

OLASILIK KAVRAMLARI

Önceden sonucu bilinmeyen olayların gerçekleşme durumlarına ilişkin veri toplama sürecine deney adı verilir. İçinde farklı renkte bilyeler bulunan bir torbadan bir bilyenin çekilmesi ve madeni paranın yazı tura için havaya atılması işlemlerinin her biri matematiksel deneylere birer örnektir.

Bir deney sonucunda karşılaşılabilecek olası tüm durumların her birine çıktı (örnek nokta) denir.

Deney sonucunda elde edilen bütün çıktıların kümesine ise örnek uzay (örneklem uzayı) adı verilir ve E ile gösterilir.

Bir E örnek uzayının her bir alt kümesine olay adı verilir.

Bir E örnek uzayının istenen koşulları sağlayan alt kümesi dışında kalan elemanlarının kümesine bir olayın tümleyeni denir.

Bir deney sonucunda gerçekleşmesi mümkün olan tüm durumların kümesine kesin olay denir. Kesin olayların olasılığı 1'dir.

Bir deney sonucunda gerçekleşmesi mümkün olmayan olaya imkansız olay denir. İmkansız olayın olasılığı 0'dır.

Bir E örnek uzayındaki A ve B şeklindeki iki olayın ortak elemanı yoksa ya da iki olayın aynı anda gerçekleşmesi mümkün değilse bu olaylara ayrık olaylar denir.

A ve B olayları ayrık olaylar ise $A \cap B = \emptyset$ olur.

$A \cap B \neq \emptyset$ ise A ve B olayları ayrık olmayan olaylardır.

Deney	Çıktılar	Örnek Uzay
Madeni paranın bir kez havaya atılması	Tura (T), Yazı (Y)	$E = \{T, Y\}$

1 tane madeni paranın 2 kez havaya atılması deneyinde

Örnek Uzay : $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$, $s(E) = 4 = 2^2$

Olay : 2 madeni paranın da tura gelmesi

Bir Olayın Tümleyeni : Madeni paranın iki kez arka arkaya havaya atılması deneyinde en az bir yazı gelme olayının kümesi A olmak üzere, A kümesinin tümleyeni $A^1 = \{(T, T)\}$ olur.

Deney	Çıktılar	Örnek Uzay
Zarın bir kez atılması	1, 2, 3, 4, 5, 6	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

2 tane zarın havaya atılması deneyinde

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Örnek Uzay :

$E = \{(1, 1), \dots, (1, 6), \dots, (6, 1), \dots, (6, 6)\}$, $s(E) = 36 = 6^2$

Olay : Zarların üst yüzlerine gelen sayıların çarpımının tek sayı olması

Kesin Olay : Zarların üst yüzlerine gelen sayıların toplamının 1'den büyük olması

İmkansız Olay : Zarların üst yüzlerine gelen sayıların toplamının 15 olması

Ayrık Olay : İki hilesiz zar aynı anda atıldığında üst yüzlerine gelen sayıların çarpımının en çok 2 olması olayı ile üst yüzlerine gelen sayıların toplamının en az 11 olması olayı ayrık olaylardır.

OLASILIK KAVRAMLARI

1. Hilesiz üç madeni paranın havaya atılması deneyinde en çok bir tura gelme olayı A kümesi olmak üzere;

A kümesini yazıp eleman sayısını bulunuz.
 $A = \{(T, Y, Y), (Y, T, Y), (Y, Y, T), (Y, Y, Y)\}$, $s(A) = 4$

$$A = \{(T, Y, Y), (Y, T, Y), (Y, Y, T), (Y, Y, Y)\}$$

$$s(A) = 4 \text{ bulunur.}$$

2. I. "Ali'nin sabah kahvaltısında yediği peynir"
 II. "Marketten alınan süt kutusunun üzerinde yazılı olan bilgiler"
 III. "Dışarı çıkarken şemsiye almayı unutma!"

I-II Yukarıda verilen ifadelerden hangileri bir olay belirtir?

I ve II. Öncüller için örnek uzay yazılabilir fakat III. öncül bir olay değil istek belirtir.
 Yani I ve II olay belirtir.

3. I. İki zar atma deneyinde zarların üst yüzlerine gelen sayıların toplamının 12 olmasında olay sayısı 1'dir.
 II. Bir kişinin manavdan elma, muz ve portakal arasından rastgele bir meyve seçmesi deneyindeki olay sayısı 3'tür.
 III. Dört eşit bölmeye ayrılmış ve bölmelerinde 100, 200, 300 ve 400 yazan bir çark iki kez çevrildiğinde ibrenin gösterdiği sayıların toplamının 500 olması birden çok olay içerir.

I-II-III ifadelerinden hangileri doğrudur?

- I) (6,6) için doğru
 II) $A = \{\text{elma, muz, portakal}\}$ doğru
 III) (100, 400) (200, 300) için doğru

4. I. Rastgele seçilen bir topun ağırlığının 100 gram olma olayında deney top seçme işidir.
 II. Yaz mevsimine ait aylardan birinin seçilmesi deneyinde ayın numarasının tek sayı olması olayında olaya ait çıktı Temmuz ayıdır.
 III. Haftanın günlerinden C ile başlayan günlerin yazılması deneyinde örnek uzay Cuma ve Cumartesidir.

Yalnız II ifadelerinden hangileri doğrudur?

I) Yapılan deney topun ağırlığının ne olduğudur (YANLIŞ)

II) 6. AY → Haziran
 7. AY → Temmuz (Doğru)
 8. AY → Ağustos

III) Örnek uzay haftanın tüm günleridir. Cuma ve Cumartesi C ile başlayan günlerin olayı ağırlığıdır. (YANLIŞ)

5. I. Bir kitapçıdan rastgele kitap seçme deneyinde "roman seçme" ve "bilim kurgu kitabı seçme" olayları ayrık olmayan olaylardır.
 II. Bir kutudan rastgele meyve seçme deneyinde "elma seçme" ve "portakal seçme" olayları ayrık olaylardır.
 III. Bir iskambil destesinden rastgele bir kart çekme deneyinde, çekilen kartın hem maça hem de karo olması olayı imkansız olaydır.

I-II-III ifadelerinden hangileri doğrudur?

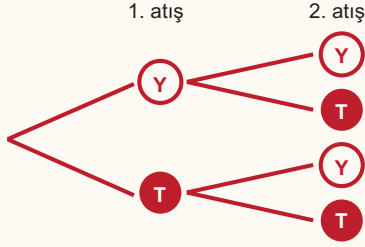
I) Kitap seçilmiştir. Ayrık olay değildir, Doğru

II) Meyve seçilmiştir. Ayrık olay değildir, Doğru

III) Tek bir kart hem maça hem karo olamaz imkansız olaydır, Doğru.

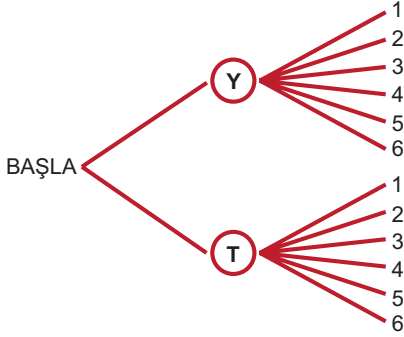
AĞAÇ DİYAGRAMI

Ağaç diyagramı bir işlemin mutemel sonuçlarının bir görüntüsüdür.
1 tane madeni paranın 2 kez havaya atılması deneyinde ağaç diyagramı aşağıdaki gibidir.



Örnek Uzay : $E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$, $s(E) = 4 = 2^2$

1. Bir madeni para ve bir zarın aynı anda atılması deneyindeki ağaç diyagramı aşağıdaki gibidir.



Yukarıda verilen ağaç diyagramında

- a) Örnek uzayın eleman sayısını bulunuz.
b) Zarın üst yüzeyine gelen sayının 3 ile tam bölünmesi olayı A olmak üzere, A kümesini yazınız.

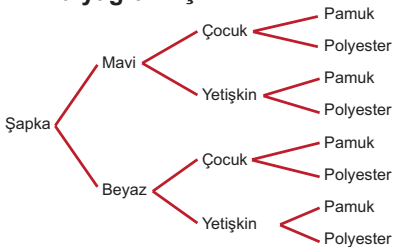
a) 12 b) $A = \{(Y, 3), (Y, 6), (T, 3), (T, 6)\}$

$$a) E = \{(Y,1)(Y,2)(Y,3)(Y,4)(Y,5)(Y,6) \\ (T,1)(T,2)(T,3)(T,4)(T,5)(T,6)\} \\ s(E) = 12$$

$$b) A = \{(Y,3)(Y,6)(T,3)(T,6)\}$$

2. Bir okul takımı iki renkte (mavi ve beyaz), iki boyutta (çocuk veya yetişkin) ve iki kumaş türünde (pamuk veya polyester) şapka satmaktadır.

Şapka seçeneklerinin sayısını bulmak için bir ağaç diyagramı çizin.

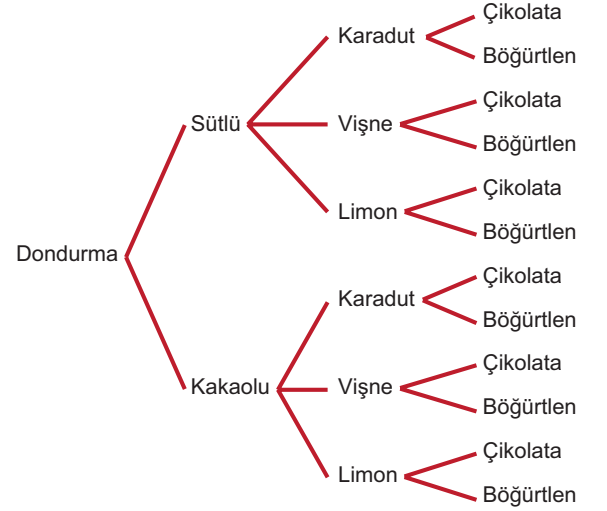


3. Bir dondurmacıdan değişik dondurma ve sos seçenekleri aşağıdaki gibidir.

Kremalı dondurma grubu : $K = \{\text{Sütlü, Kakaolu}\}$

Meyveli dondurma grubu : $M = \{\text{Karadut, Vişne, Limon}\}$

Sos grubu : $S = \{\text{Çikolata, Böğürtlen}\}$



Yukarıda verilen ağaç diyagramına göre, örnek uzayın eleman sayısını bulunuz.

12

Diyagramın en sağda 12. ağırtıya sahip olduğu görünüyor fakat kısaca $2 \cdot 3 \cdot 4 = 12$ bulabiliriz

4. Bir madeni para ve 2 zarın havaya atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı kaç olur?

72

Parada 2 farklı, zarlarda ise 6 şar farklı çıktı olduğu için $2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$ eleman bulunur

5. $A = \{a, b\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$

kümeleri veriliyor.

Bir öğrenci A kümesinden bir harf ve B kümesinden bir rakam seçecektir.

Buna göre, örnek uzay kaç elemanlı olur?

6

$s(A) = 2$
 $s(B) = 3$ için $2 \cdot 3 = 6$ bulunur

GÖRELİ SIKLIK
(DENEYSEL OLASILIK)

Gerçek hayatta bir olayın teorik olasılığını hesaplamak genellikle mümkün değildir. Bu durumlarda, bir deney yapılır.

Ele alınan bir deneyde gözlemlenen çıktıların tekrar sayısına sıklık (frekans) denir. Sıklıkların toplamı, deneyin tekrar sayısına eşittir. Ele alınan bir deneyde gözlemlenen çıktıların tekrar sayısının deneyin tekrar sayısına oranına göreli sıklık denir. Görelî sıklıkların toplamı 1'dir.

Görelî sıklıklar, deneysel olasılık olarak adlandırılır.

Örneğin;

Bir meteoroloji uzmanının yarın yağmur yağma olasılığının %90 olduğunu iddia etmesi.

Bir olayın çok büyük bir deneme sayısı için görelî sıklığı olayın teorik olasılığı değerinin bir göstergesini verir. Deneme sayısı arttıkça, bir olayın görelî sıklığı teorik olasılık değerine giderek daha yakın hale gelir.

Örneğin;

Bir zar 50 kez atıldığında zarın üst yüzüne gelen sayıların sonuçları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Sayı	Sıklık	Görelî Sıklık
1	12	$\frac{12}{50}$
2	8	$\frac{8}{50}$
3	4	$\frac{4}{50}$
4	15	$\frac{15}{50}$
5	5	$\frac{5}{50}$
6	6	$\frac{6}{50}$
Toplam	50	$\frac{50}{50} = 1$

Örneğin;

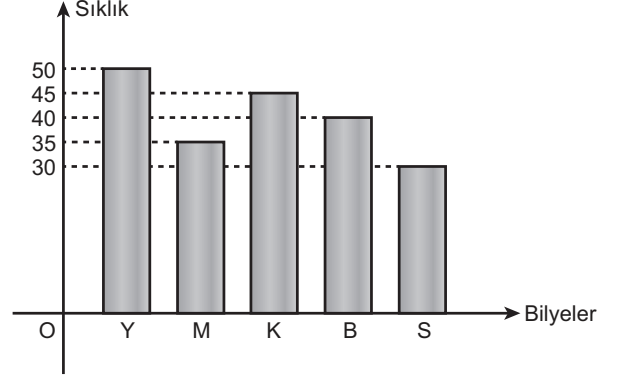
Tarık bir zarı 10 kere havaya attığında zarın üst yüzüne gelen sonuçlar; 1, 4, 3, 3, 5, 1, 2, 5, 3 ve 6 olsun. Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne bir tek sayı gelme olasılığı teorik olarak değişmez ve $\frac{1}{2}$ 'dir.

Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne bir tek sayı gelmesinin deneysel olasılığı daha önce yaptığı 10 denemeden 7'si tek sayı olduğundan $\frac{7}{10}$ olur.

Örnek

Bir markette içerisinde yeşil (Y), mavi (M), kırmızı (K), beyaz (B) ve sarı (S) bilyeler bulunan bir kavanoz bulunmaktadır. Bu kavanozdan rastgele bilye çekme deneyleri yapılmıştır.

Aşağıdaki grafik, çeşitli renklerin kaç kez çekildiğini göstermektedir.



Buna göre,

- Kavanozdan toplam kaç kez bilye çekilmiştir.
- Yeşil bilye çekme olayının sıklığı kaçtır?
- Yeşil bilye çekme olayının görelî sıklığı kaçtır?

Çözüm

a) Kavanozdan toplam

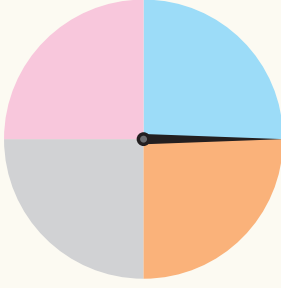
$$50 + 35 + 45 + 40 + 30 = 200 \text{ bilye çekilmiştir.}$$

b) Yeşil bilye çekme olayının sıklığı 50'dir.

c) Yeşil bilye çekme olayının görelî sıklığı $\frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ tür.

ÖRNEK SİMÜLASYON

Aşağıda yapılacak bir simülasyon için 4 eşit bölmeli bir çark ve başlangıç tablosu verilmiştir.



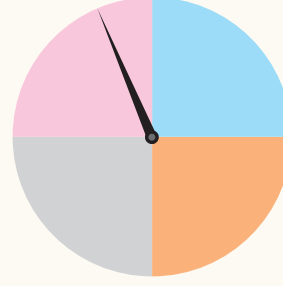
- Bölüm sayısı : 4
- Döndürme sayısı : 0
- Şimdiye kadar döndürme sayısı : 0

Renk	Sayım	DeneySEL Olasılık	Teorik Olasılık
Mavi	0	%0	%25
Pembe	0	%0	%25
Gri	0	%0	%25
Turuncu	0	%0	%25

Bu çark önce 200 kez, daha sonra 800 kez ve en son da 9000 kez döndürülerek yapılacak olan simülasyonda okun mavi, pembe, gri ve turuncu renkli bölmeleri kaç kez gösterdiği ve deneysel olasılık yüzdeleri tablolarda gösterilecektir. Döndürme sayısı arttıkça deneysel olasılık değerlerinin teorik olasılık değerine yaklaştığını gözlemleyiniz.

Teorik Olasılık : İbre her defasında 4 rengin herhangi birinde duracağından teorik olasılık değeri $\frac{1}{4}$ yani %25'tir.

Gösterge pembe renkte durdu.



- Bölüm sayısı : 4
- Döndürme sayısı : 200
- Şimdiye kadar döndürme sayısı : 200

Renk	Sayım	DeneySEL Olasılık	Teorik Olasılık
Mavi	42	%21.00	%25.00
Pembe	47	%23.5	%25.00
Gri	53	%26.5	%25.00
Turuncu	58	%29.00	%25.00

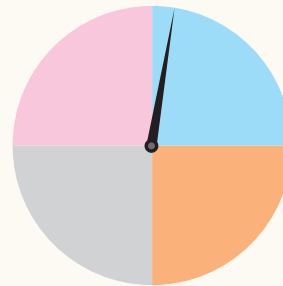
Gösterge pembe renkte durdu.



- Bölüm sayısı : 4
- Döndürme sayısı : 800
- Şimdiye kadar döndürme sayısı : 1000

Renk	Sayım	DeneySEL Olasılık	Teorik Olasılık
Mavi	237	%23.7	%25.0
Pembe	230	%23.0	%25.0
Gri	264	%26.4	%25.0
Turuncu	269	%26.9	%25.0

Gösterge mavi renkte durdu.



- Bölüm sayısı : 4
- Döndürme sayısı : 9000
- Şimdiye kadar döndürme sayısı : 10000

Renk	Sayım	DeneySEL Olasılık	Teorik Olasılık
Mavi	2537	%25.37	%25.00
Pembe	2459	%24.59	%25.00
Gri	2446	%24.46	%25.00
Turuncu	2558	%25.58	%25.00

ÖRNEK SİMÜLASYON

Aşağıda GeoGebra programında kullanılan bir zar atma simülasyonu verilmiştir.

Aşağıdaki simülasyonda bir zar önce 200 kez, sonra 1000 kez ve son olarak 10000 kez atılarak 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarının kaç kez geldiği grafiklerin üzerlerine yazılmıştır.

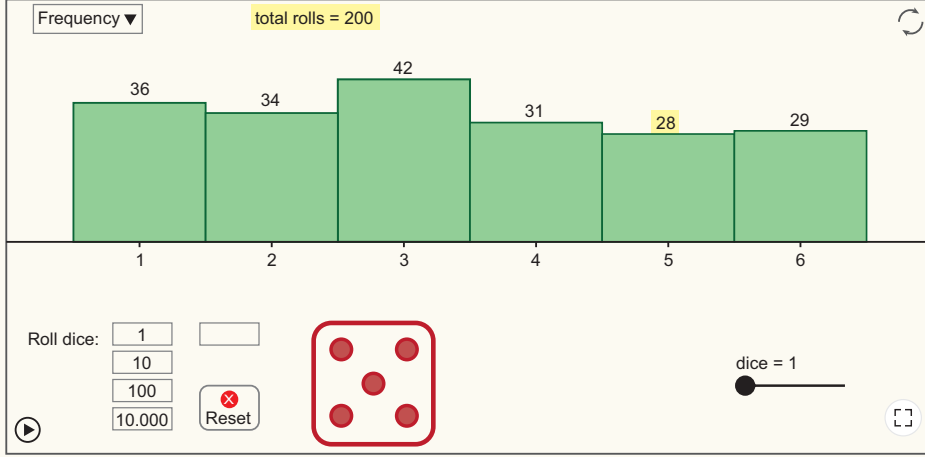
Örneğin; bir zar atıldığında üst yüzüne gelen sayının 5 gelme olasılığının teorik olasılığının $\frac{1}{6} \approx 0,16$ olduğunu biliyoruz.

Frequency ▼ : Sıklık

Roll dice : Zar atmak

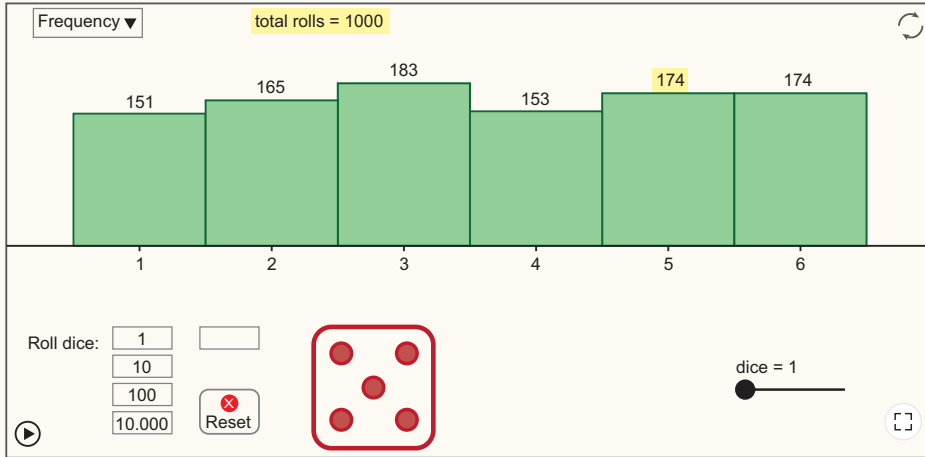
total rolls : Toplam atış

dice = 1 : 1 zar için



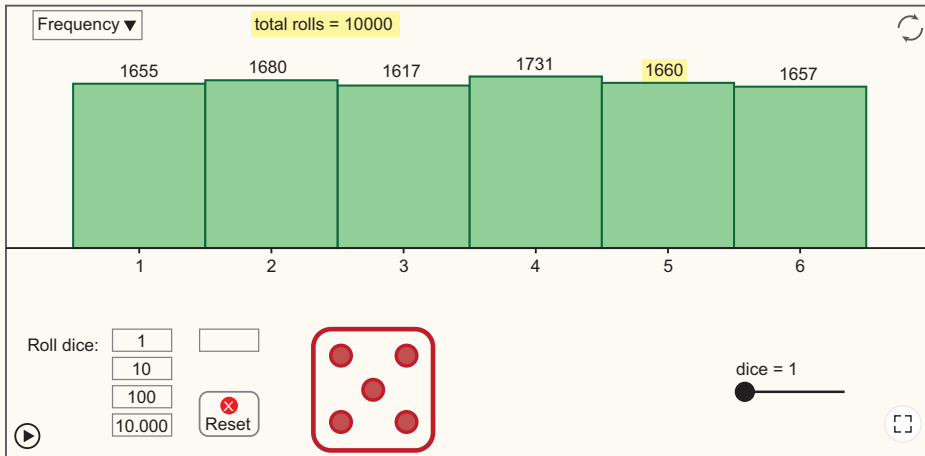
Zar 200 kez atıldığında 5 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{28}{200} = 0,14$$



Zar 1000 kez atıldığında 5 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{174}{1000} = 0,174$$



Zar 10000 kez atıldığında 5 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{1660}{10000} = 0,166$$

Yukarıdaki simülasyonlara göre, zarın atılma sayısı arttıkça deneysel olasılık değerinin teorik olasılık değerine yaklaştığını görmüş olduk.

ÖRNEK SİMÜLASYON

Aşağıda GeoGebra programında kullanılan bir zar atma simülasyonu verilmiştir.

Aşağıdaki simülasyonda iki zar önce 200 kez, sonra 1000 kez ve son olarak 10000 kez atılarak üst yüzlerine gelen sayıların toplamının kaç kez geldiği grafiklerin üzerine yazılmıştır.

Örneğin; iki zar atıldığında zarların üst yüzlerine gelen sayıların toplamlarının 7 olma olasılığı teorik olarak

Tüm Durum : 36 durum

İstenen Durum : $(1, 6), (6, 1), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (2, 5)$
6 durum

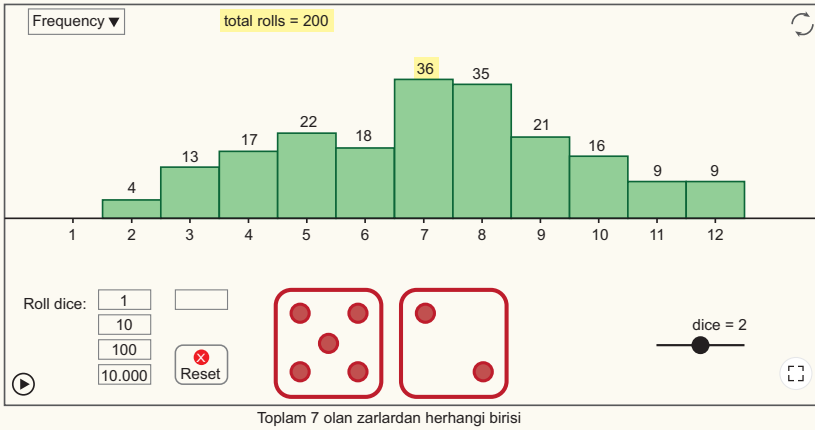
$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \cong 0,16 \text{ dır.}$$

Frequency ▼ : Sıklık

Roll dice : Zar atmak

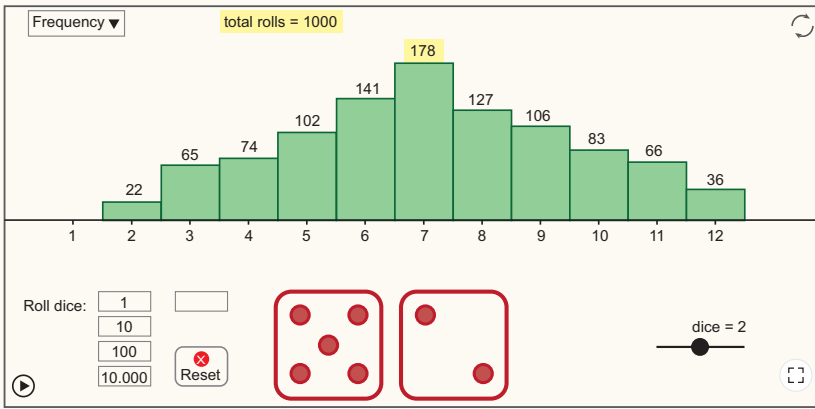
total rolls : Toplam atış

dice = 2 : 2 zar için



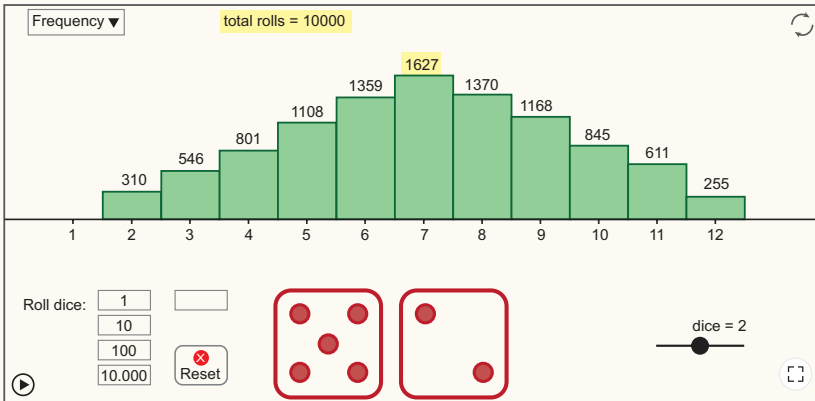
İki zar 200 kez atıldığında toplamlarının 7 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{36}{200} = 0,180$$



İki zar 1000 kez atıldığında toplamlarının 7 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{178}{1000} = 0,178$$



İki zar 10000 kez atıldığında toplamlarının 7 gelme olasılığı yandaki simülasyona göre,

$$\frac{1627}{10000} = 0,1627$$

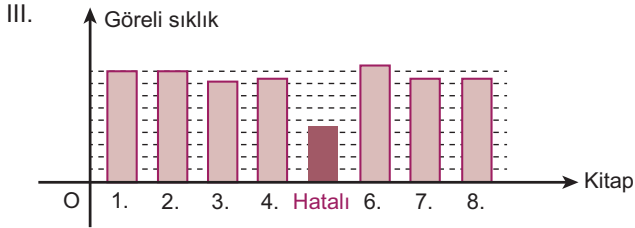
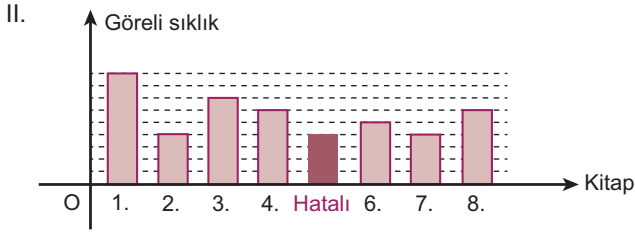
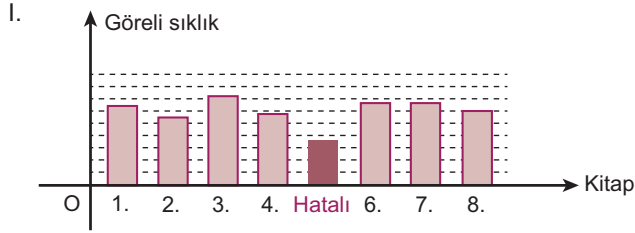
Yukarıdaki iki zar atılma deneyinde zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamlarının 7 olma olasılığında deney sayısı arttıkça deneysel olasılığın teorik olasılığa yaklaştığını görmüş olduk.

Örnek

Bir yayınevi anlaşmalı olduğu bir matbaadaki verimliliği değerlendirmek için 3 deneme yapmış ve bu denemelerde 7 farklı kitabın her birinden 50, 750 ve 6000 adet bastırmıştır.

Yaptığı bu denemelerde sırası ile 4, 54 ve 408 hatalı basım tespit edilmiştir. Yayınevi 7 kitap ve 1 hatalı kitap için görelilik grafiklerini oluşturmuş fakat düşey eksendeki değerleri girmeyi unutmuştur.

Buna göre, aşağıda verilen grafiklerden hangi grafiğin en yüksek hangi grafiğin en düşük deneme sayısına ait olduğunu bulalım.



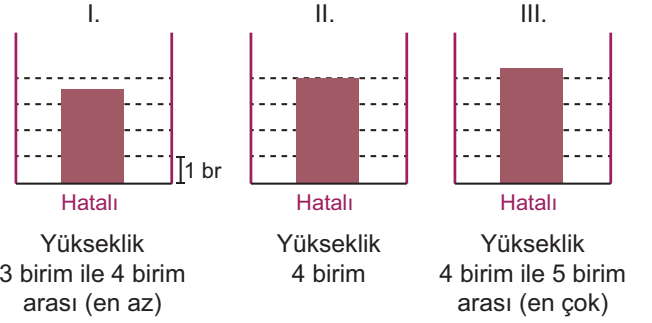
Çözüm

Önce hatalı basılan kitapların göreliliklerini bulalım.

- 50 kitapta 4 kitap hatalı ise
Görelilik : $\frac{4}{50} = 0,080$ olur.
- 750 kitapta 54 kitap hatalı ise
Görelilik : $\frac{54}{750} = 0,072$ olur.
- 6000 kitapta 408 kitap hatalı ise
Görelilik : $\frac{408}{6000} = 0,068$ olur.

Grafikte hatalı sütünlara odaklanalım.

Her aralığı 1 birim olarak düşünürsek;



Dolayısıyla görelilik en az olan 0,068 sayısı olduğundan I. grafik 6000 denemeye, görelilik en fazla olan 0,080 sayısı olduğundan III. grafik 50 denemeye ait olabilir.

GÖRELİ SIKLIK
(DENEYSEL OLASILIK)

1. 80 kişiye yapılan bir ankette sorulan; "evinizde kaç tane akıllı telefon var?" sorusuna verilen cevapların sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Akıllı Telefon Sayısı	Sıklık	Görelî Sıklık
0	10	?
1	?	?
2	?	$\frac{2}{5}$
3	12	?
4	16	?

Buna göre, yukarıdaki tabloda soru işareti yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Akıllı Telefon Sayısı	Sıklık	Görelî Sıklık
0	10	$\frac{1}{8}$
1	10	$\frac{1}{8}$
2	32	$\frac{2}{5}$
3	12	$\frac{3}{20}$
4	16	$\frac{1}{5}$

$$\frac{10}{80} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{10}{80} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{x}{80} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{12}{80} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

2. Aşağıdaki tablo bir tiyatro grubundaki öğrencilerin yaşlarının hangi aralıkta olduğunu göstermektedir.

Yaş	Sıklık	Görelî Sıklık
[0-9]	2	
[10-19]	6	
[20-29]	5	
[30-39]	2	
[40-49]	+ 3	

Buna göre, bu gruptan seçilen bir öğrencinin yaşının 19'dan büyük 40'tan küçük olmasının görelî sıklığı kaçtır?

$$\frac{7}{18}$$

toplam 7 öğrenci için sorulur

$$\frac{7}{18}$$

3. Bir paranın düzgün bir zemine 20 defa atılışında 5 defa tura, 15 defa yazı gelmiştir.

Buna göre, paranın yazı gelme olayının deneysel olasılığı kaçtır?

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ bulunur}$$

4. Aşağıdaki 5 TL'lik bir madeni paranın yazı ve tura görselleri gösterilmiştir.



Yazı



Tura

Üç arkadaş birer madeni parayı sırayla havaya atıp masaya düşen paranın üst yüzüne gelen görselin yazı-tura gelmesi durumuna göre bir tabloya not ediyorlar.

Deneme	Madeni Para 1	Madeni Para 2	Madeni Para 3	Sonuç
1	Y	T	T	YTT
2	T	T	Y	TTY
3	Y	Y	T	YYT
4	T	Y	Y	TTY
5	T	T	T	TTT
6	T	Y	T	TYT
7	T	T	T	TTT
8	T	T	Y	TTY
9	Y	Y	Y	YYY

Üç arkadaş bu denemeyi 9 kez yaptıklarına göre, YYY gelmesinin teorik olasılığı, deneysel olasılığından kaç fazladır?

$$\frac{1}{72}$$

$$\text{Teorik olasılık } YYY = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Deneysel olasılık} = \frac{1}{9} \text{ (tabloda 1 kez)}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{72} \text{ bulunur}$$

GÖRELİ SIKLIK
(DENEYSEL OLASILIK)

5.

	Yazı	Tura
Burhan	15	25
Kemal	20	30
Cansu	25	35

Burhan, Kemal ve Cansu adında üç arkadaş madeni bir parayı sırayla 40, 50 ve 60 kez havaya atıp gelen sonuçları not etmişlerdir. Üç arkadaşın not ettiği bilgiler yukarıda verilen tablodaki gibidir.

Buna göre, verilen sonuçların deneysel olasılıkları hesaplandığında sonucu teorik olasılığına en yakın olandan en uzağa olan kişi sıralamasını bulunuz.

Cansu-Kemal-Burhan

Yazı gelmesi olayının deneysel olasılığı sırasıyla

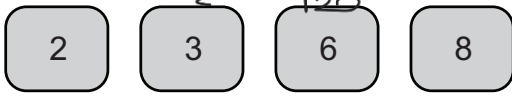
$$= \frac{15}{40}, \frac{20}{50}, \frac{25}{60}$$

$$= \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{12} \quad (\text{Paydayı 120'ye eşitleyelim})$$

$$= \frac{45}{120}, \frac{48}{120}, \frac{50}{120}$$

teorik olasılık $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$ olur en yakın

6.



Şekilde gösterilen rakamlardan birbirinden farklı olacak şekilde iki tanesi seçilecektir.

Seçilen iki rakamdan birinin diğerinin tam katı olması olayına ait deneyin istatistik yazılımları yardımıyla 50, 250 ve 6000 tekrarında oluşan sıklıkların bazıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tekrar sayısı	50	250	6000
Seçilen iki rakamdan birinin diğerinin tam katı olma sıklığı	17	11	2880
Seçilen iki rakamdan birinin diğerinin tam katı olmama sıklığı	33	239	3120

Buna göre, seçilen iki rakamdan birinin diğerinin tam katı olma olayına ait deneysel ve teorik olasılık değerlerinin mutlak farklarını hesaplayınız.

50 tekrar için $\rightarrow \frac{4}{25}$

$$\left| \frac{17}{50} - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{-8}{50} \right| = \frac{4}{25}$$

250 tekrar için $\rightarrow \frac{57}{125}$

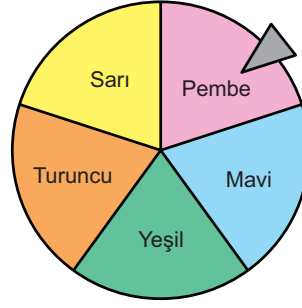
$$\left| \frac{11}{250} - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{-114}{250} \right| = \frac{57}{125}$$

6000 tekrar için $\rightarrow \frac{1}{50}$

$$\left| \frac{2880}{6000} - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{-120}{6000} \right| = \frac{1}{50}$$

10 bulunur

7.



Yandaki şekilde 5 farklı renge boyanmış eşit alanlı daire dilimleri vardır.

100 deneme sonunda ibrenin daire etrafındaki her turunda hangi renkte durduğunun sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Renk	Sayı
Sarı	a
Pembe	25
Mavi	b
Yeşil	30
Turuncu	+ 13
Toplam	100

$$a + b = 100 - 68 = 32 \text{ olur}$$

teorik olasılık

$$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} \text{ olur}$$

Buna göre, sarı rengin deneysel olasılığı teorik olasılığa en yakın olduğuna göre, a en az kaçtır?

Cansu
Sonra Kemal
Sonra Burhan
olur

$$a + b = 32$$

17 15
18 14
19 13
20 12
21 11
22 10
23 9
24 8

olası durumlar içinde a en az 17 olur

8. Aşağıdaki tabloda bir gazetecide 4 gün boyunca satılan ve elde kalan dergi sayıları verilmiştir.

Gün	1	2	3	4
Elde Kalan	40	60	30	20
Satılan	70	50	100	110

→ 150

Buna göre, bu gazetecide 5. gün satılması planlanan toplam dergi sayısının elde kalmasının deneysel olasılığı kaçtır?

$$\frac{5}{16}$$

$$110 + 110 + 130 + 130 = 480$$

$$\frac{\text{elde kalan}}{\text{toplam}} = \frac{150}{480} = \frac{5}{16} \text{ olur}$$

TEORİK OLASILIK 1

Her bir çıktısının gerçekleşme şansı olan örnek uzay E ve bu örnek uzaya ait bir olay A olmak üzere, A olayının gerçekleşme olasılığı P(A) ile gösterilir.

$$P(A) = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}} = \frac{s(A)}{s(E)}$$

- Bir A olayının olma olasılığı; en çok 1 (kesin olay), en az 0 (imkansız olay) dir.
- $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.
- $P(A) + P(A^c) = 1$ olduğundan; $P(A^c) = 1 - P(A)$ olur.

1. Bir zar havaya atıldığında zarın üst yüzüne gelen sayının 2'den büyük olma olasılığı kaçtır?

 $\frac{2}{3}$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. İki madeni para aynı anda havaya atılıyor.

 $\frac{1}{2}$

Buna göre, paraların farklı gelme olasılığı kaçtır?

$$\begin{aligned} &YT + TY \\ &\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{2}{4} \\ &= \frac{1}{2} \text{ bulunur} \end{aligned}$$

3. İki zar atılması deneyinde üst yüzlere gelen sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?

 $\frac{1}{12}$

$$\text{İsteneren} \rightarrow (4,6) (6,4) (5,5) = 3 \text{ tane}$$

İki zar atıldığında tüm durum 36 tane

$$\frac{3}{36}$$

$$= \frac{1}{12} \text{ bulunur}$$

4. İki zar atılması deneyinde üst yüzlere gelen sayıların her ikisinin de çift olmayan asal sayı olma olasılığı kaçtır?

 $\frac{1}{9}$

$$\text{İsteneren} \rightarrow (3,3) (3,5) (5,3) (5,5) \\ 4 \text{ tane}$$

tüm durum 36 tane

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \text{ bulunur}$$

5. İki zar atılması deneyinde üst yüzlerine gelen sayıların çarpımının 5 ile tam bölünebilme olasılığı kaçtır?

 $\frac{11}{36}$

$$(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) \\ (1,5) (2,5) (3,5) (4,5) (6,5) \\ \text{İsteneren 11 durum bulunur}$$

tüm durum 36 tane

$$\frac{11}{36} \text{ olur}$$

6. Hilesiz üç madeni paranın havaya atılması deneyinde en çok bir tura gelme olasılığı kaçtır?

 $\frac{1}{2}$

$$(T, Y, Y), (Y, T, Y), (Y, Y, T), (Y, Y, Y) \\ \text{İsteneren durumlar 4 adet}$$

3 zar atılması deneyinde tüm durumlar $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ tane

$$\frac{4}{8}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

TEORİK OLASILIK 2

1. Matematik ve kimya kitaplarının bulunduğu bir kütüphanede başka türden bir kitap bulunmamaktadır.

Rastgele seçilen bir kitabın kimya kitabı olma olasılığı $\frac{3}{7}$ 'dir.

Kütüphanedeki toplam matematik kitaplarının sayısı 20'dir.

Buna göre, kütüphanede kaç tane kimya kitabı vardır?

15
Matematik kitabı olma olasılığı $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ olur
Kitap sayısı x olsun
 $x \cdot \frac{4}{7} = 20$ ise $x = 35$ olur
Böylece kimya kitabı sayısı $x \cdot \frac{3}{7} = 35 \cdot \frac{3}{7} = 15$ bulunur

2. 20 öğrencinin bulunduğu bir sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı $\frac{2}{5}$ 'tir.

Buna göre, sınıfa kaç erkek öğrenci daha alınırsa rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı

16 $\frac{2}{3}$ olur? $20 \cdot \frac{2}{5} = 8$ erkek var
 x daha erkek alalım

$$\frac{8+x}{20+x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 24+3x=40+2x \Rightarrow x=16 \text{ olur}$$

3. Yaren, yeni aldığı bilgisayarına giriş yaparken kullanmak üzere 3 basamaklı bir sayıyı parola olarak belirleyecektir. Yaren'in 5, 6 ve 9 rakamlarından herhangi ikisini kullanarak oluşturacağı bu parolada aynı rakamlar yan yana olacaktır.

Parolanızı Giriniz

Beni hatırla

Buna göre, Yaren'in parola olarak belirleyeceği sayının 4'e bölünebilen bir sayı olma olasılığı kaçtır?

1/6
559, 955, 556, 655, 665, 566, 669, 966
995, 599, 699, 996
 $\frac{2}{12}$
= 1/6 olur

4. Bir küpün iki yüzüne a harfi, üç yüzüne b harfi ve geriye kalan bir yüzüne de 1 rakamı yazılıyor.

Bu küp bir kez havaya atıldığında görülebilen yüzlerinde 1 rakamının bulunma olasılığı kaçtır?

5/6
1 rakamının üzerine düşme olasılığı $\frac{1}{6}$ olduğu için
 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ olasılıkla görünür

5. Bir bisiklet mağazasının deposunda sarı, mavi ve kırmızı renkli bisikletler bulunmaktadır.

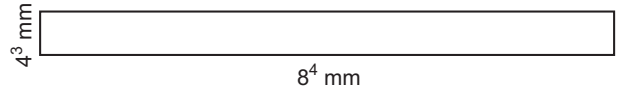


Mağazadan rastgele seçilen bir bisikletin sarı olma olasılığı $\frac{1}{2}$, kırmızı olma olasılığı $\frac{2}{7}$ 'dir.

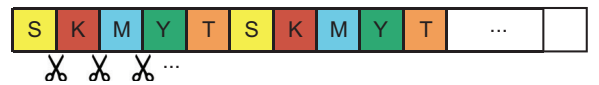
Buna göre, bu mağazanın deposundaki bisikletlerinin tekerleklerinin sayısı en az kaçtır?

25
 $\frac{1}{2}$ ve $\frac{2}{7}$ nin paydası 14'te eşitlendiği için bisiklet sayısı en az 14 olur
Sarı $\rightarrow 14 \cdot \frac{1}{2} = 7$ tane
Kırmızı $\rightarrow 14 \cdot \frac{2}{7} = 4$ tane

6. Aşağıda kenarlarının uzunlukları 4^3 mm ve 8^4 mm olan diktörtgen şeklinde bir karton verilmiştir.



Bu karton, kenarlarının uzunluğu 4^3 mm olan kare şeklindeki eş parçalara aşağıdaki gibi ayrılarak sırasıyla sarı, kırmızı, mavi, yeşil ve turuncu renklere boyanıyor. Her bir kare şeklindeki gibi kesilerek boş bir torbaya atılıyor.

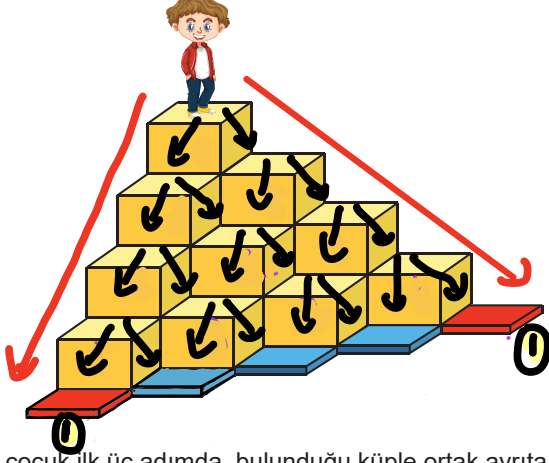


Bu torbadan rastgele çekilen bir karenin kırmızı kare olma olasılığı kaçtır?

13/64
 $\frac{8^4}{4^3} = \frac{2^{12}}{2^6} = 2^6 = 64$ kare elde edilir
64/5 → 12 kez SKMYT
4 → 1 kez SKMYT var
13/64

TEORİK OLASILIK 3

1. Bir anaokulunda; sarı renkli küplerden oluşan dört basamaklı bir oyuncağın en üst basamağında bulunan bir çocuk, şekilde gösterilen ikisi kırmızı ve üçü mavi renkli olan minderlerden herhangi birine ulaşmak istemektedir.



Bu çocuk ilk üç adımda, bulunduğu küple ortak ayrıta sahip olan bir basamak aşağıdaki küplerden herhangi birine, son adımda ise bulunduğu küple ortak ayrıta sahip olan minderlerden herhangi birine zıplayacaktır.

Buna göre, bu çocuğun kırmızı renkli minderlerden birine ulaşma olasılığı kaçtır?

$$\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Tüm durum} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$\text{İstenen durum} = 2$$

2.



Ali, Burcu ve Cem isimli üç çocuk, isimlerinin baş harfinin yazılı olduğu küplerin üzerinde rastgele oturacaktır.

Her küpün üzerinde sadece bir çocuk oturacak ve kimse ayakta kalmayacaktır.

Buna göre, yalnızca burcunun isminin baş harfinin yazılı olduğu küpün üzerine oturma olasılığı kaçtır?

6 | 1

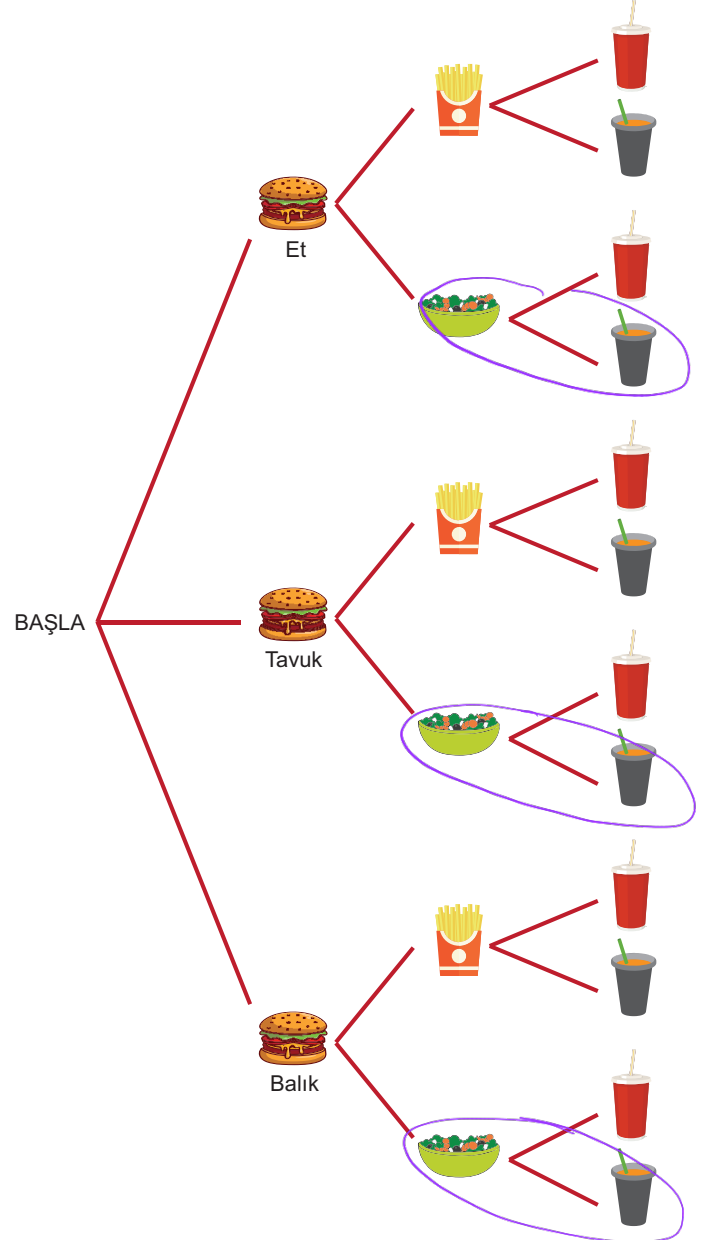
$$ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$$

6 tüm durumun içinde yalnızca Burcu'nun küpünün üzerinde oturması için 1 durum vardır. Yani $\frac{1}{6}$ olur.

3. Bir hamburgercide et, tavuk, balık olmak üzere üç çeşit hamburger, garnitür olarak patates ile salata ve içecek olarakta kola ile meyve suyu bulunmaktadır.

Hamburgerciye giden Zeynep bir hamburger, bir garnitür ve bir meyve suyu seçecektir.

Aşağıda Zeynep'in tüm seçeneklerinin gösterildiği bir ağaç diyagramı çizilmiştir.



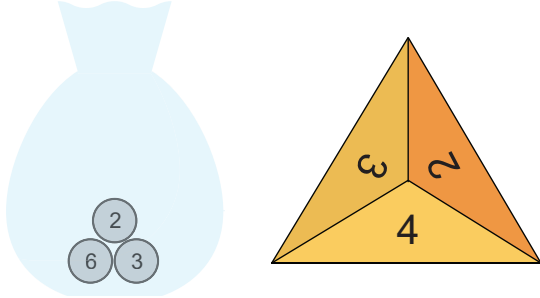
Buna göre, Zeynep'in yemek tepsinde salata ve meyve suyu bulunma olasılığı kaçtır?

1 | 4

12 durumun yalnızca 3 tanesinde istenen seçenekler vardır. Yani $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ olur.

Etkinlik

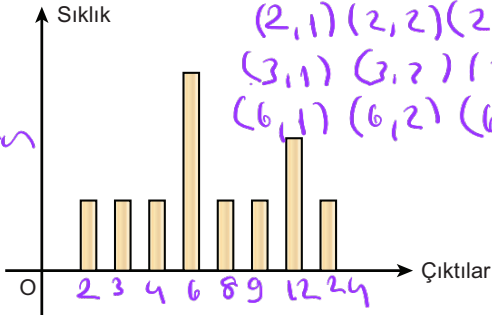
Aşağıda içerisinde üzerlerinde 2, 3 ve 6 yazan üç tane top bulunan bir torba ve üzerinde 1, 2, 3 ve 4 yazan düzgün dörtyüzlü şeklinde bir zar görseli verilmiştir.



Çekilen topun geri atılması şartıyla torbadan bir top çekme ve zarın atılması deneyinde topun üzerindeki sayı ile zarın üst yüzüne gelen sayı çarpılacaktır.

Buna göre,

- I. Denemenin örnek uzayı 12 elemanlıdır. $3 \cdot 4 = 12$ ✓
- II. Bu deneyin 6000 kez yapılması sonucunda oluşacak dağılımın grafiğinin aşağıdaki gibi olması beklenir.



- III. Yapılan 6000 deneyin sıklık tablosu aşağıdaki gibi olsun.

Çıktılar	2	3	4	6	8	9	12	18	24
Sıklık	412	544	456	1625	450	460	1125	463	515

Bu durumda çarpımın 6 gelmesinin deneysel olasılığı teorik olasılığından $\frac{1}{48}$ fazladır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

Cevap

I-II-III

$$\frac{1625}{6000} - \frac{3}{12} = \frac{125}{6000} = \frac{25}{1200} = \frac{1}{48} \text{ dır}$$

$P(A \cup B)$

- A ve B ayrık iki olay ise A veya B olayının olma olasılığı, bu olayların olasılıklarının toplamıdır.
 $P(A \text{ veya } B) = P(A \cup B)$ olmak üzere,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ olur.
- A ve B ayrık olmayan iki olay ise
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ olur.

1. A ve B ayrık iki olay olmak üzere,

$$P(A) = 0,1$$

$$P(A \cup B) = 0,2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,2 = 0,1 + x - 0$$

0,1 olduğuna göre, $P(B)$ kaçtır?

$$x = 0,1$$

2. A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{1}{3},$$

$$P(B) = \frac{1}{4} \text{ ve}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$\frac{1}{12}$ Buna göre, $P(A \cap B)$ kaçtır?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - x$$

$$\frac{6}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - x$$

$$\frac{6}{12} = \frac{7}{12} - x$$

$$x = \frac{1}{12} \text{ olur}$$

"Veya" BAĞLACI İÇEREN OLASILIK SORULARI

1. Aşağıdaki tabloda bir sınıfta bulunan erkek ve kız öğrencilerden kaçar tanesinin gözlüklü veya gözlüksüz oldukları verilmiştir.

	Gözlüklü	Gözlüksüz
Erkek	3	9
Kız	10	10

Buna göre, sınıftan seçilen bir öğrencinin kız öğrenci veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

$\frac{23}{32}$

$\frac{23}{32}$ olur

istenen 23 öğrenci var

2. 30 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 12'si erkektir. Bu sınıftaki kızların yarısı ve erkeklerin dörtte biri gözlüklüdür.

$30 - 12 = 18$ kız

$18 \cdot \frac{1}{2} = 9$

Buna göre, sınıftan rastgele seçilen birinin kız veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

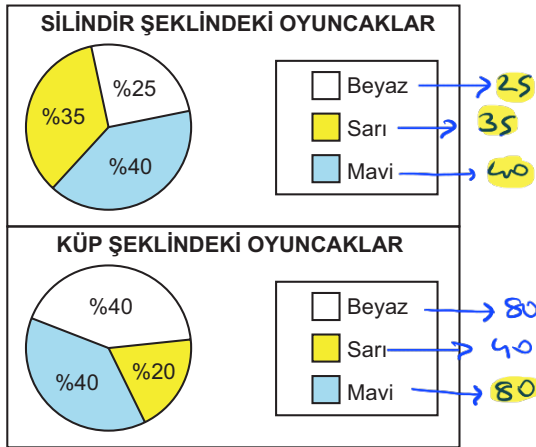
$\frac{7}{10}$

	Gözlüklü	Gözlüksüz
Kız	9	9
Erkek	3	9

$\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ bulunur

3. Bir firma mavi, beyaz veya sarı renkli silindir veya küp şeklinde oyuncaklar üretmektedir.

Küp şeklinde üretilen oyuncak sayısı, silindir şeklinde üretilen oyuncak sayısının 2 katıdır.



Buna göre, üretilen oyuncaklardan rastgele biri seçildiğinde bu oyuncakın silindir veya mavi renkli olma olasılığı kaçtır?

$\frac{5}{9}$

$\frac{180}{300} = \frac{3}{5}$ olur

istenen 180 tane tüm durum 300 tane

4. İki zar düzgün bir zemine aynı anda atılıyor.

Buna göre, zarlarda üst yüze gelen sayıların en az birinin 3 veya sayıların toplamının 7 olma olasılığı kaçtır?

$\frac{5}{12}$

$(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6)$
 $(1,3)(2,3)(4,3)(5,3)(6,3)$
 $(5,2)(2,5)$
 $(1,6)(6,1)$

istenen 15 durum
 tüm durum 36 tane olduğundan
 $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ olur

5. Bir zar atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının 4'ten küçük bir sayı veya asal sayı olma olasılığı kaçtır?

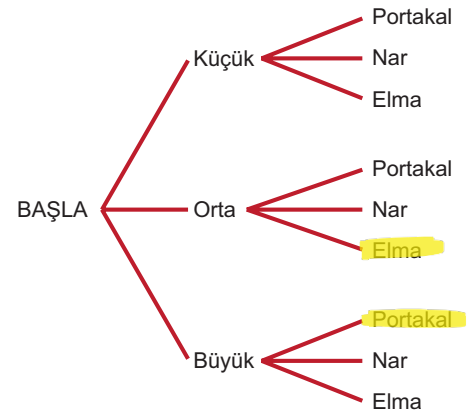
$\frac{2}{3}$

$\{1,2,3,4,5,6\}$

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ olur

6. Portakal, nar ve elma olmak üzere, 3 çeşit taze sıkılmış meyve suyu satan bir işletmede küçük, orta ve büyük boy olmak üzere üç boy bardak bulunmaktadır.

Aşağıda tüm seçeneklerin gösterildiği bir ağaç diyagramı verilmiştir.



Buna göre, servis edilen bir meyve suyunun orta boy elma suyu veya büyük boy portakal suyu olma olasılığı kaçtır?

$\frac{2}{9}$

$\frac{2}{9}$ olur.

Performans Değerlendirme

1. Bir torbada üzerlerinde,
5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40
sayıları yazan 8 top bulunmaktadır.
Bu torbadan aynı anda üç top çekiliyor.

K olayı "Çekilen toplar üzerindeki sayıların toplamının 3 ile tam bölünmesi" olarak tanımlanıyor.

Buna göre,

- I. {5, 20, 30} → toplam 55 bölünmez X
II. {10, 25, 40} → toplam 75 bölünür ✓
III. {5, 25, 30} → toplam 60 bölünür ✓

öncüllerinde verilenlerden hangileri K olayının elemanıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III ✓
D) Yalnız III E) I, II ve III

2. İki zar atılması deneyinde üst yüzlere gelen sayıların toplamının 7 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

(1,6) (6,1) (2,5) (5,2) (3,4) (4,3)

İsteneren 6 durum

tüm durum 36 tane

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ olur}$$

3. Sarı, mavi ve kırmızı renkli topların bulunduğu bir kutudan rastgele bir top çekilecektir.

Çekilen topun mavi renkli olma olasılığı $\frac{2}{5}$ ve sarı renkli olma olasılığı $\frac{1}{2}$ 'dir.

Kutuda toplam 6 tane kırmızı renkli top vardır. = $\frac{1}{10}$ Kırmızı
Buna göre, kutuda kaç tane mavi renkli top vardır?

- A) 15 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

$$\begin{array}{ccc} \text{Mavi} & \text{Sarı} & \text{Kırmızı} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{10} \end{array}$$

$\frac{1}{10}$ u 6 olan sayı 60 oldu için kutuda 60 top bulunur

$$60 \cdot \frac{2}{5} = 24 \text{ tanesi mavidir}$$

4. 5'i gri biri turuncu renkli 6 kutu aşağıda bir örneği gösterildiği gibi üst üste konulacaktır.



Buna göre, turuncu kutunun orta sırada olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Performans Değerlendirme

5. Bir zar atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının 3'den küçük bir sayı veya asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

D

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$

{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

$$\frac{4}{6}$$

$$= \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

6. A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ ve}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \text{ dir.}$$

- E Buna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{12}$

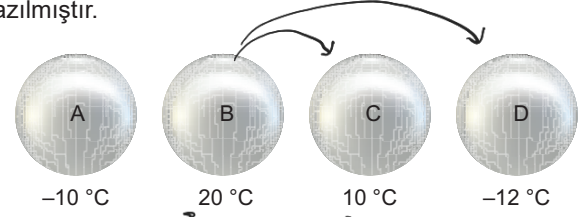
$$P(A') = \frac{3}{4} \text{ ise } P(A) = \frac{1}{4} \text{ olur}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12} \text{ bulunur}$$

7. Aşağıda verilen A, B, C ve D metalik küreleri özdeş ve farklı sıcaklıklara sahiptir. Her kürenin sıcaklığı altına yazılmıştır.



Bu kürelerden ikisi rastgele seçilecek ve termal dengeye ulaşana kadar temas ettirilecektir.

- Buna göre, elde edilen termal denge sıcaklığının negatif olmama olasılığı kaçtır?

(Termal Denge : İki kürenin sıcaklığının aritmetik ortalamasına ulaşmasıdır.)

C

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

$$(-10, 20) (-10, 10) (-10, -12) (20, 10) (20, -12)$$

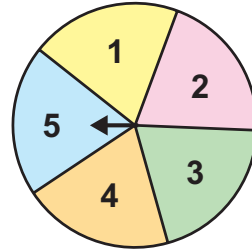
$$(10, -12)$$

4 ü sağlar

6 durumun

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

8. Aşağıda verilen I. çark 1'den 5'e kadar II. çark ise 1'den 6'ya kadar numaralandırılmıştır.



I. çark



II. çark

- Buna göre, iki çark aynı anda çevrilip çarklar durduğunda I. çarktaki okun gösterdiği sayının II. çarktaki okun gösterdiği sayıdan büyük olma olasılığı kaçtır?

B

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{5}$

$$\left. \begin{array}{l} (2, 1) \\ (3, 1) (3, 2) \\ (4, 1) (4, 2) (4, 3) \\ (5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) \end{array} \right\} \text{İstenen 10 durum}$$

$$\text{tüm durum } 5 \cdot 6 = 30 \text{ tane}$$

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ olur}$$

Performans Değerlendirme

9. Aşağıdaki tabloda 5 farklı ehliyet kursunun sınav sonuçları gösterilmiştir.

	A	B	C	D	E
Geçen	24	35	20	50	35
Kalan	25	40	30	60	45

Buna göre, yukarıda verilen sınav sonuçlarının deneysel olasılıkları hesaplandığında hangi kursun sınavda başarılı olma olasılığı teorik olasılığa en yakındır?

- A) A B) B C) C D) D E) E

$$\text{teorik olasılık} = \frac{1}{2}$$

Bu durumda geçen ve kalan sayıları en yakın olan A için $\frac{24}{29}$ değeri olur

10. $x, y \in \mathbb{N}$,

$$0 \leq x \leq 3 \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$$

$$0 \leq y \leq 2 \rightarrow \{0, 1, 2\}$$

olan x ve y değerlerinden rastgele seçilen (x, y) ikililerinin $3^x - 2^y$ farkını negatif yapması deneyinin istatistik yazılımları yardımıyla 50, 250 ve 1000 tekrarında oluşan sıklıkların bazıları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tekrar Sayısı	50	250	1000
Seçilen ikilinin $3^x - 2^y$ farkını negatif yapma sıklığı	28	90	670
Seçilen ikilinin $3^x - 2^y$ farkını negatif yapmama sıklığı	22	160	330

Buna göre, seçilen (x, y) ikililerinin $3^x - 2^y$ farkını negatif yapma olayının deneysel ve teorik olasılık değerleri hesaplandığında deneysel ve teorik olasılık değerlerinin mutlak farkı en az kaç olur?

- A) 0,7 B) 0,8 C) 0,11 D) 0,31 E) 0,42

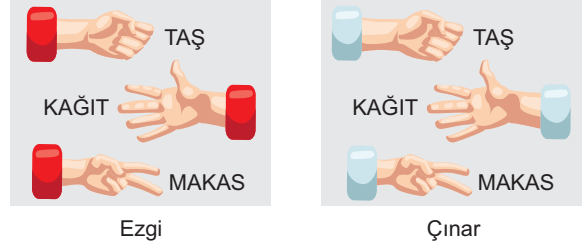
$$\begin{aligned} 3^0 - 2^0 &= 0 \\ 3^0 - 2^1 &= -1 \\ 3^0 - 2^2 &= -3 \\ 3^1 - 2^0 &= 2 \\ 3^1 - 2^1 &= 1 \\ 3^1 - 2^2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^2 - 2^0 &= 8 \\ 3^2 - 2^1 &= 7 \\ 3^2 - 2^2 &= 5 \\ 3^3 - 2^0 &= 26 \\ 3^3 - 2^1 &= 25 \\ 3^3 - 2^2 &= 23 \end{aligned}$$

teorik $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$
 250 tekrar için Deneysel $\frac{90}{250} = 0,36$

$$0,36 - 0,25 = 0,11 \text{ olur}$$

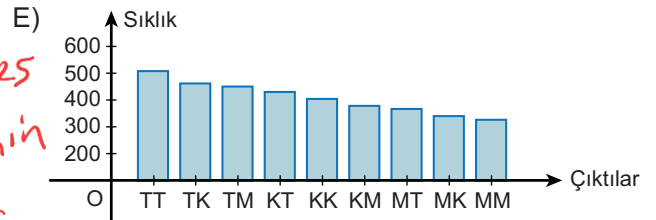
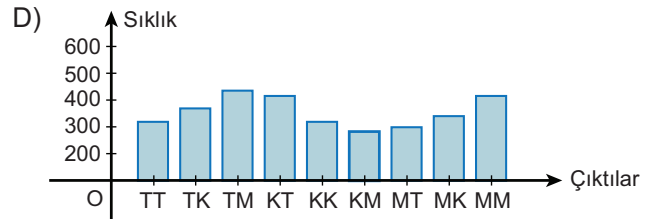
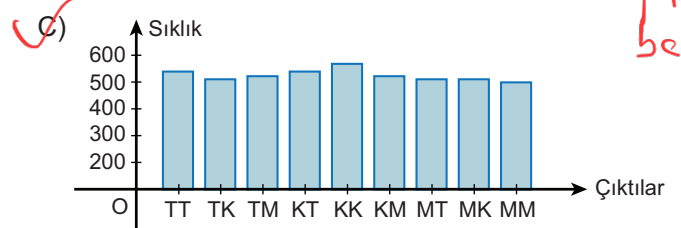
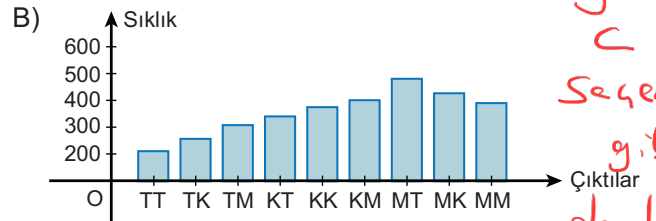
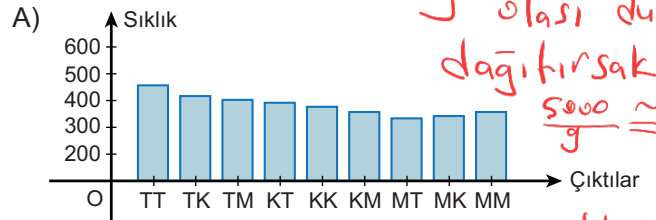
- 11.



"Taş, Kağıt, Makas" oyunu, iki veya daha fazla oyuncu arasında oynanan basit bir el oyunudur. Her oyuncu, "taş", "kağıt" veya "makas" seçeneklerinden birini seçer ve aynı anda ellerini gösterirler.

Buna göre, bu oyunun 5000 kez oynanması sonucunda oluşan çıktıların sıklık dağılımının aşağıdaki grafiklerden hangisi gibi olmasını beklersiniz?

(T: Taş, K: Kağıt, M: Makas)



5000 deneyi 9 olası duruma dağıtırsak $\frac{5000}{9} \approx 555$
 Yani C seçeneği gibi deneysel beklenir

Performans Değerlendirme

1. Bir sinemada A, B ve C filmleri aynı saatte başlamaktadır. Sinemaya gelen ilk 60 kişiden 25'i A filmini, 20'si B filmini izlemeyi tercih etmektedir.

Buna göre, sinemaya gelen bir kişinin C filmini tercih etme olasılığı deneysel ve teorik olarak sırasıyla aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

- A) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ B) $1, \frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}$

$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ için cevap A seçeneği olur.

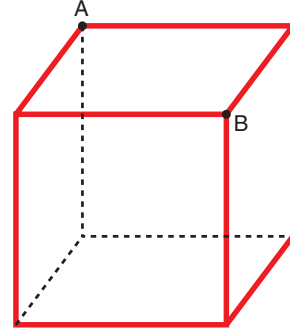
2. Hilesiz bir zar 40 kez atılıyor ve zarın üst yüzüne 1'den büyük bir sayı gelme olasılığı deneysel olarak 0,9 hesaplanıyor.

Buna göre, 40 atışın kaç tanesinde zarın üst yüzüne 1 sayısı gelmiştir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$1 - 0,9 = 0,1 = \frac{1}{10}$ ihtimalle 1 gelir
 $40 \cdot \frac{1}{10} = 4$ bulunur

3.



Yukarıda gösterilen küp biçimindeki hilesiz zar atılıyor ve bir yüzünün zeminle temas ettiği biliniyor.

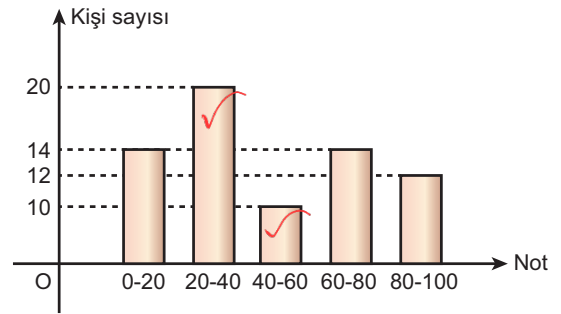
Buna göre, zarın A ve B köşelerinden yalnızca birinin zeminle temas etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{6}$

4 yan yüzey için yalnızca biri zeminle temas eder

$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ olur

4.



Yukarıda bir sınıftaki öğrencilerin matematik sınavındaki notları hakkında bilgi edinmek için Not-Kişi sayısı grafiği verilmiştir.

Örneğin; notu 40-60 aralığında olan 10 öğrenci vardır.

Buna göre, sınıftan rastgele seçilen birinin notunun 20-60 aralığında olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{3}{14}$ E) $\frac{5}{21}$

$20 + 10 = 30$ kişi için seçilenler
grafikte toplam
 $14 + 20 + 10 + 14 + 12 = 70$ kişi var

$\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$ bulunur

Performans Değerlendirme

5. Hilesiz bir zarın düzgün bir zemine 20 kez atılışında üst yüze 2 kez 1, 5 kez 2, 3 kez 3, 3 kez 4, 3 kez 5 ve 4 kez 6 gelmiştir.

Buna göre, zarın üst yüzüne çift sayı gelmesi olayının deneysel olasılığı kaçtır?

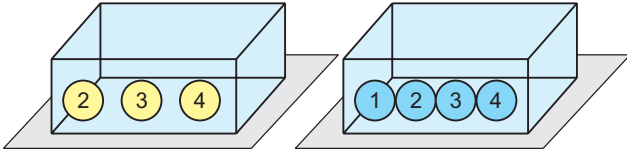
- B
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6

20 deney yapıldı
12 si çift

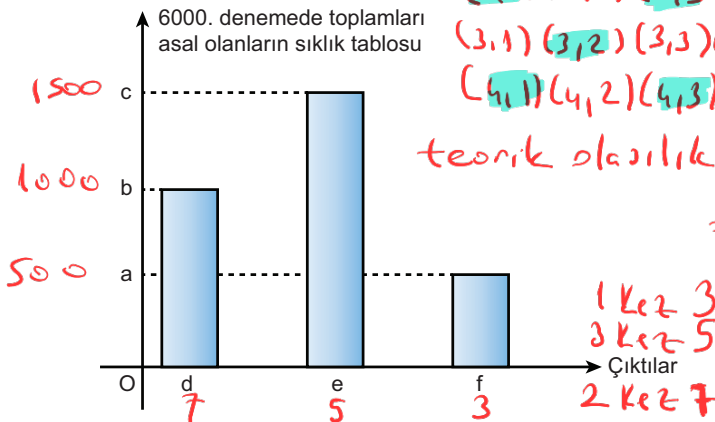
$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

6.



iki kutudan birincisinde üzerlerine 1, 2 ve 3 yazılmış toplar, ikincisinde ise 1, 2, 3 ve 4 yazılmış toplar bulunmaktadır. İki kutudan da birer top çekilecektir. Çekilen topların üzerlerine yazılmış olan sayıların toplamlarının asal sayı olma durumları incelenecektir.

Bu deneyin 6000. tekrarında deneysel olasılık değeri teorik olasılık değerine eşit çıkmış ve oluşan dağılımın beklenen grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $\frac{a+b+c}{d+f-e}$ oranı kaçtır?

- A) 1000 B) 750 C) 600 D) 300 E) 200

$$\frac{500 + 1000 + 1500}{7 + 3 - 5} = \frac{3000}{5} = 600 \text{ bulunur}$$

7.

Görüşülen Kişiler (%)	Tercih Sırası
37,5	X, Y, Z
5,0	X, Z, Y
12,5	Y, X, Z
4,0	Y, Z, X
25,0	Z, X, Y
16,0	Z, Y, X

Yukarıda verilen tabloda beyaz eşya satan X, Y ve Z şirketlerini değerlendirmek için yapılan bir araştırmanın sonucu verilmiştir. Araştırmada görüşülen kişiler üç şirketi en çok tercih edilenden en az tercih edilene göre sıralamışlardır.

Buna göre, görüşme yapılan kişilerden biri rastgele seçildiğinde, bu kişinin Y şirketini, X şirketine tercih etmiş olma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 16 B) 16,5 C) 20 D) 28,5 E) 32,5

$$16 + 4 + 12,5 = 32,5$$

$$\frac{32,5}{100} = 32,5\%$$

Aşağıdaki tabloda Mart ayının ilk 24 gününde gerçekleşen hava olaylarının sayısı verilmiştir.

Hava Durumu	Sayısı
Yağmurlu	5
Bulutlu	x → 6
Güneşli	10
Sisli	3
Toplam	24

Buna göre, 25 Mart gününün bulutlu geçmesinin deneysel olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4} \text{ bulunur}$$

Performans Değerlendirme

1. Bir torbada 1'den 9'a kadar doğal sayıların yazılı olduğu 9 adet kart vardır. Bu torbadan 1 tane kart çekiliyor.

✓ I. Çekilen kartın 3'ün katı olma olasılığı $\frac{1}{3}$ 'tür. $\{3,6,9\}$

✗ II. Çekilen kartın 5'ten büyük olma olasılığı $\frac{5}{9}$ 'dur. $\{6,7,8,9\}$
için $\frac{4}{9}$

✓ III. Çekilen kartın 11'in katı olma olasılığı 0'dır.

Buna göre, çekilen kart ile ilgili yukarıda oluşabilecek durumların hangileri doğrudur?

D

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

✓ D) I ve III E) II ve III

3. Bir halk eğitim merkezinde kursa katılan kişilerin katıldıkları kurslar ve katılan kişilerin cinsiyetleri aşağıda bazı kısımlar boş bırakılarak gösterilmiştir.

	A Kursu	B Kursu	Toplam
Erkek	25	10	35
Kadın	35	40	75
Toplam	60	50	110

Buna göre, B kursuna katılan kişilerden rastgele biri seçilirse seçilen kişinin kadın olma olasılığı kaçtır?

D

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ ✓ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{12}$

Tablonun boşluklarını doldurursak
 $\frac{40}{50}$ için $\frac{4}{5}$ bulunur

ACIL MATEMATİK

2. Bir çift zar birlikte atılıyor.

Zarların üzerindeki sayıların toplamının 4'ün tam katı olma olasılığı kaçtır?

D

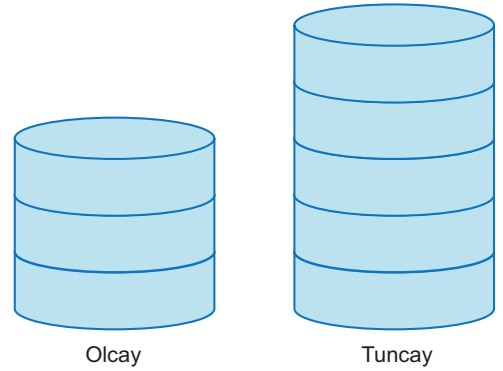
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{11}{36}$ C) $\frac{5}{18}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{9}$

$\{(1,3)(2,2)(2,6)(3,1)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2)(6,6)\}$

İsteneren 9 durum

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

- 4.



Olçay ve Tuncay, özdeş 8 tane taşı kişi başına en az bir tane düşecek biçimde rastgele paylaşarak şekilde örneği verildiği gibi birer kule yapacaklardır.

Tuncay'ın daha yüksek kule yapma olasılığı kaçtır?

C

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

~~1-7~~
~~2-6~~
~~3-5~~
4-4
5-3
6-2
7-1

$\frac{3}{7}$ bulunur

Performans Değerlendirme

5. Sarı, yeşil ve mor renkli topların bulunduğu bir kutudan rastgele bir top çekilecektir.

Çekilen topun sarı renkli olma olasılığı $\frac{4}{15}$ ve mor renkli olma olasılığı $\frac{1}{3}$ 'tür. $= \frac{5}{15}$

Kutuda toplam 24 tane yeşil renkli top vardır.

E Buna göre, kutuda kaç tane mor renkli top vardır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

$$1 - \frac{4}{15} - \frac{5}{15} \text{ için}$$

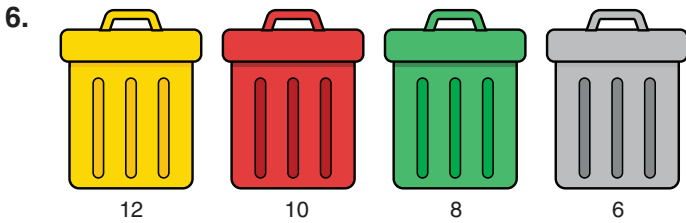
Yeşil çekme olasılığı $\frac{6}{15}$ olur

Toplam top sayısı x olsun

$$x \cdot \frac{6}{15} = 24$$

$$x = 60 \text{ olur}$$

$$\text{Mor} \Rightarrow 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \text{ bulunur}$$



Şekilde lira cinsinden etiket fiyatları altlarında yazan 4 farklı çöp kutusundan rastgele 2 tanesi satın alınacaktır.

Buna göre, ödenecek ücretin 20 liranın altında olma olasılığı kaçtır?

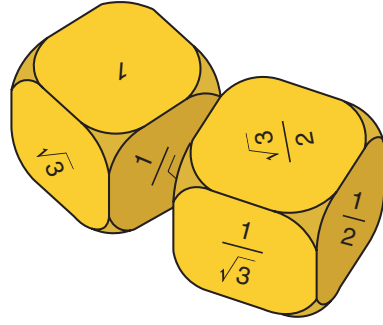
- B** A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

$$(12, 10) (12, 8) (12, 6) \\ (10, 8) (10, 6) (8, 6)$$

6 durumun 4 ünde istenen durum seçilir

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ olur}$$

7.



Yukarıda üzerlerinde $1, \frac{1}{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2}$ ve $\frac{\sqrt{3}}{2}$ sayıları yazan iki tane özdeş zar verilmiştir.

Buna göre, bu iki zar aynı anda atıldığında zarların üst yüzlerine gelen sayıların çarpımının rasyonel olma olasılığı kaçtır?

- B** A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{7}{18}$

$$(1, \frac{1}{2}) (1, \frac{1}{2}) (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \\ (\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}) (\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}) (\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{2})$$

İstene 6 durum
toplamda 36 durum

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \text{ olur}$$

8.

Can ■ ▲ ●
Elif a b c d e
Murat 1 2 3 4 X

Yukarıda Can, Elif ve Murat'ın yazdığı bazı şekil, rakam ve harfler gösterilmiştir.

Can 3 şekil, Elif 5 harf ve Murat bazı rakamları yazmıştır. Bu kişilerin yazdığı ifadelerden rastgele bir tanesi seçiliyor.

Seçilen ifadenin şekil olmama olasılığı $\frac{4}{5}$ 'tir. \Rightarrow şekil olma olasılığı.

D Buna göre, Murat kaç tane rakam yazmıştır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$\frac{3}{3+5+x} = \frac{1}{5}$$

$$8+x=15$$

$$\boxed{x=7} \text{ bulunur}$$

Performans Değerlendirme

9. 1'den 10'a kadar olan sayılar 10 kart üzerine yazılarak bir torbaya konuyor.

Mehmet torbadan rastgele bir kart çekerken Elif de elinde bulunan zarı havaya atıyor.

Buna göre, Mehmet'in çektiği kartın üzerinde yazan sayının zarın üst yüzüne gelen sayıdan daha küçük olma olasılığı kaçtır?

- C) A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{10}$

(1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
 (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
 (3,4) (3,5) (3,6)
 (4,5) (4,6)
 (5,6)

15 istenen

$10 \times 6 = 60$ tüm durum

$$\frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ olur}$$

10.

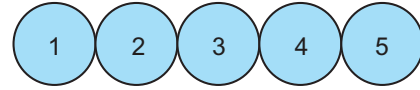
	Eski Müfredat	Yeni Müfredat
Matematik	5	7
Fizik	3	4

Yukarıdaki tablo Gökçe'nin elinde bulunan eski ve yeni müfredat kazanımlarına sahip matematik ve fizik kitaplarının sayısını göstermektedir.

Gökçe bu kitaplardan rastgele bir tane seçtiğinde, seçtiği kitabın yeni müfredat fizik kitabı veya eski müfredat matematik kitabı olma olasılığı kaçtır?

- D) A) $\frac{3}{13}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{5}{17}$ D) $\frac{9}{19}$ E) $\frac{10}{21}$
- $\frac{9}{19}$ bulunur

11.



Şekilde gösterilen özdeş toplara 1, 2, 3, 4 ve 5 numaraları yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Ömer, torbadan rastgele bir top çektikten sonra topun numarasını kaydedip topu tekrar torbaya atmaktadır.

Ömer, bu işlemi 40 kez yaptıktan sonra çektiği topun 4 numaralı bir top olma olasılığının deneysel sonucunun teorik olasılık ile aynı olduğunu görüyor.

Buna göre, Ömer kaç defa 4 numaralı topu çekmiştir?

- C) A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

teorik olasılık $\frac{1}{5}$ dir
 $\frac{x}{40} = \frac{1}{5}$ için $x = 8$ bulunur

12. Aşağıda bir dörtlü priz gösterilmiştir.



Bu prize aynı anda Zehra bilgisayarının şarj fişini, Hamza telefonunun şarj fişini, Ömer ise tabletinin şarj fişini takacaktır.

Buna göre, üçünde şarj fişlerini soldan sağa doğru Zehra, Hamza ve Ömer sırasınca yan yana takmış olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

$\underline{Z} \underline{H} \underline{Ö} \quad \underline{Z} \underline{H} \underline{Ö}$
 istenen durum 2 tane dir
 fakat tüm durum ilk kızı için 4
 ikinci kızı için 3
 ve üçüncü kızı için 2 seçenek
 olacaktır için $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ bulunur
 $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ olur