2}$$

4. $x^2 - 3x - 1 = 0$

denkleminin diskriminantı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

$$\Delta = 9 - 4 \cdot (-1)$$

$$\Delta = 13$$

- 5.
- $\bar{z}$
- ,
- z
- karmaşık sayısının eşleniği olmak üzere,

$$z = \sqrt{-49} + \sqrt[3]{-8}$$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre,

$$\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(\bar{z})$$

toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -5 D) 7 E) 9

$$z = 7i - 2$$

$$\bar{z} = -2 - 7i$$

$$(-2) + (-7) = -9$$

6. $x^2 - 2x - 10 = 0$

denkleminin köklerinden biri x_1 dir.Buna göre, $\frac{x_1^2 - 2x_1}{5}$ oranı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

$$x_1^2 - 2x_1 - 10 = 0$$

$$x_1^2 - 2x_1 = 10$$

$$\frac{10}{5} = 2$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER-KARMAŞIK SAYILAR - Test I

7. $x^2 - 6x + m \cdot n = 0$

denkleminin diskriminantı 40'dır.

Buna göre, denklemin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -1 D) 3 E) 6

$$\Delta = 36 - 4 \cdot (m \cdot n) = 40$$

$$m \cdot n = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = m \cdot n = -1$$

8. i sanal sayı olmak üzere,

$$i^{41} - 2 \cdot i^{-13} + i^3$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-3i$ B) $-2i$ C) $-i$ D) i E) $2i$

$$i^1 - 2 \cdot \frac{i^3}{-i} + \frac{i^3}{-i}$$

$$i + 2i - i = 2i$$

9. $x^2 - 2x - 7 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ olan ikinci derece denk-

lem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7x^2 + 2x - 1 = 0$ B) $7x^2 + 2x + 1 = 0$
C) $7x^2 - 2x - 1 = 0$ D) $2x^2 - 7x + 1 = 0$

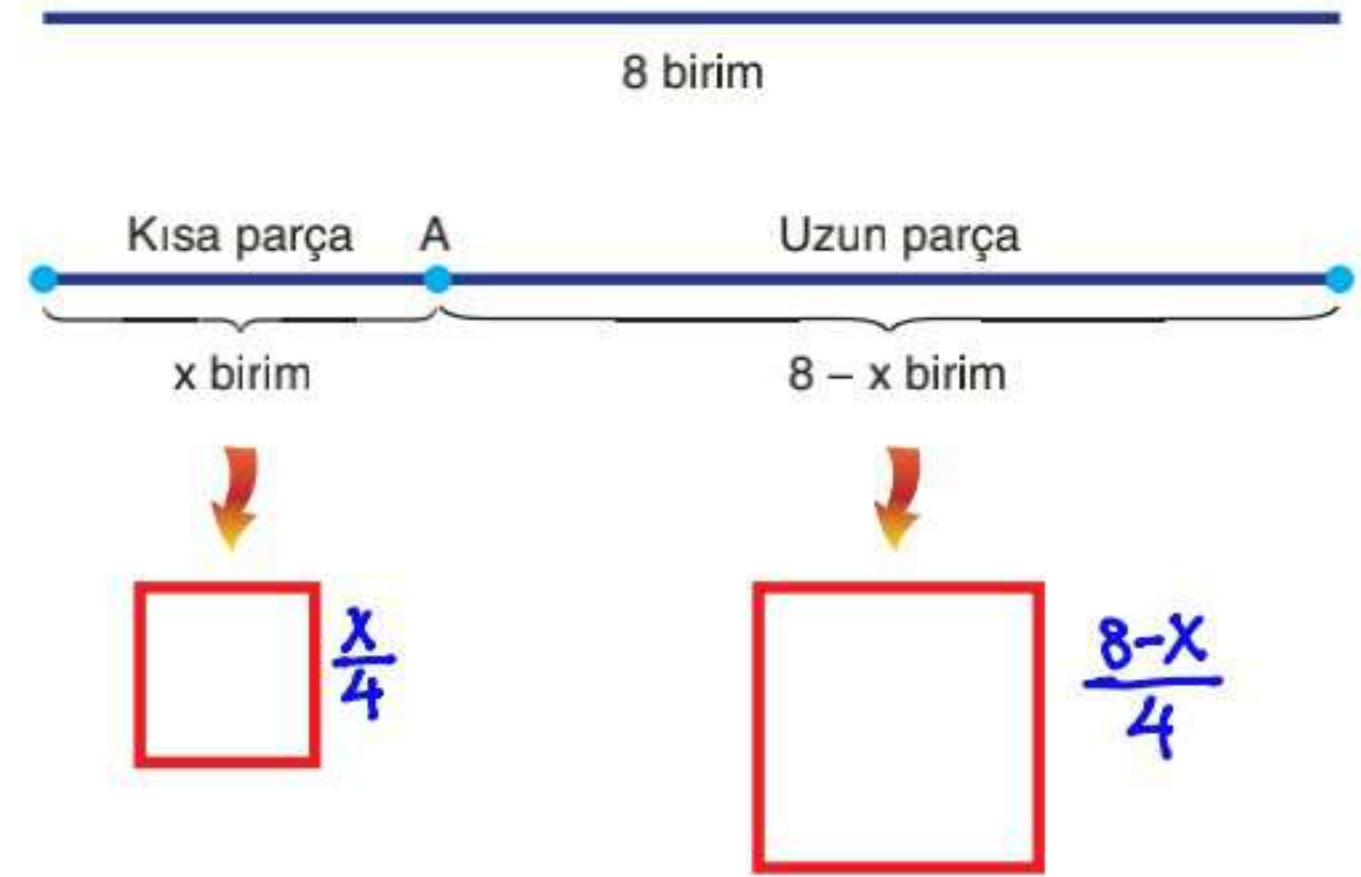
E) $2x^2 + 7x - 1 = 0$

$$T = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-2}{-7} \quad q = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{1}{7}$$

$$x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{1}{7} = 0$$

$$7x^2 + 2x - 1 = 0$$

10. Aşağıda, 8 birim uzunluğunda bir tel görseli verilmiştir.



Tel A noktasından kesilerek kısa ve uzun parçanın her birinden birer kare oluşturuluyor.

Oluşturulan karelerin alanları toplamı $\frac{17}{8}$ birimkare

olduğuna göre, oluşan karelerin birer kenarlarının çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{5}{8}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{9}{4}$

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{8-x}{4}\right)^2 = \frac{17}{8}$$

$$x^2 + 64 - 16x + x^2 = 34$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x=3 \vee x=5$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

11. m ve n birer gerçektir.

$$mx^2 - 3x + n + 9 = 0$$

denkleminin köklerinden biri 3'tür.

Buna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?

- A) -9 B) -3 C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{9}$ E) 9

$$9m - 9 + n + 9 = 0$$

$$n = -9m \Rightarrow \frac{n}{m} = -9$$

12. i sanal sayı birimdir.

$$x < 0 < y \text{ ve}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y-x} = 3i + 4$$

olduğuna göre, y kaçtır?

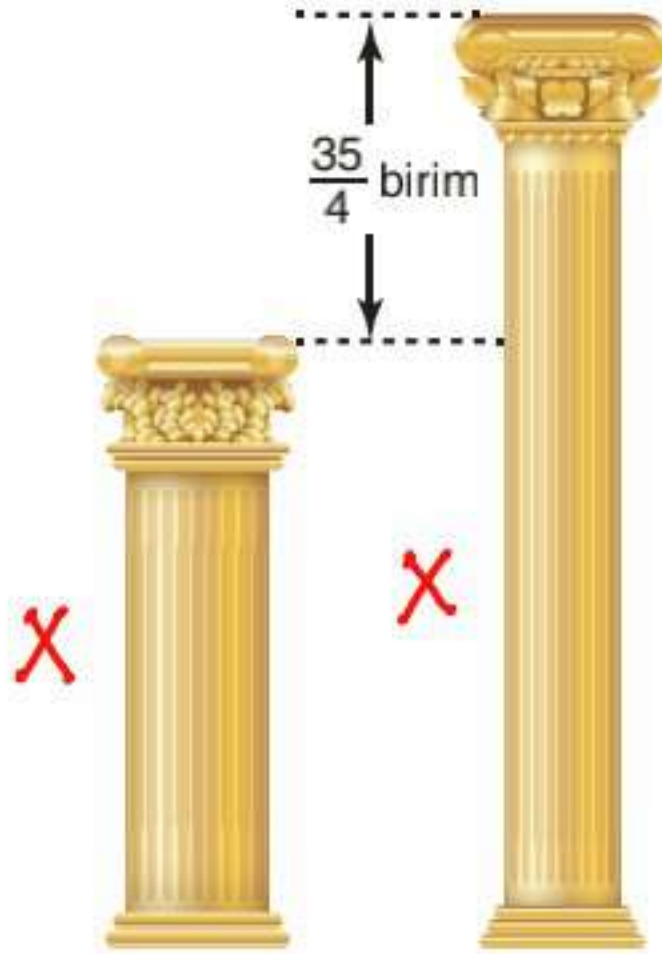
- A) 16 B) 12 C) 11 D) 9 E) 7

$$i\sqrt{-x} + \sqrt{y-x} = 3i + 4$$

$$x = -9 \quad y - x = 16 \Rightarrow y = 7$$

1. B	2. A	3. C	4. D	5. A	6. D
7. C	8. E	9. A	10. D	11. A	12. E

1. Aşağıda bir müzede sergilenmekte olan iki sütun görseli verilmiştir.



Sağdaki sütunun boyu soldaki sütunun boyunun karesine eşittir.

Buna göre, sağdaki sütunun boyu kaç birimdir?

- A) 13 B) $\frac{25}{2}$ C) $\frac{49}{4}$ D) 12 E) $\frac{45}{4}$

$$x + \frac{35}{4} = x^2$$

$$x^2 - x - \frac{35}{4} = 0$$

$$4x^2 - 4x - 35 = 0$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$\frac{35}{4} + \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$$

2. i sanal sayı olmak üzere,

$$P(i \cdot x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(-1)$ kaçtır?

- A) $-i$ B) i C) 0 D) 1 E) -1

$$x=i \text{ için } P(-1) = 1 + i - 1 - i + \dots + i^{10}$$

$$\frac{11 \overline{) 4}}{2} = 3$$

$$1 + i - 1 = i$$

3. a bir gerçekte sayıdır.

$$9x^2 - 12x + a = 0$$

denkleminin birbirine eşit iki kökü vardır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

$$\Delta = 0$$

$$144 - 4 \cdot 9 \cdot a = 0 \Rightarrow a = 4$$

4. a bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - ax + 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $x_1 + 1$ ve $x_2 + 1$ olan ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - x(a + 1) + a + 1 = 0$

B) $x^2 + x(a + 1) + a + 1 = 0$

C) $x^2 + x(a + 2) + a + 2 = 0$

☒ D) $x^2 - x(a + 2) + a + 2 = 0$

E) $x^2 - x(a + 2) + a = 0$

$$T = x_1 + x_2 + 2 = a + 2$$

$$G = x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = a + 2$$

$$x^2 - (a + 2)x + a + 2 = 0$$

5. a bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - ax + 72 = 0$$

denkleminin kökleri tam sayı olup bu kökler x_1 ve x_2 dir.

$$\text{EBOB}(x_1, x_2) = 3$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 32 B) 30 C) 28 ☒ D) 27 E) 24

$$x_1 = 3m, x_2 = 3n \text{ } m \text{ ile } n \text{ aralarında asal}$$

$$9mn = 72$$

$$m \cdot n = 8$$

$$1 \cdot 8$$

$$x_1 + x_2 = 3 + 24$$

$$a = 27$$

6. $x^2 - 5 \cdot x + 3 = 0$

denkleminin kökleri a ve b 'dir.

$$a \cdot b^2 - a - b = 4$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 ☒ E) 3

$$\frac{a \cdot b}{3} - \frac{(a + b)}{5} = 4$$

$$b = 3$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER-KARMAŞIK SAYILAR - Test 2

7. $2x^2 - \sqrt{6} \cdot x + a - 2 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1 \cdot x_2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 ☒ D) 5 E) 7

$$\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = \frac{a-2}{2}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{a-2}{2} \Rightarrow a-2=3$$

$$a=5$$

8. m bir gerçekte sayı ve i sanal sayı birimi olmak üzere,

$$z = (m - 1) + (m + 2)i$$

karmaşık sayı veriliyor.

$$\text{Im}(\bar{z}) - \text{Re}(z) = 9$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -6 ☒ B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

$$\bar{z} = (m-1) - (m+2)i$$

$$-m-2-(m-1)=9$$

$$-2m-1=9 \Rightarrow -2m=10$$

$$m=-5$$

9. $2x^2 - (x_1 + x_2 + 3) \cdot x + x_1 + x_2 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, denklemin kökler çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) $-\frac{2}{3}$ ☒ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$$x_1 + x_2 = \frac{x_1 + x_2 + 3}{2}$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2}$$

10. i sanal sayı olmak üzere, $m < 0 < n$ dir.

Buna göre,

I. $\sqrt{n-m}$ karmaşık sayıdır.

II. $\sqrt{m}$ karmaşık sayıdır.

III. $i^{10} \cdot \sqrt{n}$ reel sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) Yalnız III ☒ E) I, II ve III

$$m = -4 \text{ ve } n = 4 \text{ olsun}$$

I. $\sqrt{n-m} = \sqrt{8}$ her reel sayı karmaşık sayı

$$\text{II. } \sqrt{-4} = 2i \in \mathbb{C}$$

$$\text{III. } i^{10} \cdot \sqrt{4} = i^2 \cdot 2 = -2 \in \mathbb{R}$$

11. n bir sayma sayı olmak üzere,

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 \text{ dir.}$$

$$x^2 - (n+1)! \cdot x + (n-1)! = 0$$

olduğuna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ toplamının sonucu aşağıdaki-

lerden hangisine eşittir?

- A) $n^2 - n$ B) n ☒ C) $n^2 + n$ D) $n!$ E) $n + 1$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = (n+1) \cdot n$$

$$= n^2 + n$$

1. C	2. B	3. B	4. D	5. D	6. E
7. D	8. B	9. D	10. E	11. C	

1. İki farklı gerçek kökü olan,

$$x^2 - \Delta x + 5 = 0$$

denkleminin diskriminantı Δ olduğuna göre, Δ kaçtır?

- A) 2 B) 4 ☒ C) 5 D) 6 E) 10

$$\Delta = \Delta^2 - 4 \cdot 5$$

$$\Delta^2 - \Delta - 20 = 0$$

-5 4

$$\Delta = 5 \vee \Delta = -4$$

2. a sıfırdan farklı bir gerçel sayıdır.

$$x^2 - 3ax + 4a = 0$$

denkleminin kökler oranı 2'dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 1 ☒ D) 2 E) 4

$$\frac{x_1}{x_2} = 2 \Rightarrow x_1 = 2x_2$$

$$3x_2 = 3a \Rightarrow x_2 = a$$

$$a^2 - 3a^2 + 4a = 0$$

$$2a^2 = 4a \Rightarrow a = 2$$

3. m ve n birer gerçel sayıdır.

$$2x^2 - 3x + m = 0$$

$$mx^2 - x + n = 0$$

denkleminin çözüm kümeleri aynıdır.

Buna göre, n kaçtır?

- A) 5 ☒ B) $\frac{2}{9}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

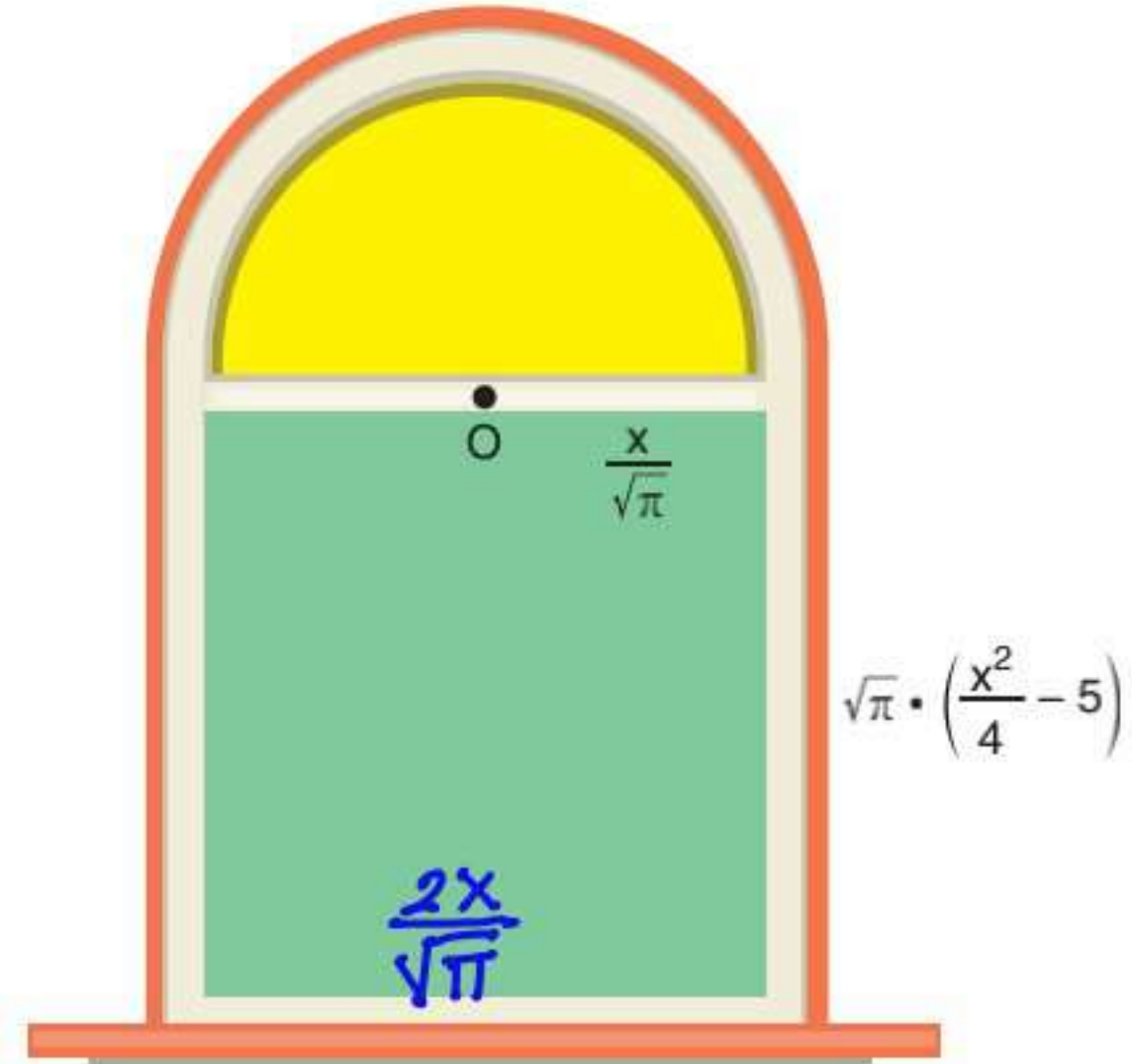
$$\frac{2}{m} = \frac{3}{1} = \frac{m}{n}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

$$n = \frac{m}{3}$$

$$n = \frac{2}{9}$$

4. Aşağıda biri yarım daire diğeri dikdörtgenden oluşan bir pencere görseli verilmiştir. Şeklin üzerine yazılan uzunluklar metre birimine göre.



Sarı bölgenin alanı ile yeşil bölgenin alanı birbirine eşit olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 ☒ C) 5 D) 6 E) 9

$$\frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = \frac{2x}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \left(\frac{x^2}{4} - 5 \right)$$

$$\frac{x^2}{2} = 2x \left(\frac{x^2}{4} - 5 \right) \Rightarrow x = x^2 - 20$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

-5 4

$$x = 5$$

5. a sıfırdan farklı bir gerçel sayıdır.

$$x^2 - x - \frac{a}{4} = 0$$

denkleminin köklerinden biri denklemin diskriminantı olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) -1 ☒ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{1}{2}$

$$\Delta = x_1 \Rightarrow x_1 = 1 - 4 \cdot \frac{a}{4} \Rightarrow x_1 = 1 - a$$

$$(1-a)^2 - (1-a) - \frac{a}{4} = 0$$

$$a^2 + a - \frac{a}{4} = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{-3a}{4}$$

$$a = \frac{-3}{4}$$

6. a bir gerçel sayıdır.

$$x^2 - 3x + a = 0$$

denkleminin kökler toplamı, denklemin diskriminantına eşittir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 2 ☒ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

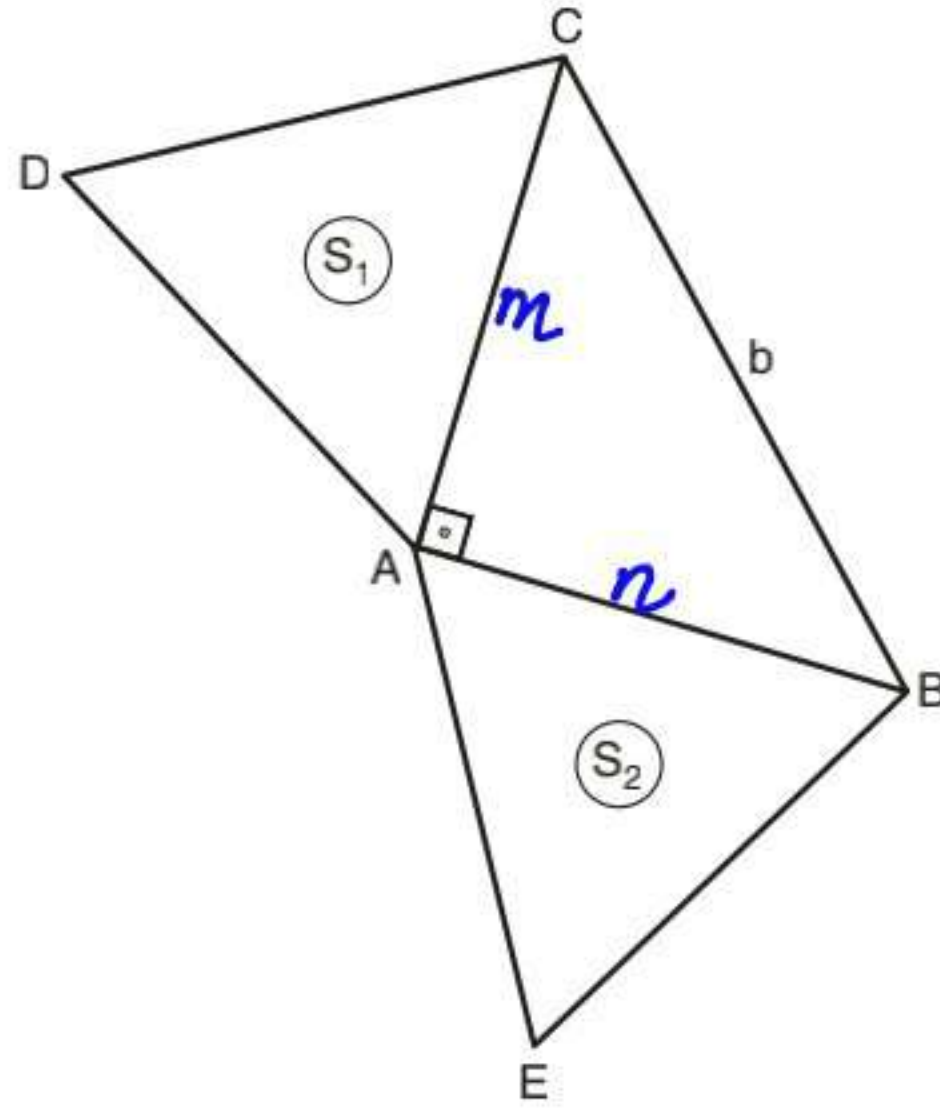
$$x_1 + x_2 = \Delta \rightarrow 3 = 9 - 4a$$

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER-KARMAŞIK SAYILAR - Test 3

7. ABC bir dik üçgen,
CDA ve BEA birer eşkenar üçgen,



CA ⊥ AB
|BC| = b dir.
A(DAC) = S₁ br²
A(AEB) = S₂ br²

S₁ ve S₂ sayıları a ∈ ℝ olmak üzere,

$$x^2 - 12x + a = 0$$

denkleminin kökleridir.

Buna göre, b² kaçtır?

- A) 4√3 B) 6√3 C) 9√3 D) 12√3 E) 16√3

$$S_1 + S_2 = 12$$

$$\frac{m^2\sqrt{3}}{4} + \frac{n^2\sqrt{3}}{4} = 12$$

$$m^2 + n^2 = \frac{48}{\sqrt{3}} = 16\sqrt{3}$$

$$b^2 = m^2 + n^2 \Rightarrow b^2 = 16\sqrt{3}$$

8. i sanal sayı birimi ve k bir tam sayıdır.

Buna göre,

$$\frac{2i^{4k+8}}{(1-i)^2}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2i B) -i C) i D) 1 E) 0

$$\frac{2 \cdot i^{4k+8}}{-2i} = \frac{1}{-i} = i$$

9. a ve b birer gerçek sayıdır.

Buna göre,

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{x+b}$$

denkleminin kökler toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) b + 1 B) -b - 1 C) a + 1

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+b} = \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{x+b-x-1}{(x+1)(x+b)} = \frac{1}{a}$$

$$(x+1)(x+b) = a(b-1)$$

$$x^2 + (b+1)x + b + a - ab = 0$$

$$x_1 + x_2 = -b - 1$$

10. i sanal sayı olmak üzere,

$$f(x) = x + 2 \text{ ve } g(x) = 2 - x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, (g o f)(2i³) değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -2i B) 2i C) 2 D) -2 E) $\frac{i}{2}$

$$(g \circ f)(-2i) = g(-2i + 2)$$

$$= 2 - (-2i + 2)$$

$$= 2i$$

11. İbrahim ve Mahsum bir oyun oynayacaklardır.

Mahsum pozitif bir sayı söylemiş, İbrahim ise Mahsum'un söylediği sayının karesini 143'ten çıkarıp ikiye bölmüştür.

İbrahim'in bulduğu sonuç ile Mahsum'un söylediği sayı birbirine eşit olduğuna göre, Mahsum'un söylediği sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$\frac{143 - x^2}{2} = x \Rightarrow x^2 + 2x - 143 = 0$$

x = 11 rakamları toplamı 2

1. C	2. D	3. B	4. C	5. D	6. B
7. E	8. C	9. B	10. B	11. A	

1. $x^2 + (a + 3) \cdot x + 4a = 0$

$- / x^2 - ax - 6 = 0$

denkleminin birer kökü ortak olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 ☒ D) 1 E) 2

$$(2a+3) \cdot x + 4a + 6 = 0$$

$$(2a+3)x = -2(2a+3)$$

$$x = -2 \text{ (ortak kök)}$$

$$4 + 2a - 6 = 0$$

$$2a = 2$$

$$a = 1$$

2. $x^2 - \sqrt{3} \cdot x + 2\sqrt{3} = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre,

$$x_1 \cdot x_2^2 + x_2 \cdot x_1^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $6\sqrt{3}$ ☒ B) 6 C) $3\sqrt{3}$ D) 3 E) 1

$$\underbrace{x_1 \cdot x_2}_{2\sqrt{3}} \cdot \underbrace{(x_2 + x_1)}_{\sqrt{3}}$$

$$2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$$

3. a ve b birer gerçel sayıdır.

$$x^2 - a \cdot b \cdot x - 3 = 0$$

denkleminin kökleri a ve b olduğuna göre, denklemin diskriminantı kaçtır?

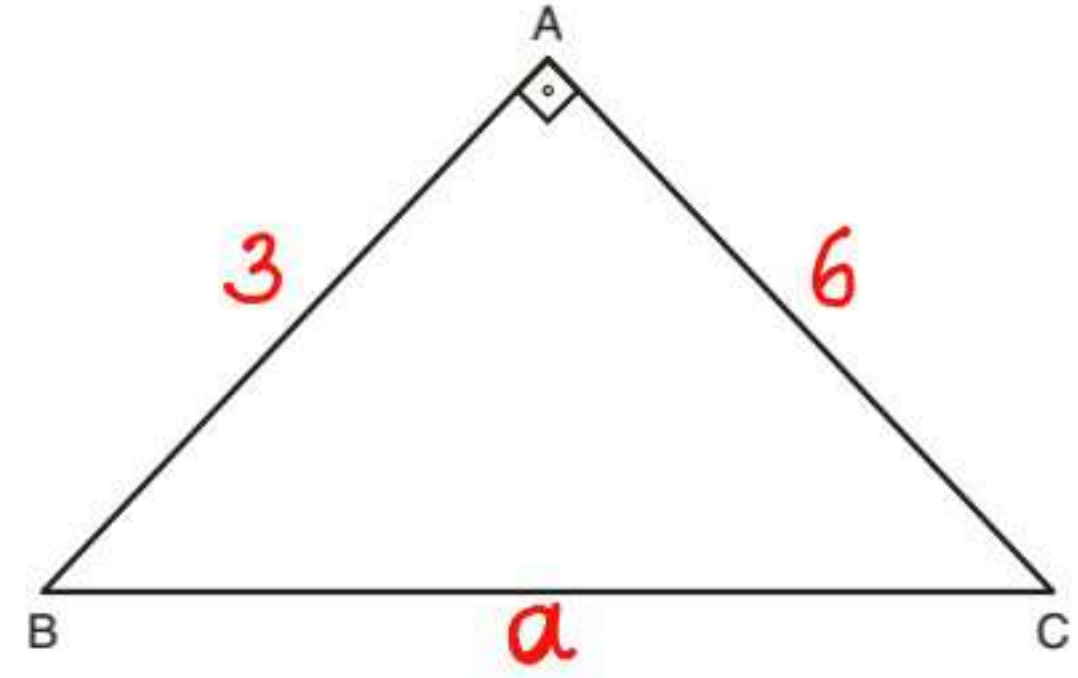
- A) 23 ☒ B) 21 C) 18 D) 16 E) 12

$$a \cdot b = -3$$

$$x^2 + 3x - 3 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(-3) = 21$$

4. Aşağıda ABC dik üçgeni verilmiştir.



- $x^2 - 2x - 3 = 0$ denkleminin bir kökü dik üçgenin AB kenarındır.
- $x^2 - 4x - 12 = 0$ denkleminin bir kökü dik üçgenin AC kenarındır.

Buna göre, $|BC|$ kaçtır?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{19}$ C) $\sqrt{37}$ D) $2\sqrt{10}$ ☒ E) $3\sqrt{5}$

$$(x-3) \cdot (x+1) = 0$$

$$x = 3$$

$$(x-6) \cdot (x+2) = 0$$

$$x = 6$$

$$a^2 = 3^2 + 6^2$$

$$a^2 = 45$$

$$a = 3\sqrt{5}$$

5. $x^2 - 10x - 24 = 0$

denkleminin büyük kökünün küçük köküne oranı kaçtır?

- A) -12 ☒ B) -6 C) -4 D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{2}{3}$

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\begin{array}{c} -12 \\ +2 \end{array}$$

$$x = 12, x = -2$$

$$\frac{12}{-2} = -6$$

6. Alanı 63 metrekare olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin uzun kenarı kısa kenarından 2 metre uzundur.

Buna göre, bahçenin çevresi kaç metredir?

- A) 64 B) 56 C) 48 ☒ D) 32 E) 28

$$x(x+2) = 63$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\begin{array}{c} +9 \\ -7 \end{array}$$

$$x = 7$$

$$7, 9$$

$$\text{Çevre} = 2(7+9) = 32$$

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER-KARMAŞIK SAYILAR - Test 4

- 7.
- i
- sanal sayı olmak üzere,

$$z = i - 3$$

karmaşık sayısı için;

I. $\bar{z} = i + 3$ —

II. $\text{Re}(\bar{z}) = -3$ ✓

III. $\text{Im}(\bar{z}) = -1$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II ✓ C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III

$$z = -3 + i \Rightarrow \bar{z} = -3 - i$$

$$\text{Re}(\bar{z}) = -3, \text{Im}(\bar{z}) = -1$$

- 8.
- $2x^2 + 4x + m = 0$

denkleminin reel sayılarda çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, m 'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 ✓ C) 4 D) 5 E) 6

$$\Delta < 0 \text{ olmalı}$$

$$\Delta = 16 - 4 \cdot 2 \cdot m < 0$$

$$m > 2$$

En küçük tam sayı değeri 3

9. Kökleri arasında,

$$\frac{x_1}{-2} = \frac{3}{x_2} \text{ ve } \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -6$$

$$x_1 - 5 = 6 - x_2 \rightarrow x_1 + x_2 = 11$$

bağıntıları olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- ✓ A) $x^2 - 11x - 6 = 0$ B) $x^2 + 11x + 6 = 0$
C) $x^2 - 6x + 11 = 0$ D) $x^2 - 6x - 11 = 0$

$$E) x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$x^2 - 11x - 6 = 0$$

- 10.
- i
- sanal sayı birimidir.

Buna göre,

$$\sqrt{-16} - \sqrt{-3} \cdot \sqrt{3}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-7i$ B) $-i$ C) $4 - \sqrt{3}i$ ✓ D) i E) $7i$

$$\sqrt{-16} = 4i$$

$$\sqrt{-3} = i\sqrt{3}$$

$$4i - i\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$4i - 3i = i$$

- 11.
- a
- bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 + ax + 10 = 0 \rightarrow x_1 + 3, x_2 + 3$$

denkleminin kökleri $x^2 + (a + 6)x - 2 = 0$ denkleminin köklerinden 3 fazladır.Buna göre, a kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) -9 D) -8 ✓ E) -7

$$(x_1 + 3) \cdot (x_2 + 3) = 10$$

$$x_1 \cdot x_2 + 3(x_1 + x_2) = 10$$

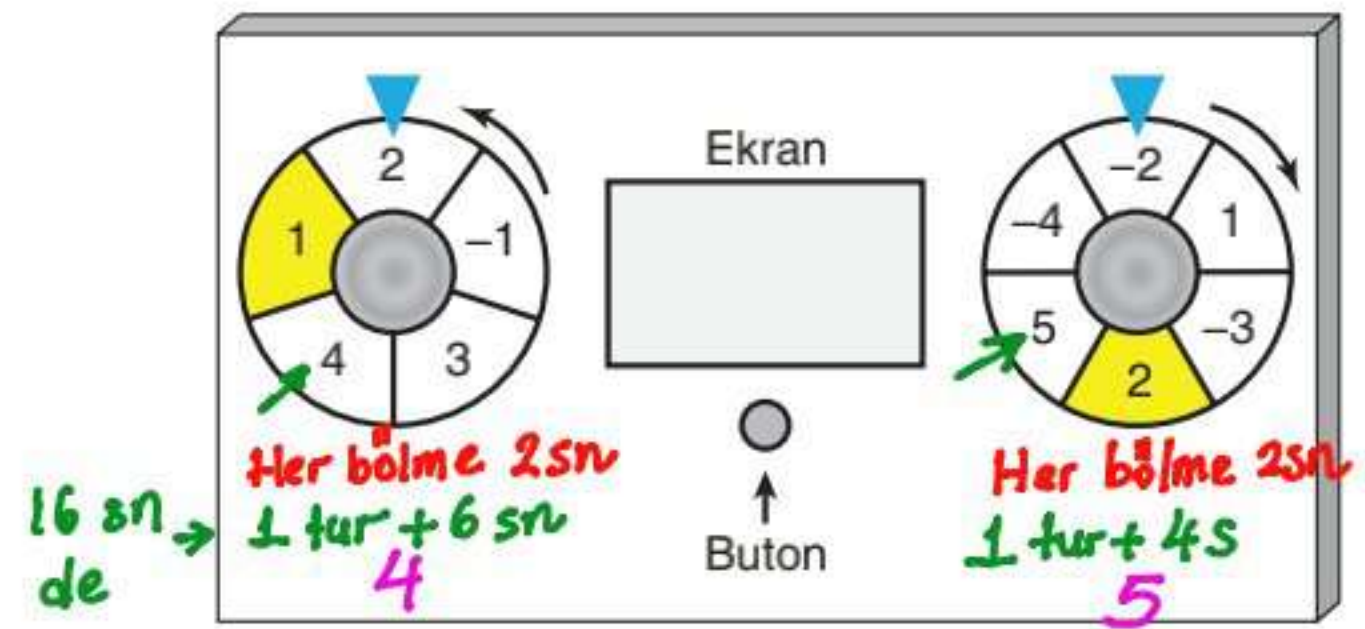
$$-2 - a - 6 = 10$$

$$-a - 8 = 10$$

$$-a = 18$$

$$a = -18$$

12. Aşağıdaki düzenekte butona basıldığında çarklar ok yönünde dönmektedir.



Bu düzenekteki 5 eşit parçadan oluşan çark 1 tam turunu 10 saniyede, 6 eşit bölmeden oluşan çark ise 1 tam turunu 12 saniyede tamamlamaktadır. Çarklar durduğunda üçgen biçimindeki ibrelerin uçlarının gösterdiği bölmelerde yazılı olan sayılarla kökleri bu sayılar olan başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden denklem ekranda görünecektir.

Buna göre, çarklar aynı anda dönmeye başladıktan 16 saniye sonra ekranda görülecek olan denklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + x - 2 = 0$ B) $x^2 - 6x + 8 = 0$
C) $x^2 - 2x - 8 = 0$ D) $x^2 - 9 = 0$

$$T = 4 + 5 = 9$$

$$Ç = 4 \cdot 5 = 20$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

1. D	2. B	3. B	4. E	5. B	6. D
7. C	8. B	9. A	10. D	11. E	12. E

1. $x - 2y = 3$ olduğuna göre,

$$x^2 + 4y^2 - 4xy - 2y + x - 3$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 8 ☒ D) 9 E) 15

(2011 - LYS)

$$\begin{aligned} & \underbrace{(x-2y)^2}_3 + \underbrace{x-2y-3}_3 \\ & 9 + 3 - 3 = 9 \end{aligned}$$

2. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$x^3 - 3x^2y = 3$$

$$- / y^3 - 3xy^2 = 11$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 ☒ D) -2 E) -3

(2011 - LYS)

$$\begin{aligned} & x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = -8 \\ & (x-y)^3 = -8 \\ & x-y = -2 \end{aligned}$$

3. Gerçel katsayılı $P(x)$, $Q(x)$ ve $R(x)$ polinomları veriliyor. Sabit terimi sıfırdan farklı $P(x)$ polinomu için,

$$P(x) = Q(x) \cdot R(x + 1)$$

eşitliği sağlanıyor.

P 'nin sabit terimi Q 'nun sabit teriminin iki katı olduğuna göre, R 'nin katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 ☒ E) 2

(2011 - LYS)

$$P(0) = 2 \cdot Q(0)$$

$$P(0) = Q(0) \cdot R(1)$$

$$2 \cdot Q(0)$$

$$R(1) = 2$$

4. Gökçen Öğretmen, matematik dersinde şöyle bir tanım yapmıştır.

"Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu,

$$f(f(x)) = x$$

eşitliğini sağlıyorsa bu fonksiyonlara çetin fonksiyon denir."

Buna göre, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı

I. $f(x) = 1 + x$

II. $f(x) = 1 - x$

III. $f(x) = -x$

fonksiyonlarından hangileri bir çetin fonksiyondur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II ☒ E) II ve III

(2020 - MSÜ)

$$I. f(f(x)) = 1 + x + 1 = x + 2$$

$$II. f(f(x)) = 1 - (1 - x) = x \quad \checkmark$$

$$III. f(f(x)) = -(-x) = x \quad \checkmark$$

5. Şehir turu yapmak isteyen bir grup turist, her birinde a kişi olacak biçimde a tane minibüse binerek sabah otelden ayrılmıştır. Öğleden sonra, turistlerin bir kısmı yoruldukları için turu tamamlamak istememiştir. Turu tamamlamak isteyenler her birinde b kişi olacak biçimde b tane minibüse binerek tura devam etmiş, yorulanlar ise diğer minibüslere eşit sayıda paylaştırılarak otele geri dönmüştür.

Buna göre, otele geri dönen minibüslerin her birinde kaç turist vardır?

- ☒ A) $a + b$ B) $a - b$ C) $a \cdot b$
D) $a^2 - b$ E) $a + b^2$

(2019 - MSÜ)

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - b^2}{a - b} &= \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a-b} \\ &= a + b \end{aligned}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test I

6. Bir grup öğrenci dağ yürüyüşü yapmak için buluştuklarında, gruptaki her bir kişinin gruptaki kişi sayısı kadar su şişesi getirdiği gözleniyor. Getirilen su şişesi sayısı çok fazla olduğu için bu öğrencilerden ikisi yanlarına üçer şişe, diğerleri ise ikiye şişe su alarak kalan su şişelerini bırakıp yürüyüşe başlıyorlar.

Bıraktıkları su şişesi sayısı 33 olduğuna göre, bu gruptaki toplam öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

x öğrenci olsun.

(2019 - MSÜ)

$$x \cdot x - [2 \cdot 3 + (x-2) \cdot 2] = 33$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$\begin{array}{r} -7 \\ +5 \end{array}$$

$$x = 7$$

7. Baş katsayısı 1 olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomunun bir kökü sıfır, diğer iki kökünün ise toplamı sıfırdır.

$$P(-1) = 3 \quad 0, x_1, -x_1$$

olduğuna göre, $P(3)$ değeri kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

$$P(x) = x \cdot (x - x_1) \cdot (x + x_1) \quad (2019 - MSÜ)$$

$$P(-1) = -1 \cdot (-1 - x_1) \cdot (-1 + x_1) = 3$$

$$x_1^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 2 \vee x_1 = -2$$

$$P(x) = x \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$$

$$P(3) = 3 \cdot 1 \cdot 5 = 15$$

8. Bir okulda bulunan a tane sınıfın her birinde b tane öğrenci bulunmaktadır. Yeni öğretim yılında, bu okula toplam c tane öğrenci yeni kayıt yaptırmış ve her bir sınıftan d tane öğrenci okuldan ayrılmıştır.

Buna göre, son durumda okulda bulunan toplam öğrenci sayısının a , b , c ve d türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a + b + c - d$ B) $a \cdot b - c \cdot d$
C) $a \cdot (b + c - d)$ D) $a \cdot (b + d) - c$

$$a \cdot (b - d) + c$$

(2018 - MSÜ)

$$f(x) = 3x - 6$$

$$g(x) = (x - 2)^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f^{-1})(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3x^2}{2} - 1$ B) $(3x + 4)^2$ C) $x^2 - 4x + 2$

$$\frac{x^2}{9}$$

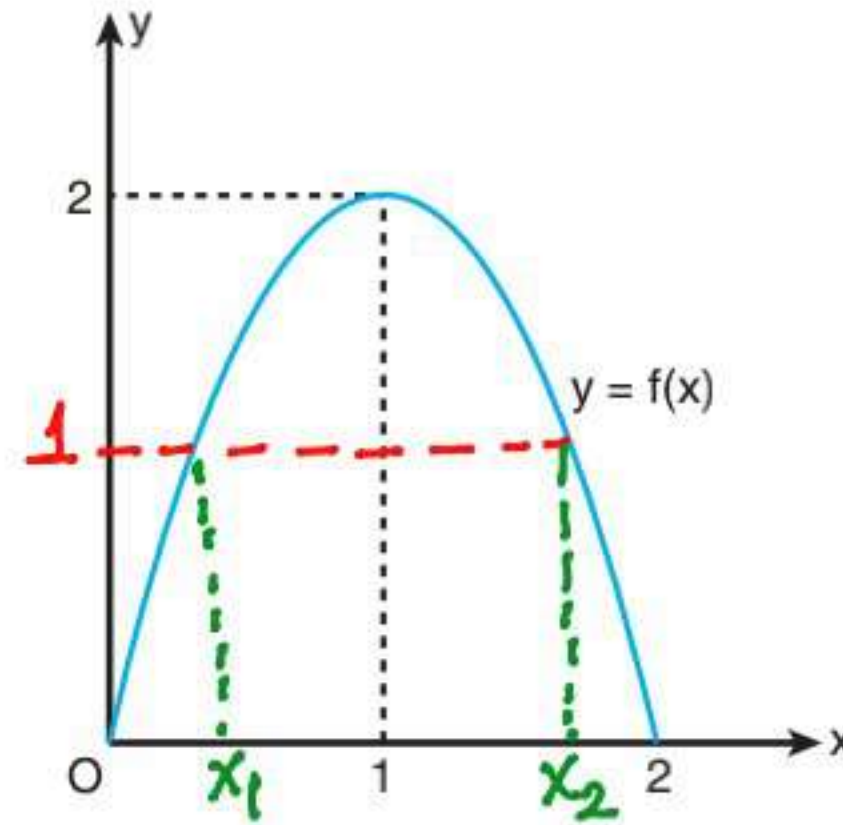
$$E) (3x - 8)^2$$

(2011 - YGS)

$$f^{-1}(x) = \frac{x+6}{3}$$

$$(g \circ f^{-1})(x) = \left(\frac{x+6}{3} - 2 \right)^2 = \frac{x^2}{9}$$

10. Dik koordinat düzleminde, $[0, 2]$ aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I. $(f \circ f)(x) = 2 \rightarrow x_1 \text{ ve } x_2 \text{ için sağlanır.}$
II. $(f \circ f)(x) = 1 \rightarrow f(x) = f^{-1}(1)$
III. $(f \circ f)(x) = 0 \rightarrow f(x) = x_1, f(x) = x_2$ } 4 kök

eşitliklerinden hangileri yalnızca iki farklı x değeri için sağlanır?

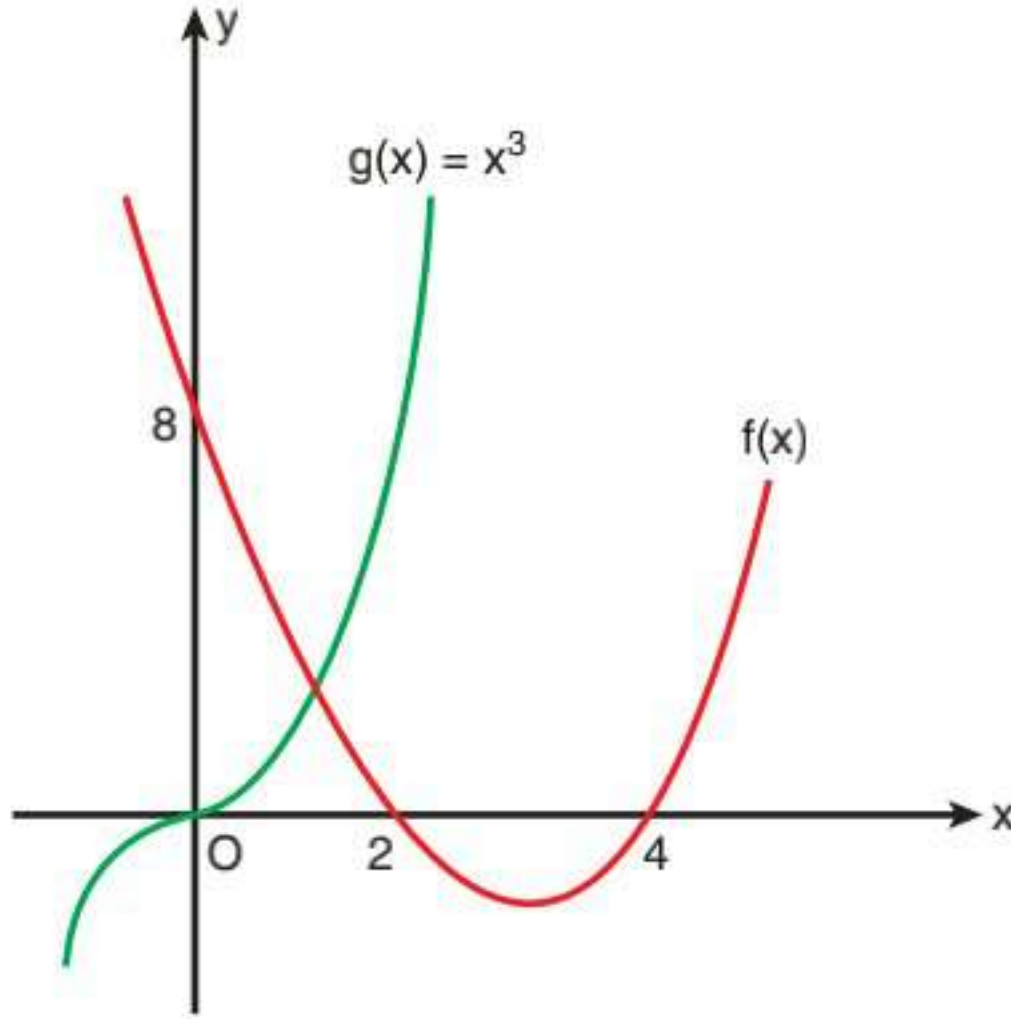
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

$$f(x) = f^{-1}(0)$$

(2019 - AYT)

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ bir kök}$$

11.



Yukarıdaki şekilde, $f(x)$ fonksiyonu ile $g(x) = x^3$ fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g^{-1} \circ f)(0)$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 4 E) 8

(2000 - ÖSS)

$$(f \circ g^{-1} \circ f)(0) = f(g^{-1}(8))$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

$$= f(2)$$

$$= 0$$

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ parçalı fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \text{ rasyonel} \\ x^2, & x \text{ rasyonel değilse} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ f)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3\sqrt{2} + 2$ B) $\sqrt{2} + 2$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{5}{2}$

E) $\frac{7}{2}$

(2011 - LYS)

$$f\left(f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} + 1$$

$$= \frac{5}{2}$$

13.

$$f(x) = |2x - 5|$$

$$g(x) = |x + 1|$$

$$|2x - 5| + 1 = 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)(x) = 3$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

$$|2x - 5| + 1 = 3 \quad \checkmark \quad |2x - 5| + 1 = 3$$

$$|2x - 5| = 2$$

$$2x - 5 = 2 \quad \checkmark \quad 2x - 5 = -4 \rightarrow 4 \cdot K = \emptyset$$

$$x = \frac{7}{2}, \quad x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = 5$$

14. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için,

$$(f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = 2x + 3$$

olduğuna göre, $g(1)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2015 - YGS)

$$2g(x) + 3 = (2x + 3) \cdot g(x)$$

$$2g(1) + 3 = 5 \cdot g(1)$$

$$3g(1) = 3 \Rightarrow g(1) = 1$$

15. Tanım kümesi tam sayılar olan f ve g fonksiyonları,

$$f(n) = n + \frac{1}{3} \quad \bullet \quad (f \circ f)(n) = n + \frac{2}{3}$$

$$g(n) = n + \frac{1}{6} \quad \bullet \quad (f \circ f \circ f)(n) = n + \frac{3}{3} = n + 1$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

- I. $f \circ f \circ f$ $\checkmark$ $\bullet \quad (f \circ f \circ f)(n) = n + \frac{3}{3} = n + 1$
 II. $f \circ g \circ f$ $\checkmark$ $\bullet \quad (f \circ g \circ f)(n) = n + \frac{1}{2}$
 III. $g \circ f \circ g$ $\checkmark$ $\bullet \quad (g \circ f \circ g)(n) = n + \frac{2}{3}$

fonksiyonlarından hangilerinin görüntü kümesi yalnızca tam sayılardan oluşur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

(2016 - YGS)

1. D	2. D	3. E	4. E	5. A	6. B	7. C	8. E
9. D	10. A	11. C	12. D	13. E	14. A	15. A	

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 2

1. k bir gerçel sayı olmak üzere, pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = kx^2 + 1$$

$$g(x) = \sqrt{x} + 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f \circ g)(9) = 6$$

olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{5}$ B) $\frac{8}{5}$ C) $\frac{9}{5}$ D) 2 E) 3

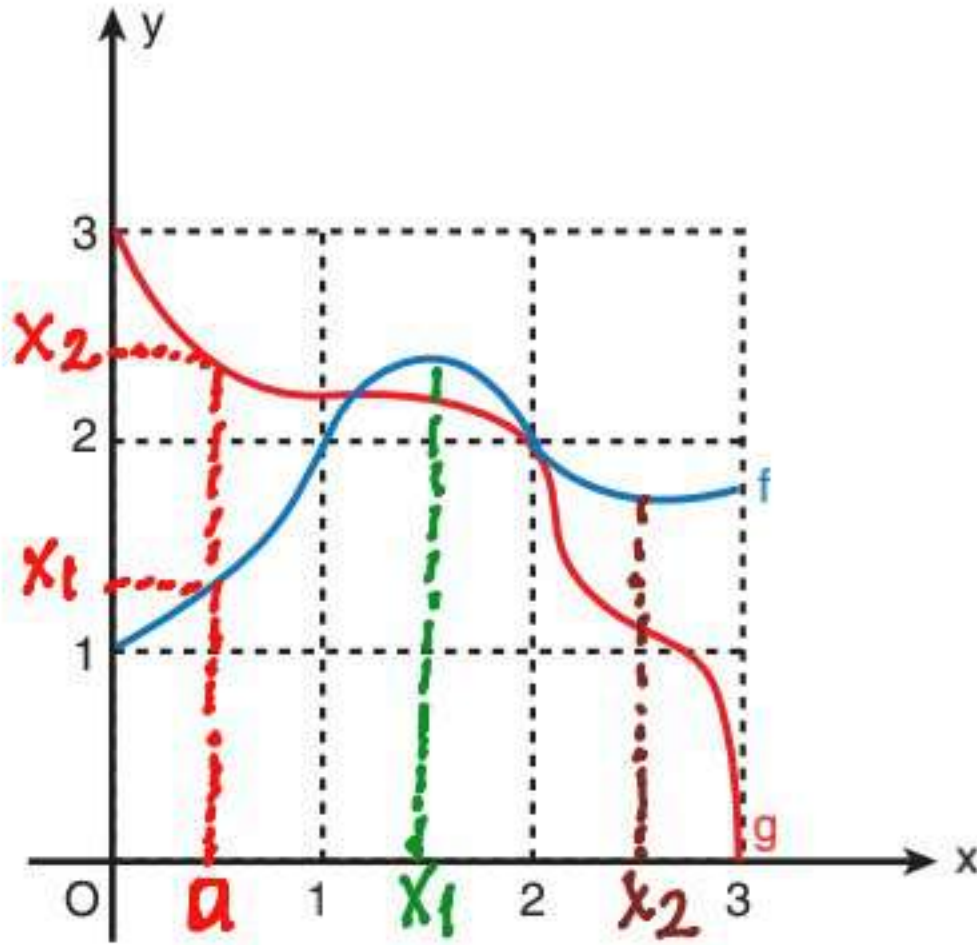
(2017 - YGS)

$$g(9) = \sqrt{9} + 2 = 5$$

$$f(5) = 25k + 1 = 6 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$$

$$f(2) = \frac{1}{5} \cdot 4 + 1 = \frac{9}{5}$$

2. Dik koordinat düzleminde $[0, 3]$ aralığında tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Bir $a \in (0, 1)$ sayısı için,

$$b = (f \circ g)(a) \rightarrow f(x_2) = 1 \text{ ile } 2 \text{ arasında}$$

$$c = (g \circ f)(a) \rightarrow g(x_1) = 2 \text{ ile } 3 \text{ arasında}$$

olarak belirleniyor.

Buna göre; a , b ve c sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

(2019 - TYT)

$$a < b < c$$

3. Ali; sıfırdan farklı, birbirine eşit olan x ve y gerçel sayıları için $x = y$ eşitliğiyle başlayıp sırasıyla aşağıdaki adımları takip ediyor.

I. Eşitliğin her iki tarafını x ile çarpalım:

$$x^2 = x \cdot y$$

II. Her iki taraftan y^2 çıkaralım:

$$x^2 - y^2 = x \cdot y - y^2$$

III. Her iki tarafı çarpanlarına ayıralım:

$$(x + y)(x - y) = y(x - y)$$

IV. Her iki tarafı $x - y$ ile bölelim: $\rightarrow$ Bu işlemi yapamaz.

$$x + y = y$$

V. x yerine y yazalım:

$$2y = y$$

Bu adımlar sonunda Ali "Her sayının iki katı kendisine eşittir." yargısına varıyor.

Buna göre, Ali numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

(2015 - YGS)

Çünkü, $x - y$ sıfırdır. Bu sadeleştirme yapılamaz.

4. x ve y pozitif gerçel sayılar için,

$$\frac{x - y}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

(2017 - YGS)

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{y} \Rightarrow \sqrt{x} = 2\sqrt{y}$$

$$x = 4y$$

$$\frac{x}{y} = 4$$

5. $4^x + 4^y = 10$
 $4^x - 4^y = 8$
 olduğuna göre, 2^{x+y} ifadesinin değeri kaçtır?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2017 - YGS)

$$\begin{aligned} 2 \cdot 4^x &= 18 \Rightarrow 4^x = 9 \\ 2^x &= 3 \\ 9 + 4^y &= 10 \Rightarrow 4^y = 1 \\ 2^y &= 1 \\ 2^x \cdot 2^y &= 2^{x+y} = 3 \end{aligned}$$

6. $\frac{x^4 + x^2y - x^2y^2 - y^3}{x^3 + xy - x^2y - y^2}$
 ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) x B) y C) xy D) x - y E) x + y

(2016 - YGS)

$$\begin{aligned} \frac{x^2(\cancel{x+y}) - y^2(\cancel{x+y})}{x(\cancel{x+y}) - y(\cancel{x+y})} \\ \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{\cancel{x-y}} &= x+y \end{aligned}$$

7. k bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,
 $2x^2 + kx - 1 = 0$
 denkleminin kökleri farkı 2 olduğuna göre, k kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

(2013 - LYS)

$$\begin{aligned} |x_1 - x_2| &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \\ \sqrt{k^2 + 8} &= 2 \cdot 2 \\ k^2 + 8 &= 16 \Rightarrow k^2 = 8 \\ k &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. m ve n sıfırdan ve birbirinden farklı iki gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 + (m+1)x + n - m = 0$$

denkleminin köklerinden biri m - n sayısıdır.

Buna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2018 - AYT)

$$\begin{aligned} x_1 \cdot (m-n) &= n-m \\ x_1 &= -1 \\ 1 - m - 1 + n - m &= 0 \\ n = 2m &\Rightarrow \frac{n}{m} = 2 \end{aligned}$$

9. İki gerçel kökü olan $x^2 - ax + 1 = 0$ denkleminin kökleri toplamı,

$$x^2 + 6x + a = 0$$

denkleminin bir köküdür.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -4 C) -5 D) -6 E) -7

(2017 - LYS)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= a \\ \Delta > 0 &\Rightarrow a^2 - 4 > 0 \\ a^2 + 6a + a &= 0 \\ a(a+7) &= 0 \\ a \neq 0 \vee a &= -7 \end{aligned}$$

10. a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$ax^2 - 18x + 18 = 0$$

denkleminin köklerinden biri diğerinin 2 katıdır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

(2016 - LYS)

$$\begin{aligned} x_1, 2x_1 \\ 2x_1 \cdot x_1 &= \frac{18}{a} = 2x_1 + x_1 \\ 2x_1 \cdot x_1 &= 3x_1 \\ x_1 &= \frac{3}{2} \\ a \cdot \frac{9}{4} - 27 + 18 &= 0 \\ \frac{9a}{4} &= 9 \\ a &= 4 \end{aligned}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 2

11. b ve c sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$x^2 + bx + c = 0$$

denkleminin kökleri b ve c'dir.

Buna göre, b • c çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

(2015 - LYS)

$$\begin{aligned} b \cdot c &= c & b + c &= -b \\ b &= 1 & c &= -2b \\ & & c &= -2 \end{aligned}$$

$$b \cdot c = 1 \cdot (-2) = -2$$

12. k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$3x^2 + kx - 2 = 0$$

denkleminin bir kökü k olduğuna göre, diğer kökü kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{-\sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{-\sqrt{3}}{6}$

(2014 - LYS)

$$\begin{aligned} 3k^2 + k^2 - 2 &= 0 \\ 4k^2 &= 2 \Rightarrow k^2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k + x_1 &= -\frac{k}{3} \\ x_1 &= -\frac{4k}{3} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

13. En yüksek dereceli teriminin katsayısı 1 olan ikinci dereceden gerçel katsayılı bir P(x) polinomunun iki farklı kökü P(0) ve P(-1) değerleridir.

Buna göre, P(2) değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) 2

(2019 - AYT)

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 + bx + c \\ P(0) &= c, P(-1) = c - b + 1 \\ -b &= c + c - b + 1 & c \cdot (c - b + 1) &= c \\ b &= -\frac{1}{2} & b &= c \end{aligned}$$

$$P(2) = 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

14. Karmaşık sayılar kümesinde,

$$(1+i)^4 \cdot \left(2 - \frac{2}{i}\right)^2$$

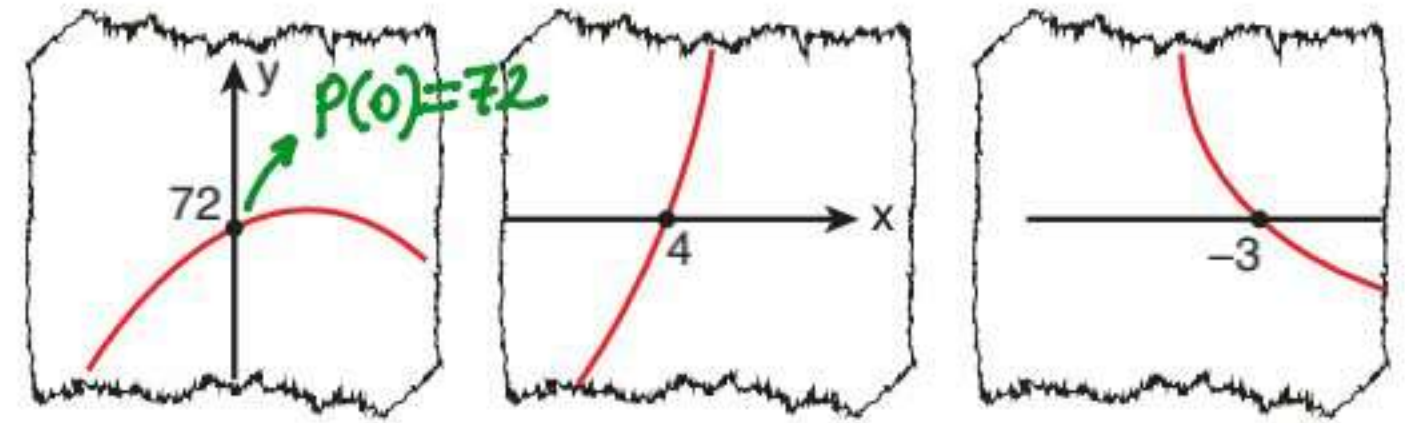
işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4i B) 16 C) -32i D) -8 E) 12

(2016 - LYS)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(1+i)^2}{2i} \right)^2 \cdot 4 \cdot \left(\frac{i-1}{i} \right)^2 \\ & -4 \cdot 4 \cdot \frac{-2i}{-1} = -32i \end{aligned}$$

15. En yüksek dereceli teriminin katsayısı 1 olan dördüncü dereceden bir polinomun köklerinin birer tam sayı olduğu bilinmektedir. Bu polinomun grafiğinin, dik koordinat düzleminde eksenleri kestiği noktalara ait bazı parçaları aşağıda verilmiştir.



Buna göre, bu polinomun katsayıları toplamı kaçtır?

- A) 72 B) 80 C) 84 D) 92 E) 96

$$P(x) = (x-4) \cdot (x+3) \cdot (x-a) \cdot (x-b) \quad (2019 - AYT)$$

$$P(0) = -12ab = 72$$

$$a \cdot b = -6$$

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-4)(x-3)(x+2)(x+3) \\ P(1) &= -3 \cdot -2 \cdot 3 \cdot 4 \\ P(1) &= 72 \end{aligned}$$

16. Karmaşık sayılar kümesinde,

$$\frac{(1-i^2) \cdot (1-i^6) \cdot (1-i^{10})}{(1-i) \cdot (1-i^3) \cdot (1-i^5)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 2+i D) 2+2i E) 1+2i

$$\frac{(1+i) \cdot (1+i) \cdot (1+i)}{(1-i) \cdot (1-i) \cdot (1-i)} = \frac{4}{1-i} = 2 \cdot (1+i) = 2+2i$$

1. C	2. A	3. D	4. A	5. B	6. E	7. D	8. A
9. E	10. C	11. E	12. C	13. C	14. C	15. A	16. D

1. Gerçek katsayılı ve baş katsayısı 1 olan 4. dereceden bir $P(x)$ polinomu her x gerçel sayısı için,

$$P(x) = P(-x)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$$P(2) = P(3) = 0$$

olduğuna göre, $P(1)$ kaçtır?

- A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

$$P(2) = P(3) = P(-2) = P(-3) = 0 \quad (2018 - AYT)$$

$$P(x) = (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x+2) \cdot (x+3)$$

$$P(1) = -1 \cdot -2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

2. Karmaşık sayılar kümesinde,

$$\frac{(4 - 2i) \cdot (6 + 3i)}{(1 - i) \cdot (1 + i)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 10 D) 9 E) 6

$$\frac{2 \cdot (2-i) \cdot 3 \cdot (2+i)}{(1-i) \cdot (1+i)}$$

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 3 \cdot 5 = 15$$

3. $P(x)$ bir polinom olmak üzere, $P(a) = 0$ eşitliğini sağlayan a sayısına bu polinomun bir kökü denir.

$P(x)$ ve $R(x)$ polinomları için,

$$P(x) = x^2 - 1$$

$$R(x) = P(P(x)) = (x^2 - 1)^2 - 1 = 0$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

- I. -1 II. 0 III. 1

sayılarından hangileri $R(x)$ polinomunun köküdür?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve III E) II ve III

$$(x^2 - 1)^2 = 1$$

$$x^2 - 1 = 1 \quad \checkmark \quad x^2 - 1 = -1$$

$$x = \sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2}$$

$$x = 0$$

(2018 - TYT)

4. a bir gerçel sayı üzere, karmaşık sayılarda,

$$\frac{1 - ai}{a - i} = i$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

(2018 - AYT)

$$-i(a+i) = i(a-i)$$

$$-a-i = a-i$$

$$2a = 0$$

$$a = 0$$

5. Katsayıları $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ kümesinin elemanlarından ve bir kökü $-\frac{2}{3}$ olan ikinci dereceden polinomların sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 11

(2017 - LYS)

$$P(x) = (3x+2) \cdot (ax+b)$$

$$P(x) = 3ax^2 + (3b+2a)x + 2b$$

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline 1 & 0, 1, 2 \\ 2 & 0, 1 \\ 3 & 0, 1 \end{array} \} 7 \text{ tane}$$

6. a ve b tam sayılar olmak üzere,

$$P(x) = x^3 - ax^2 - (b+2)x + 4b \quad x_1, x_2, -4$$

$$Q(x) = x^2 - 2ax + b \quad x_1, x_2$$

polinomları için,

$$\bullet P(-4) = 0 \quad -64 - 16a + 4b + 8 + 4b = 0$$

$$\bullet Q(-4) \neq 0$$

$$8b = 120 \Rightarrow b = 15$$

olduğu biliniyor.

$Q(x)$ polinomunun kökleri aynı zamanda $P(x)$ polinomunun da kökleri olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 14

(2017 - LYS)

$$x_1 + x_2 - 4 = a$$

$$2a = 4$$

$$a = 4$$

$$b - a = 15 - 4 = 11$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 3

7. Üçüncü dereceden gerçel katsayılı $P(x)$ polinomunun kökleri -3 , -1 ve 2 dir.

$$P(0) = 12$$

olduğuna göre, x^2 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) ☒ -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

$$P(x) = a \cdot (x+3) \cdot (x+1) \cdot (x-2) \quad (2017 - LYS)$$

$$P(0) = a \cdot 3 \cdot 1 \cdot -2 = 12$$

$$a = -2$$

$$P(x) = -2 \cdot (x+3) \cdot (x^2 - x - 2)$$

$$-2 \cdot (-x^2 + 3x^2) = -4x^2$$

8. $P(x) = (x+1) + (x+2) + \dots + (x+9)$ polinomu,
 $Q(x) = (x+1) + (x+2) + \dots + (x+5)$ polinomuna bölünüyor.

Bu bölümden elde edilen kalan kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) ☒ 18

(2017 - YGS)

$$P(x) = 9x + 45$$

$$Q(x) = 5x + 15$$

$$5x + 15 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$P(-3) = -27 + 45 = 18$$

9. Üçüncü dereceden baş katsayısı 1 olan gerçel katsayılı $P(x)$ polinomu,

$$P(1) = P(3) = P(5) = 7$$

eşitliklerini sağlıyor.

Buna göre, $P(0)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) -4 C) ☒ -8 D) 4 E) 6

(2016 - LYS1)

$$P(x) = (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x-5) + 7$$

$$P(0) = -1 \cdot -3 \cdot -5 + 7$$

$$P(0) = -8$$

10. $P(x) = x^3 - mx + 1$

olmak üzere, $P(x-1)$ polinomunun $x+1$ 'e bölümünden kalan ile $P(x+1)$ polinomunun $x-1$ 'e bölümünden kalan birbirine eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) ☒ 4 C) 6 D) -1 E) -8

(2016 - LYS1)

$$P(-2) = P(2)$$

$$-8 + 2m + 1 = 8 - 2m + 1$$

$$4m = 16$$

$$m = 4$$

11. $P(x) = (x+1)^2 \cdot (x^2+1)^4$

polinomunda x^4 lü terimin katsayısı kaçtır?

- A) 8 B) ☒ 10 C) 12 D) 14 E) 16

(2016 - LYS1)

$$P(x) = (x+1)^2 \cdot (x^4 + 2x^2 + 1)^2$$

$$P(x) = (x^5 + 2x^3 + x + x^4 + 2x^2 + 1)^2$$

$$2x^3 \cdot x + 1 \cdot x^4 + x \cdot 2x^3 + 2x^2 \cdot 2x^2 + x \cdot 1$$

$$2x^4 + x^4 + 2x^4 + 4x^4 + x^4$$

$$10x^4$$

12. Başkatsayısı 1 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu, $x^2 + 4$ ile kalansız bölünebilmektedir.

$P(2x)$ polinomunun $2x-3$ ile bölümünden elde edilen kalan 52'dir.

Buna göre, $P(2)$ değeri kaçtır?

- A) 20 B) 22 C) ☒ 24 D) 26 E) 28

(2015 - LYS1)

$$P(x) = (x^2 + 4) \cdot (x+a)$$

$$P(3) = 52 \quad 13 \cdot (a+3) = 52$$

$$a = 1$$

$$P(2) = 8 \cdot 3 = 24$$

13. $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom, $Q(x) = k$ sabit bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + Q(x) = 2x^2 + 3$$

$$P(Q(x)) = 9 \rightarrow P(k) = 9$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, k 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

$$\underbrace{P(k)}_9 + \underbrace{Q(k)}_k = 2k^2 + 3 \quad (2015 - LYS1)$$

$$2k^2 - k - 6 = 0$$

$$k_1 + k_2 = \frac{1}{2}$$

14. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$P(x) = (x + a) \cdot (x + b)$$

polinomunun katsayılarının toplamı 15 olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$P(1) = \underbrace{(1+a)}_3 \cdot \underbrace{(1+b)}_5 = 15 \quad (2012 - LYS)$$

$$a + b = 2 + 4 = 6$$

15. $P(x) = x^2 - 2x + m \rightarrow \Delta = 0$

$$Q(x) = x^2 + 3x + n$$

polinomları veriliyor.

Bu iki polinom ortak bir köke sahip ve $P(x)$ polinomunun kökleri eşit olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 2 D) 4 E) 5

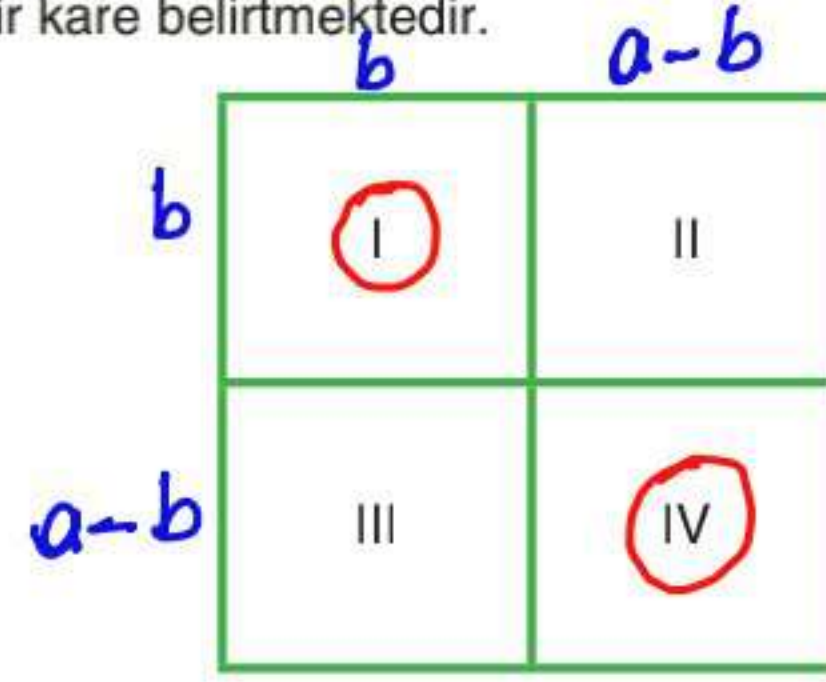
$$4 - 4 \cdot 1 \cdot m = 0 \Rightarrow m = 1 \quad (2012 - LYS1)$$

$$P(x) = (x-1)^2 \rightarrow \text{ortak kök } 1$$

$$Q(1) = 1 + 3 + n = 0 \Rightarrow n = -4$$

$$m + n = 1 - 4 = -3$$

16. Kenar uzunluğu a birim olan bir kare, şekildeki gibi dört bölgeye ayrıldığında I numaralı bölge kenar uzunluğu b birim olan bir kare belirtmektedir.



Bu koşulu sağlayan her a ve b sayısı için,

$$a^2 - 2ab + 2b^2$$

ifadesi hangi iki bölgenin alanları toplamına eşittir?

- A) I ve II B) I ve IV C) II ve III D) II ve IV E) III ve IV

(2018 - TYT)

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + 2b^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 + b^2 \\ \underbrace{(a-b)^2}_{IV} + \underbrace{b^2}_I \end{aligned}$$

17. $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 0$

denklemini sağlayan x gerçekteki sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

(2009 - ÖSS)

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -2$$

1. C	2. A	3. B	4. E	5. B	6. C
7. A	8. E	9. C	10. B	11. B	12. C
13. A	14. E	15. B	16. B	17. A	

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

1. $z = a + bi$ ($b \neq 0$) ve $w = c + di$ karmaşık sayıları için $z + w$ toplamı ve $z \cdot w$ çarpımı birer gerçel sayı olduğuna göre,

I. z ve w birbirinin eşleniğidir. ✓

II. $z - w$ gerçeldir. —

III. $z^2 + w^2$ gerçeldir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

(2011 - LYS)

$$\bar{z} = w$$

$$z = a + ib, w = a - ib$$

$$z - w = 2bi$$

$$z^2 + w^2 = 2a^2 - 2b^2$$

2. Gerçel sayılar kümesinden karmaşık sayılar kümesine tanımlı $f(x) = x + xi$ ve $g(x) = 2x - xi$ fonksiyonları,

$$f(a) + g(b) = 4 + 2i$$

eşitliğini sağlıyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{15}{4}$

$$a + ai + 2b - bi = 4 + 2i \quad (2014 - LYS)$$

$$a + 2b = 4$$

$$-1a - b = 2$$

$$b = \frac{2}{3} \quad a = \frac{8}{3}$$

$$a + b = \frac{10}{3}$$

3. x pozitif gerçel sayısı için,

$$x - 2\sqrt{x} - 2 = 0$$

olduğuna göre, $\frac{x}{(x-2)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{6}$

(2009 - ÖSS)

$$(x-2)^2 = (2\sqrt{x})^2$$

$$(x-2)^2 = 4x$$

$$\frac{x}{(x-2)^2} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4}$$

- 4.

$$f(x) = \frac{(1+x+x^2+x^3)(1-x)^2}{1-x-x^2+x^3}$$

olduğuna göre, $f(\sqrt{2})$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2010 - LYS)

$$1+x+x^2 \cdot (x+1) = (x+1)(x^2+1)$$

$$1-x-x^2(1-x) = (1-x) \cdot (1-x^2)$$

$$f(x) = \frac{(1+x) \cdot (x^2+1) \cdot (1-x)^2}{(1-x)^2 \cdot (1+x)} = x^2+1$$

$$f(\sqrt{2}) = 2+1 = 3$$

- 5.

$$(a+1)^2 - (a-1)^2$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a B) $2a$ C) $3a$ D) $4a$ E) $5a$

(2010 - YGS)

$$2a \cdot (2) = 4a$$

6. $\frac{1}{x+1} + \frac{x-1}{(x+1)} = \frac{1}{x^2}$

olduğuna göre, $x^3 - 1$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2}{x-1}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\frac{x-1}{x}$
D) $-x$ E) $\frac{1}{x+1}$

(2011 - YGS)

$$\frac{x^2}{x+1} = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{x^4}{x} = \frac{x+1}{x}$$

$$x^3 = 1 + \frac{1}{x}$$

$$x^3 - 1 = \frac{1}{x}$$

7. $\frac{2x^2 - y^2}{4x^2 + xy} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, $(x + y)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

(2011 - YGS)

$$\frac{2x^2 - y^2}{2x^2 + 2xy} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2x^2 + 2xy + y^2} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 1$$

$$(x+y)^2 = 1$$

8. $\frac{a^4 - a^3}{a^4 + a^2} \cdot \frac{a^2 + 1}{a^2 - a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a - 1$ B) a C) 1 D) $a + 1$ E) $a^2 + 1$

(2011 - LYS)

$$\frac{a^3 \cdot (a-1)}{a^2 \cdot (a^2+1)} \cdot \frac{a^2+1}{a \cdot (a-1)} = 1$$

9. $t^3 - 2 = 0$

olduğuna göre, $\frac{1}{t^2 + t + 1}$ ifadesinin t türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $t + 1$ B) $t - 2$ C) $t - 1$
D) $t^2 + 1$ E) $t^2 + 3$

(2011 - LYS)

$$t^3 - 1 = 1$$

$$(t-1) \cdot (t^2 + t + 1) = 1$$

$$\frac{1}{t^2 + t + 1} = t - 1$$

10. $\frac{2(x-y)}{x-y-1} + \frac{x-y-1}{x-y-2} = 3$

olduğuna göre, $x - y$ farkı kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(2011 - LYS)

$$x - y = a$$

$$\frac{2a}{a-1} + \frac{a-1}{a-2} = 3$$

$$2a^2 - 4a + a^2 - 2a + 1 = 3a^2 - 9a + 6$$

$$-6a + 1 = -9a + 6$$

$$3a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

11. $\frac{x(y+z) + z(y-x)}{x^2 + xy + xz + yz} \rightarrow x(x+y) + z(x+y) = (x+y) \cdot (x+z)$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{x+y}$ B) $\frac{y}{x+y}$ C) $\frac{z}{x+z}$
D) $\frac{y}{x+z}$ E) $\frac{y}{y+z}$

(2012 - LYS)

$$\frac{xy + xz + zy - zx}{(x+y) \cdot (x+z)}$$

$$\frac{y(x+z)}{(x+y) \cdot (x+z)} = \frac{y}{x+y}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

12. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 - 4y = -7$$

$$+ y^2 - 2x = 2$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0 \quad (2012 - LYS)$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$x=1 \quad y=2$$

$$x+y=3$$

13. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$$a^2 - a = b^2 - b$$

$$a \cdot b = -1$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$a^2 - b^2 = a - b$$

$$(a-b) \cdot (a+b) = a-b$$

$$a+b=1$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 1 - 2(-1) = 3$$

- 14.

$$\frac{16^3}{24^3 + 16^3 + 8^3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{2}{9}$

$$\frac{8^3 \cdot 2^3}{8^3 \cdot (3^3 + 2^3 + 1)} = \frac{8}{36}$$

$$= \frac{2}{9}$$

15. a ve b pozitif tam sayılar, p bir asal sayı ve

$$a^3 - b^3 = p$$

olduğuna göre, $a^2 + b^2$ toplamının p türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{p+1}{2}$ B) $\frac{p+3}{2}$ C) $\frac{p+2}{3}$

D) $\frac{2p-1}{2}$ E) $\frac{2p+1}{3}$

$$(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = p \quad (2013 - LYS)$$

$$(a-b)^2 = (1)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

$$2/a^2 + ab + b^2 = p$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 = \frac{2p+1}{3}$$

- 16.
- $x^2 - ax + 16 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

$$1 + \sqrt{x_1 \cdot x_2} = 5 \cdot \sqrt{x_1}$$

$$\sqrt{x_1} = 1 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$1 - a + 16 = 0 \Rightarrow a = 17$$

- 17.

$$a = \frac{x}{x-y}$$

$$b = \frac{y}{x+y}$$

$$a+b = \frac{x^2+xy}{x^2-y^2} + \frac{xy-y^2}{x^2-y^2}$$

$$a+b-1 = \frac{x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2} - 1 = \frac{2xy}{x^2-y^2}$$

olduğuna göre, $\frac{a+b-1}{a \cdot b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\frac{\frac{2xy}{x^2-y^2}}{\frac{xy}{x^2-y^2}} = 2$$

1. C	2. C	3. B	4. C	5. D	6. B	7. C	8. C	9. C
10. D	11. B	12. A	13. D	14. E	15. E	16. E	17. E	

1. Baş katsayısı 1 olan, $-i$ ve $2i$ karmaşık sayılarını kök kabul eden dördüncü dereceden gerçel katsayılı $P(x)$ polinomu için $P(0)$ kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

$$-i, i, 2i, -2i$$

(2011 - LYS)

$$P(x) = (x+i) \cdot (x-i) \cdot (x+2i) \cdot (x-2i)$$

$$P(0) = i \cdot -i \cdot 2i \cdot -2i$$

$$= 1 \cdot 4$$

$$= 4$$

2. a, b, c sıfırdan farklı gerçel sayılar ve $a + b + c = ab$ olduğuna göre,

$$\frac{ab + ac + bc + c^2}{abc}$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{a+1}{a}$ B) $\frac{b+1}{b}$ C) $\frac{c+1}{c}$

D) $\frac{b}{a}$ E) $\frac{b}{c}$

(2013 - LYS)

$$\frac{ab + c(a+b+c)}{abc}$$

$$\frac{ab(1+c)}{abc} = \frac{1+c}{c}$$

3. a bir gerçel sayı ve

$$(1 - a + a^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} \right) = 9$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

(2014 - YGS)

$$(1 - a + a^2) \cdot (a+1) = 9a^3$$

$$a^3 + 1 = 9a^3$$

$$a^3 = \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

4. $a^2 + a = 1$ olduğuna göre,

$$a^4 - 2$$

ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-a$ B) $-a + 2$ C) $-2a$

D) $-2a + 1$

E) $-3a$

(2014 - YGS)

$$(a^2)^2 = (1-a)^2$$

$$a^4 = 1 - 2a + a^2$$

$$a^4 - 2 = \underbrace{a^2}_{1-a} - 2a - 1 = -3a$$

- 5.

$$\frac{x^3 - x^2y - xy^2 + y^3}{2x^2 - 4xy + 2y^2} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

$$x^2(x-y) - y^2(x-y) = (x-y) \cdot (x^2 - y^2)$$

$$= (x-y)^2(x+y)$$

$$2 \cdot (x-y)^2$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+y=1$$

6. k sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 + y^2 = (6k)^2$$

$$(x - 2k)^2 + y^2 = (2k\sqrt{5})^2$$

olduğuna göre, $x^2 - y^2$ ifadesinin k türünden eşitit aşağıdakilerden hangisidir?

A) $13k^2$ B) $14k^2$ C) $15k^2$ D) $16k^2$ E) $17k^2$

(2014 - LYS)

$$\underbrace{x^2 + y^2}_{36k^2} - 4k \cdot x + 4k^2 = 20k^2$$

$$4kx = 20k^2$$

$$x = 5k \Rightarrow y^2 = 11k^2$$

$$x^2 - y^2 = 25k^2 - 11k^2 = 14k^2$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 5

7. $\frac{xz - yz + xy - y^2}{x^2 - xy + xz - yz}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{z-y}{x-z}$ B) $\frac{y+z}{x+z}$ C) $\frac{x+z}{y+z}$
D) $\frac{x}{x+y}$ E) $\frac{y-z}{x+y}$

$$\frac{z(x-y) + y(x-y)}{x(x-y) + z(x-y)} = \frac{y+z}{x+z} \quad (2017 - LYS)$$

8. a ve b pozitif gerçel sayıları,

$$a^2 - 2ab - 3b^2 = 0$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $\frac{a+b}{a-b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$a^2 - 2ab - 3b^2 = 0 \quad (2016 - LYS)$$

$$a = 3b, a = -b$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{4b}{2b} = 2$$

9. Karmaşık sayılar kümesinde verilen,

$$(3-i)(2-i)(1+i)(2+i)(3+i)$$

işleminin sonucu a + bi olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 60 B) 84 C) 90 D) 96 E) 100

$$10 \cdot 5 \cdot (1+i) = 50 + 50i \quad (2015 - LYS)$$

$$a+b = 50 + 50 = 100$$

10. P(x) üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere,

$$P(-4) = P(-3) = P(5) = 0$$

$$P(0) = 2$$

olduğuna göre, P(1) kaçtır?

- A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{8}{5}$

$$P(x) = a \cdot (x+4) \cdot (x+3) \cdot (x-5) \quad (2010 - LYS1)$$

$$P(0) = a \cdot (-60) = 2$$

$$a = -\frac{1}{30}$$

$$P(1) = -\frac{1}{30} \cdot 5 \cdot 4 \cdot (-4) = \frac{8}{3}$$

11. P(x) bir polinom ve

$$P(x-1) + x^2 P(x+1) = x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$P(2) = 4$$

olduğuna göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

$$P(0) + P(2) = 1 + 3 + 1 + 1 \quad (2000 - ÖSS)$$

$$P(0) = 2$$

12. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{a} + 4 = 0$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) -2 D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

$$4a^2 + 4a + 1 = 0 \quad (2006 - ÖSS)$$

$$(2a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

13. $(x-2)(x+2)(x+5) = (x-1)(x+1)(x+4)$

denklemlerle aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözüm kümesi aynıdır?

A) $x^3 + 5x^2 + 4x = 0$

☒ B) $x^2 - 3x - 16 = 0$

C) $x^2 - 4x + 24 = 0$

D) $3x + 16 = 0$

E) $5x - 4 = 0$

(2007 - ÖSS)
 $(x^2-4) \cdot (x+5) = (x^2-1) \cdot (x+4)$
 $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = x^3 + 4x^2 - x - 4$
 $x^2 - 3x - 16 = 0$

14. $x^2 - 2x - 4 = 0$

denkleminin kökleri m_1 ve m_2 dir.

Buna göre, aşağıdaki denklemlerden hangisinin kökleri $\frac{1}{m_1}$ ve $\frac{1}{m_2}$ dir?

A) $2x^2 - x + 4 = 0$

B) $2x^2 + x + 1 = 0$

☒ C) $4x^2 + 2x - 1 = 0$

D) $4x^2 + 3x - 4 = 0$

E) $8x^2 - 3x + 4 = 0$

PRATİK $ax^2 + bx + c = 0$ (2009 - ÖSS)
 $\frac{1}{x_1}$ ve $\frac{1}{x_2}$ yi kök kabul eden
denklem $cx^2 + bx + a = 0$
 $-4x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 2x - 1 = 0$

15. $(3x-1)(x+1) + (3x-1)(x-2) = 0$

eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{3}{4}$

C) $\frac{3}{5}$

☒ D) $\frac{5}{6}$

E) $\frac{7}{6}$

(2010 - LYS)

$(3x-1) \cdot (2x-1) = 0$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$

16. x ve y pozitif gerçel sayılar için,

$x \cdot y = 5$

$x^2 + y^2 = 15$

olduğuna göre, $x^3 + y^3$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 40

B) 45

☒ C) 50

D) 60

E) 75

(2012 - LYS)

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
 $(x+y)^2 = 25 \Rightarrow x+y = 5$
 $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy \cdot (x+y)$
 $= 125 - 75$
 $= 50$

17. z bir karmaşık sayı olmak üzere,

$i \cdot z + 1 = 2(1 - \bar{z})$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısının gerçel kısmı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{2}$

☒ D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{5}{6}$

(2016 - LYS)

$z = a+ib \Rightarrow \bar{z} = a-ib$
 $ai - b + 1 = 2 \cdot (1 - a + ib)$
 $-b + 1 + ai = 2 - 2a + 2bi$
 $-b + 1 = 2 - 2a$, $a = \frac{2b}{2}$
 $3b = 1$
 $b = \frac{1}{3}$
 $a = \frac{2}{3}$

18. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonu için

$(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$

$(g \circ f)(x) = x^2 - x + 1$

eşitlikleri sağlanıyor.

$f(2) = 1$ olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

☒ A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

(2020 - TYT)

$(g \circ f)(2) = 3$
 $g(1) = 3$
 $(f \circ g)(1) = 5$
 $f(3) = 5$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 5

19. Karmaşık sayılar kümesinde

$$\frac{i \cdot (2 - i) \cdot (2 - 4i)}{(1 - i) \cdot (1 + i)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 ☒ B) 5 C) 10 D) 2i E) 5i

$$\frac{i \cdot (2-i) \cdot 2(1-2i)}{2}$$

$$(1+2i) \cdot (1-2i)$$

$$1^2 + 2^2 = 5$$

(2020 - AYT)

20. z karmaşık sayısının eşleniği $\bar{z}$ olmak üzere,

$$\frac{6+2i}{z} = \bar{z} + i$$

eşitliğini sağlayan z karmaşık sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 1 + 3i B) 2 + i C) 3 + 2i
☒ D) 4 + i E) 4 + 4i

$$z \cdot \bar{z} + iz = 6 + 2i$$

$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$a^2 + b^2 + ai - b = 6 + 2i$$

$$a = 2 \quad b^2 - b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2, b = -1$$

$$z_1 = 2 + 2i \quad z_2 = 2 - i$$

$$z_1 + z_2 = 4 + i$$

(2020 - AYT)

21. a ve b sıfırdan farklı birer tam sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$$f(x) = ax + b$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$(f \circ f)(x) = f(x + 2) + f(x)$$

olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 ☒ D) 10 E) 11

$$a(ax+b)+b = ax+2a+b+ax+b$$

$$a^2x+ab+b = 2ax+2a+2b$$

$$a^2 = 2a \quad 3b = 4 + 2b$$

$$a = 2 \quad b = 4$$

$$f(x) = 2x + 4 \Rightarrow f(3) = 10$$

(2020 - AYT)

22. P(x) ve Q(x) sabit olmayan birer polinom, R(x) ise birinci dereceden bir polinom olmak üzere, $R(x) = ax + b$

$$P(x) = Q(x) \cdot R(x)$$

eşitliği sağlanmaktadır.

Buna göre,

- I. P(x) ve R(x) polinomlarının sabit terimleri aynıdır.
 II. P(x)'in grafiği bir parabol ise Q(x)'in grafiği bir doğrudur. ☒
 III. Q(x) polinomunun her kökü P(x) polinomunun da bir köküdür. ☒

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
 D) I ve III ☒ E) II ve III

$$P(x) = (mx+n) \cdot (ax+b)$$

(2020 - AYT)

Parabol

Q(x) pol. her kökü P(x) pol. da bir kök olur.

23. Her birinin en yüksek dereceli teriminin katsayısı 1 olan üçüncü dereceden gerçel katsayılı P(x) ve R(x) polinomları için 2 ve 6 ortak köklerdir. P(x) - R(x) polinomu x - 1 ile bölündüğünde kalan 10 olmaktadır.

Buna göre, P(0) - R(0) değeri kaçtır?

- ☒ A) 24 B) 27 C) 30 D) 33 E) 36

$$P(x) = (x-2) \cdot (x-6) \cdot (x+a)$$

(2020 - AYT)

$$R(x) = (x-2) \cdot (x-6) \cdot (x+b)$$

$$P(1) - R(1) = 10 \Rightarrow 5(1+a) - 5(1+b) = 10 \Rightarrow a - b = 2$$

$$P(0) - R(0) = 12a - 12b = 12 \cdot 2 = 24$$

24. a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$2ax^2 - 5bx + 8b = 0$$

denkleminin kökleri a ve b'dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 ☒ C) 10 D) 12 E) 15

$$a \cdot b = \frac{8b}{2a}$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

$$a + b = \frac{5b}{2a}$$

$$8 + 4b = 5b$$

$$b = 8$$

$$a + b = 10$$

(2020 - AYT)

1. B	2. C	3. A	4. E	5. A	6. B	7. B	8. A
9. E	10. B	11. A	12. E	13. B	14. C	15. D	16. C
17. D	18. A	19. B	20. D	21. D	22. E	23. A	24. C

