

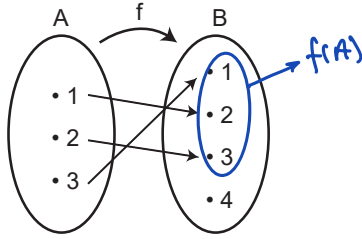
Fonksiyon Tanımı

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, A kümesindeki her elemanı B kümesindeki yalnız bir elemana eşleyen ilişkiye (bağıntıya) A'dan B'ye tanımlı bir fonksiyon denir.

Fonksiyonlar f, g, h gibi küçük harfler ile gösterilir.

- A: Tanım kümesi
- B: Değer kümesi
- $f(A)$: Görüntü kümesi

1. Aşağıda A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu gösterilmiştir.

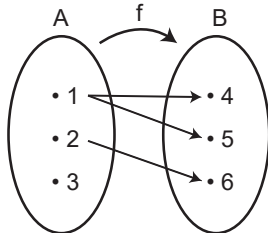


Buna göre; f fonksiyonu için

- ✓ I. Tanım kümesi, $\{1,2,3\}$
- ✓ II. Değer kümesi, $\{1,2,3,4\}$
- ✓ III. Görüntü kümesi, $\{1,2,3\}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

2. Aşağıda A kümesinden B kümesine tanımlı f ilişkisi (bağıntısı) gösterilmiştir.



Buna göre, f bağıntısı bir fonksiyon mudur?

A kümesinden 3 B kümesinden bir eleman ile eşleşmemiş, bu yüzden fonksiyon değildir.

1. I, II ve III 2. Fonksiyon değildir.

Fonksiyonların Gösterim Biçimleri

Fonksiyonlar,

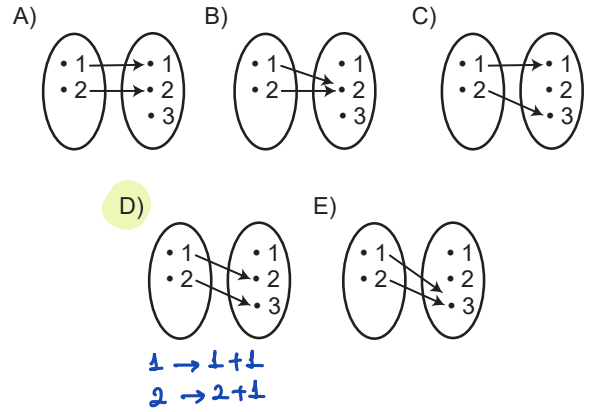
- Venn Şeması yöntemi
- Liste yöntemi
- Grafik yöntemi

biçimleri ile gösterilir.

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ olmak üzere;

A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonu tanım kümesindeki her elemanı, o elemanın bir fazlası ile ilişkilendiriliyor.

Buna göre, f fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?



2. Tanım kümesi A olan f fonksiyonu

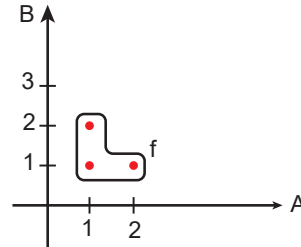
$$f = \{(-2, 0), (1, 2), (2, -1), (3, 0)\}$$

olarak veriliyor.

Buna göre, A kümesini yazınız.

$$A = \{-2, 1, 2, 3\}$$

- 3.



Grafik yöntemi ile yukarıda verilen A'dan B'ye f bağıntısı fonksiyon mudur?

$f = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} \rightarrow$ bağıntı
1 hem 1 hem 2 ile eşleşmiş
fonksiyon değil

1. D 2. $\{-2, 1, 2, 3\}$
3. Fonksiyon değildir

Fonksiyon Olma Şartları

A'dan B'ye tanımlı bir f bağıntısının fonksiyon olabilmesi için,

- Tanım kümesinde eşlenmeyen eleman olmamalıdır.
- Tanım kümesinin her bir elemanı değer kümesindeki yalnız bir eleman ile eşlenmelidir.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı (A'dan A'ya tanımlı)
 $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$

bağıntısının fonksiyon olabilmesi için bu bağıntıya eklenebilecek bir eleman yazınız.

$$(4, 4)$$

2. $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3, x \text{ tam sayı}\}$
 $B = \{y \mid y < 3, y \text{ asal sayı}\}$

olmak üzere,

A kümesindeki x değerlerini B kümesindeki y değerine eşleyen f fonksiyonunun ($f(x) = y$) kuralını yazınız.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2\}$$

$$f(x) = 2$$

3.
 I. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = 2 - x$ $2 - x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq x \Rightarrow x < 2$ için tanımsız
 II. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = \frac{x}{2}$ x : tek sayılar için tanımsız
 III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \sqrt{x-3}$ $x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$ olmak için tanımsız
 bağıntılarından hangileri fonksiyondur? $x < 3$ için tanımsız

Görüntü Kümesi

A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonunda tanım kümesindeki elemanların değer kümesindeki görüntülerinin kümesine, A kümesinin f altındaki görüntü kümesi denir ve $f(A)$ ile gösterilir.

- $f(A) = \{y \mid y = f(x), x \in A, y \in B\}$
- $f(A) \subseteq B$

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı
 $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 1)\}$

fonksiyonunun $f(A)$ kümesini yazınız.

$$f(A) = \{2, 4, 1\}$$

2. $A = \{2, 3, 4\}$ kümesinde tanımlı
 $f = \{(2, 3), (3, 4), (4, 4)\}$

fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanlarının toplamı kaçtır?

$$f(A) = \{3, 4\}$$

$$3 + 4 = 7$$

3. A'da tanımlı

$$f = \{(-1, 1), (0, 1), (-2, 0), (1, 0)\}$$

fonksiyonunda $A \cap f(A)$ kümesini yazınız.

$$A = \{-1, 0, -2, 1\}$$

$$f(A) = \{1, 0\}$$

$$A \cap f(A) = \{0, 1\}$$

Değer Bulma-1

Reel sayılar kümesinde veya reel sayılar kümesinin herhangi bir alt kümesinde tanımlı bir fonksiyon, tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesindeki hangi eleman ile ilişkilendirildiği bulunabilir.

Fonksiyonunun cebirsel veya sözel ifadeleri ile değer kümesinde değerler hesaplanır.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^3 + 1$$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

$$x=2 \text{ için } f(2) = 2^3 + 1 \quad f(2) = 9' \text{ dir.}$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = 2^x - 1$$

olduğuna göre, f(3) kaçtır?

$$x=3 \text{ için } f(3) = 2^3 - 1 \quad f(3) = 7' \text{ dir.}$$

3. Pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

olduğuna göre, f(8) kaçtır?

$$x=8 \text{ için } f(8) = \sqrt{8+1} \quad f(8) = 3' \text{ tür.}$$

4. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x^x + 1$$

olduğuna göre, f(3) kaçtır?

$$x=3 \text{ için } f(3) = 3^3 + 1 \quad f(3) = 28' \text{ dir.}$$

Değer Bulma-2

$y = f(x)$ ifadesinde x'e bağımsız değişken, y'e ise x'e bağımlı değişken denir.

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + k$$

$$f(2) = 7$$

olduğuna göre, k kaçtır?

$$x=2 \text{ için } f(2) = 2 \cdot 2 + k \\ 4 + k = 7 \\ \boxed{k=3}$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3^x + c$$

$$f(-1) = 0$$

olduğuna göre, c kaçtır?

$$x=-1 \text{ için } f(-1) = 3^{-1} + c \\ \frac{1}{3} + c = 0 \\ \boxed{c = -\frac{1}{3}}$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 4x - 18$$

$$f(k) = k$$

olduğuna göre, k kaçtır?

$$x=k \text{ için } f(k) = 4k - 18 \\ 4k - 18 = k \\ 3k = 18 \\ \boxed{k=6}$$

4. Bir f fonksiyonu,

"Her bir reel sayıyı kendisinin karesi ile kendisinin 4 katının toplamına eşleştiriyor."

biçiminde tanımlanıyor.

f(2) = p olduğuna göre, f(p) kaçtır?

$$f(x) = x^2 + 4x \\ x=2 \text{ için } f(2) = 4 + 8 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} p=12 \\ f(2) = 12 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} f(12) = 12^2 + 4 \cdot 12 = 192$$

Değer Bulma-3

Bir fonksiyonun tanım kümesi sayılabilir elemanlı bir A kümesi ise $f(A)$ kümesinin elemanları bulunabilir.

1. $A = \{2, 3, 5\}$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 9 - x$

olduğuna göre, $f(A)$ kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2) &= 7 \\ f(3) &= 6 \\ f(5) &= 4 \end{aligned} \quad f(A) = \{4, 6, 7\}$$

$4+6+7=17$ dir.

2. $A = \{-1, 0, 1\}$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$

olduğuna göre, $f(A)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^2 - 1 = 0 \\ f(0) &= 0 - 1 = -1 \\ f(1) &= 1^2 - 1 = 0 \end{aligned} \quad f(A) = \{-1, 0\}$$

↓
2 elemanlıdır.

3. $A = \{2, 3, 4, 5\}$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow \mathbb{R},$

$$f(x) = \frac{x+1}{2}$$

olduğuna göre, $f(A)$ kümesindeki tam sayı olmayan elemanların toplamı kaçtır?

$x+1$ toplamı tek sayı ise

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{3}{2} \\ f(4) &= \frac{5}{2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} f(2) &= \frac{3}{2} \\ f(4) &= \frac{5}{2} \end{aligned}} \right\} \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 \text{ 'tır.}$$

4. $A = \{0, 1, 2\}$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + p$
fonksiyonu veriliyor.

$f(A)$ kümesindeki elemanların toplamı 3 olduğuna göre, p kaçtır?

$$\begin{aligned} f(0) &= p \\ f(1) &= 1 - 2 + p \\ f(2) &= 4 - 4 + p \end{aligned} \quad f(A) = \{p, p-1\}$$

$2p - 1 = 3$
 $p = 2$

1. 17 2. 2 3. 4 4. 2

Değer Bulma-4

a, b ve c birer reel sayı olmak üzere,

$$f(ax + b)$$

fonksiyonunda $f(c)$ değeri sorulduğunda, $ax + b = c$ olduğu düşünülerek uygun x değişkeni hesaplanıp $f(c)$ değeri bulunabilir.

1. $f(3x - 5) = x + 2$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$3x - 5 = 1 \text{ ise } x = 2$$

$x=2$ için $f(1) = 4$

2. $f(2x - 1) = x^2 + x$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$2x - 1 = 1 \text{ ise } x = 1$$

$x=1$ için $f(1) = 2$

3. $f(x + 2) = ax$
 $f(4) = 8$

olduğuna göre, a kaçtır?

$$x + 2 = 4 \text{ ise } x = 2$$

$x=2$ için $f(4) = 2a$
 $2a = 8$
 $a = 4$ 'tür

4. $f(5 - x) = 2x + 1$
 $f(t) = 11$

olduğuna göre, t kaçtır?

$$5 - x = t \text{ ise } x = 5 - t$$

$x = 5 - t$ için $f(t) = 2 \cdot (5 - t) + 1$
 $11 - 2t = 11$
 $t = 0$

1. 4 2. 2 3. 4 4. 0

Değer Bulma-5

$f(x)$ fonksiyonu verildiğinde

$$f(ax + b)$$

fonksiyonu bulunabilir.

1. $f(x) = 2x + 3$
olduğuna göre, $f(x - 2)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x \rightarrow x - 2$$

$$f(x-2) = 2 \cdot (x-2) + 3$$

$$f(x-2) = 2x - 1$$

2. $f(x) = x^2 + 2x + 3$
olduğuna göre, $f(-x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x \rightarrow -x$$

$$f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) + 3$$

$$f(-x) = x^2 - 2x + 3$$

3. $f(x) = 8 - x$
olduğuna göre, $f(8 - x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x \rightarrow 8 - x$$

$$f(8-x) = 8 - (8-x)$$

$$f(8-x) = x$$

4. $f(x) = 2^x + 1$
olduğuna göre, $f(2x)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$x \rightarrow 2x$$

$$f(2x) = 2^{2x} + 1$$

$$f(2x) = 4^x + 1$$

Değer Bulma-6

Sonlu veya sonsuz $f(A)$ kümesi verildiğinde A kümesi bulunabilir.

1. $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = 3x - 1$
 $f(A) = \{-4, 8, 20\} \rightarrow$ görüntü kümesi

olduğuna göre, A kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$$3x - 1 = -4 \Rightarrow 3x = -3 \quad \boxed{x = -1}$$

$$3x - 1 = 8 \Rightarrow 3x = 9 \quad \boxed{x = 3}$$

$$3x - 1 = 20 \Rightarrow 3x = 21 \quad \boxed{x = 7}$$

$$A = \{-1, 3, 7\} \text{ 'dir}$$

$$7 + 3 + (-1) = 9$$

2. $f: [m, n] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 3x - 2$

olmak üzere f fonksiyonunun görüntü kümesi $[-8, 10]$ 'dir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

$$3x - 2 = -8 \Rightarrow 3x = -6 \quad x = -2$$

$$3x - 2 = 10 \Rightarrow 3x = 12 \quad x = 4$$

$$[m, n] = [-2, 4]$$

$$m \cdot n = -8$$

3. $f: [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x^2 + b$$

olmak üzere, f fonksiyonunun görüntü kümesi $[3, 21]$ 'dir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

$$f(0) = b$$

$$b = 3$$

$$f(a) = 2a^2 + b$$

$$2a^2 + 3 = 21$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3 \text{ veya } a = -3$$

a pozitif olmak

$$\boxed{a + b = 6}$$

Fonksiyonların Birbiri Türünden Yazılması

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x + 1$$

olduğuna göre, $f(x + 2)$ 'nin $f(x)$ türünden değerini yazınız $x \rightarrow x+2$

$$f(x+2) = 3 \cdot (x+2) + 1$$

$$f(x+2) = 3x + 7$$

$$f(x+2) = (3x+4) + 6$$

$$f(x+2) = f(x) + 6$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2x - 5$$

olduğuna göre, $f(3x)$ 'in $f(x)$ türünden değerini yazınız.

$$x \rightarrow 3x$$

$$f(3x) = 6x - 5$$

$$f(3x) = 3(2x - 5) + 10$$

$$f(3x) = 3 \cdot f(x) + 10$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2^x$$

olduğuna göre, $f(2x + 1)$ 'in $f(x)$ türünden değerini yazınız.

$$x \rightarrow 2x+1$$

$$f(2x+1) = 2^{2x+1}$$

$$f(2x+1) = 2^{2x} \cdot 2$$

$$f(2x+1) = (2^x)^2 \cdot 2$$

$$f(2x+1) = 2 \cdot f^2(x)$$

Fonksiyonun En Geniş Tanım Kümesinin Bulunması

Fonksiyonun cebirsel ifadesine bakılarak fonksiyonun tanım kümesinde olmaması gereken (fonksiyonun tanımsız olduğu) sayılar belirlenir.

- 1.
- $f(x) = 2x - 1$

fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz.

$$\mathbb{R}$$

- 2.

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 4} \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 4 \rightarrow x \neq 2 \rightarrow x \neq -2$$

fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz.

$$\mathbb{R} - \{2, -2\}$$

- 3.

$$f(x) = \sqrt{8-x} + \sqrt{x-2}$$

fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz.

$$8-x \geq 0 \quad x-2 \geq 0$$

$$8 \geq x \quad x \geq 2$$

$$8 \geq x \geq 2$$

$$[2, 8]$$

- 4.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$$

fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz.

$$x+1 \geq 0 \quad x-2 \neq 0$$

$$x \geq -1 \quad x \neq 2$$

$$[-1, \infty) - \{2\}$$

1. $f = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 0)\}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(0) + f(1) - f(-1)$ kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 1 \\ f(0) = 2 \\ f(1) = 0 \end{array} \right\} f(0) + f(1) - f(-1) = 1$$

2. Reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 2x + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2) + f(4)$ toplamı kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} x=2 \quad f(2) = 4+3=7 \\ x=4 \quad f(4) = 8+3=11 \end{array} \right\} f(2) + f(4) = 18$$

3. a bir reel sayı olmak üzere

$$f(x) = 2^x + 3^x + a$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2) = 14$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} x=2 \quad f(2) = 2^2 + 3^2 + a \quad a + 13 = 14 \quad \boxed{a=1} \\ x=1 \quad f(1) = 2 + 3 + 1 \quad f(1) = 6 \end{array}$$

4. A kümesinden B kümesine tanımlı

$$f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3)\}$$

fonksiyonu veriliyor

Buna göre, $A - f(A)$ fark kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} A = \{1, 2, 3, 4\} \\ f(A) = \{2, 3\} \\ A - f(A) = \{1, 4\} \Rightarrow 1+4=5 \end{array}$$

5. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x) = \frac{x+3}{x-1}$$

$$g(x) = 2x + 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(2) + g(2)$ kaçtır?

$$x=2 \text{ için } \left. \begin{array}{l} f(2) = 5 \\ g(2) = 5 \end{array} \right\} f(2) + g(2) = 10$$

6. t bir pozitif reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \frac{4}{9x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(t) = t$ eşitliğini sağlayan t kaçtır?

$$\begin{array}{l} x=t \text{ için } f(t) = \frac{4}{9t} \\ \frac{4}{9t} = t \text{ ise } 9t^2 = 4 \\ t^2 = \frac{4}{9} \quad t = \frac{2}{3} \end{array}$$

7. $f(x+2) = x-1$

olduğuna göre, $f(x-1)$ fonksiyonunu bulunuz.

$$\begin{array}{l} x+2 \rightarrow x-1 \\ x \rightarrow x-3 \text{ yazalım} \\ f(x-1) = (x-3) - 1 = x-4 \end{array}$$

8. $f(x) = x^2 - mx$

$$f(2) = f(5)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 4 - 2m \\ f(5) = 25 - 5m \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 - 2m = 25 - 5m \\ 3m = 21 \\ \boxed{m=7} \end{array}$$

9. $f(x) = ax^2 - ax + 1$
 $f(-1) = 21$

olduğuna göre, a kaçtır?

$x = -1$ için $f(-1) = a + a + 1$
 $2a + 1 = 21$
 $a = 10$

10. $f(x) = 3x + a$
 $f(-2) + f(1) = 1$

olduğuna göre, f(a) kaçtır?

$x = -2$ için $f(-2) = -6 + a$
 $x = 1$ için $f(1) = 3 + a$
 $-6 + a + 3 + a = 1$
 $2a = 4$
 $a = 2$
 $f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$

11. $f(x) = x^3 - ax^2 + a$
 $f(a) = 3$

olduğuna göre, f(a - 1) kaçtır?

$x = a$ için $f(a) = a^3 - a^2 + a$
 $a = 3$
 $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3$
 $f(2) = -1$

12. Bir f fonksiyonu. "Her x reel sayısını kendisi ile kendisinin çarpma işlemine göre tersinin toplamına eşleştirmektedir." biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, f(m) = 2 eşitliğini sağlayan m kaçtır?

$f(x) = x + \frac{1}{x}$
 $f(m) = m + \frac{1}{m}$
 $m + \frac{1}{m} = 2$ $m = 1$

13. $f(x + 1) = x^2$

olduğuna göre, f(2x) fonksiyonunu yazınız.

$x + 1 \rightarrow 2x$
 $x \rightarrow 2x - 1$ yololım
 $f(2x) = (2x - 1)^2$

14.

$f: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x^2 + 2$

olduğuna göre, f fonksiyonunun görüntü kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$f(-2) = f(2) = 6$
 $f(-1) = f(1) = 3$
 $f(0) = 2$
 $6 + 3 + 2 = 11$

15.

- I. $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x - 1$ $x < 1$ değerleri için tanımsız
 II. $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = \frac{x}{3}$ $x \neq 3k$ değerler için tanımsız
 III. $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x^2$ her tam sayının karesi bir doğal sayıdır!
 bağıntılarından hangileri bir fonksiyondur?

16. Reel sayılar kümesinde tanımlanan $y = f(x)$ fonksiyonun değer kümesi pozitif reel sayılardır.

$x + y = y^2 - 1$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

$y^2 - y = x + 1$
 $y^2 - y + \frac{1}{4} = x + 1 + \frac{1}{4}$
 $(y - \frac{1}{2})^2 = x + \frac{5}{4}$
 $x = 1$ için $(y - \frac{1}{2})^2 = 1 + \frac{5}{4}$
 $y - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $y = 2$
 $f(1) = 2$

1. $A = \{0, 1, 2, 3\}$ olduğuna göre,

I. $f: A \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x-1}$ $x=0$ için tanımsız
 II. $g: A \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ $x=1$ için tanımsız
 III. $h: A \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = |x-1|$

bağlantılarından hangileri fonksiyondur?

- 2.

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = 2x - 1$

fonksiyonu veriliyor.

$A = \{-1, 2, 4\}$ ve $s(B) = 3$

olduğuna göre, B kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$f(A) = B$
 $f(-1) = -3$
 $f(2) = 3$ $B = \{-3, 3, 7\}$
 $f(4) = 7$ $-3+3+7=0$

3. A kümesinden reel sayılar kümesine tanımlı

$f(x) = 3x - 2$

fonksiyonu veriliyor.

$f(A) = \{3, 4, 5\}$ olduğuna göre, A kümesini bulunuz.

↳ görüntü kümesi

$3x-2=3$ $3x=5$ $x=\frac{5}{2}$
 $3x-2=4$ $3x=6$ $x=2$ $A = \{\frac{5}{2}, 2, \frac{7}{3}\}$
 $3x-2=5$ $3x=7$ $x=\frac{7}{3}$

- 4.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \neq 0$

fonksiyonunun reel sayılar kümesindeki en geniş tanım kümesini yazınız.

$x-1 \geq 0$ ve $\sqrt{x-1} \neq 0$
 $x \geq 1$
 $(1, \infty)$

5. Uygun koşullarda tanımlı

$f(x) = \sqrt{x-a}$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2a) = 2$

olduğuna göre, $f(3a+1)$ kaçtır?

$x=2a$ için $f(2a) = \sqrt{2a-a}$
 $\sqrt{a} = 2 \Rightarrow a=4$

$f(3 \cdot 4 + 1) = f(13)$

$f(13) = \sqrt{13-4} = 3$

6. En geniş tanım kümesinde tanımlı,

$f(x) = \frac{2x}{a-3x}$

fonksiyonunda $f(2)$ hesaplanamadığına göre, a kaçtır?

$x=2$ için $a-3x=0$ 'dir.
 $a-6=0$ ise $a=6$

7. Reel sayılar kümesinde

$f(x) = \sqrt{x^2+a}$

fonksiyonu tanımlandığına göre, a reel sayısının bulunduğu en geniş aralığı yazınız.

$x^2+a \geq 0$
 $x^2 \geq -a$
 $a \in [0, \infty)$

- 8.

I. $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = x^3$ $f(-2) = -8 \notin \mathbb{N}$

II. $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x-2}$ $x=2$ tanımsız

III. $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2+1} \rightarrow$ daima pozitif

bağlantılarından hangileri bir fonksiyondur?

9. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 3x + 5$$

olduğuna göre, tanım kümesindeki hangi elemanın görüntüsü kendisine eşittir?

$$f(a) = a$$

$$f(a) = 3a + 5$$

$$3a + 5 = a \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

10. Uygun şartlarda tanımlı

$$f\left(\frac{x-1}{2x}\right) = 6x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

$$\frac{x-1}{2x} = 2 \Rightarrow x-1=4x \quad x = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3} \quad f(2) = 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1$$

icin

$$f(2) = -3$$

- 11.
- x
- değişkenine bağlı
- f
- fonksiyonu için,

$$f(x+a) = x^2 - a^2$$

$$f(1) = 5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

$$x+a=1 \Rightarrow x=1-a$$

$$x=1-a \quad f(1) = (1-a)^2 - a^2 = 5$$

icin

$$1 - 2a + a^2 - a^2 = 5$$

$$2a = -4$$

$$a = -2$$

- 12.

$$f(x) = \frac{x-1}{3}$$

$$f(3m+1) = 7$$

olduğuna göre, $f(m)$ kaçtır?

$$x=3m+1 \quad f(3m+1) = \frac{3m+1-1}{3} = 7$$

icin

$$m=7$$

$$f(7) = \frac{7-1}{3} = 2$$

- 13.
- $f(x^2 + x + 1) = 1 - 2x - 2x^2$

olduğuna göre, $f(-99)$ kaçtır?

$$f(x^2+x+1) = -(2x^2+2x-1)$$

$$f(x^2+x+1) = -\left(\underbrace{2x^2+x}_{-100} - 1\right)$$

$$f(-99) = 201$$

14. Uygun koşullarda tanımlı
- $y = f(x)$
- fonksiyonu için,

$$x \cdot f(x) = 2 - f(x)$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

$$x=3 \quad 3 \cdot f(3) = 2 - f(3)$$

icin

$$4f(3) = 2$$

$$f(3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

15. Tanım kümesi
- $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- olan iki değişkenli

$$f(x, y) = xy + x - y + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(m, 2) = 8$$

olduğuna göre, $f(2, m)$ kaçtır?

$$x=m \text{ ve } y=2 \text{ için}$$

$$f(m, 2) = m \cdot 2 + m - 2 + 1$$

$$3m - 1 = 8$$

$$m = 3$$

$$f(2, 3) = 2 \cdot 3 + 2 - 3 + 1$$

$$f(2, 3) = 6$$

- 16.
- f
- fonksiyonu her
- m
- ve
- n
- reel sayıları için,

$$f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$f(1) = 3$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

$$f(1+1) = f(1) \cdot f(1)$$

$$f(2) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$f(2+1) = f(2) \cdot f(1)$$

$$f(3) = 9 \cdot 3 = 27$$

1. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{5, 6, 7\}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi A kümesinden B kümesine tanımlanan bir fonksiyondur?

- DDD
A) $\{(1, 5), (1, 6), (1, 7)\} \rightarrow (2, ?) (3, ?)$
B) $\{(1, 5), (2, 6), (3, 7)\} \rightarrow 7 \notin B$
C) $\{(1, 6), (2, 7), (2, 5)\} \rightarrow (3, ?)$
D) $\{(1, 7), (2, 6), (3, 5)\}$
E) $\{(5, 1), (6, 1), (7, 1)\} \rightarrow 7 \notin A$

2. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için

$$f(x) = \frac{3x-2}{x+2} \neq 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi hesaplanamaz?

- AAA
A) $f(-2)$ B) $f(-1)$ C) $f(2)$ D) $f(3)$ E) $f\left(\frac{2}{3}\right)$
 $f(-2)$ hesaplanamaz

3. Bir f fonksiyonu, "Her bir x reel sayısı kendisinin küpü ile kendisinin karesinin toplamına eşleştiriyor" biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- CCC
A) $f(1) = 5$ B) $f(0) = 2$ C) $f(2) = 12$
D) $f(-1) = 2$ E) $f(-2) = -12$

$$f: x \rightarrow x^3 + x^2$$

$$f(1) = 1 + 1 = 2$$

$$f(0) = 0 + 0 = 0$$

$$f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$f(-2) = -8 + 4 = -4$$

$$f(2) = 8 + 4 = 12 \checkmark$$

4. Aşağıdakilerden hangisi doğal sayılar kümesinden doğal sayılar kümesine tanımlı bir fonksiyon belirtir?

- EEE
A) $f(x) = x - 1$ B) $f(x) = \frac{2}{x}$
C) $f(x) = 7 - x$ D) $f(x) = \sqrt{x+1}$

$$E) f(x) = x^2 \rightarrow \forall x \in \mathbb{N} \text{ için } x^2 \in \mathbb{N}$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

- 5.

$$f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{x^2}$$

fonksiyonun reel sayılar kümesindeki en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- EEE
A) $(-\infty, 5)$ B) $(-\infty, 5]$ C) $[5, \infty)$
D) $(-\infty, 0) \cup (0, 5)$ E) $(-\infty, 0) \cup (0, 5]$

$$x^2 \neq 0 \wedge 5-x \geq 0$$

$$x \neq 0 \wedge 5 \geq x$$

$$(-\infty, 0) \cup (0, 5]$$

6. m bir reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = 6x + m$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(m-1) = f(5-2m)$ olduğuna göre, f(m) kaçtır?

- EEE
A) -14 B) -7 C) 0 D) 7 E) 14

$$x = m-1 \text{ için } f(m-1) = 6 \cdot (m-1) + m = 7m-6$$

$$x = 5-2m \text{ için } f(5-2m) = 6 \cdot (5-2m) + m = 30-11m$$

$$7m-6 = 30-11m$$

$$18m = 36$$

$$m = 2$$

$$f(x) = 6x + 2 \Rightarrow f(2) = 14$$

7. $f(-x) = x^2 + 2x + 1$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $x^2 - 2x + 1$ B) $x^2 - 2x - 1$ C) $x^2 + 2x + 1$
 D) $x^2 + 2x - 1$ E) $-x^2 - 2x + 1$

$$x \rightarrow -x$$

$$f(x) = (-x)^2 + 2(-x) + 1$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

8. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x + 3) = 3x$$

$$g(x - 2) = -2x$$

fonksiyonları veriliyor.

$$f(t - 2) + g(t + 3) = 2t$$

olduğuna göre, t kaçtır?

EEE

- A) -5 B) -10 C) -15 D) -20 E) -25

$$x + 3 = t - 2 \Rightarrow x = t - 5 \quad \text{icin} \quad f(t - 2) = 3 \cdot (t - 5)$$

$$x - 2 = t + 3 \Rightarrow x = t + 5 \quad \text{icin} \quad g(t + 3) = -2(t + 5)$$

$$f(t - 2) + g(t + 3) = (3t - 15) + (-2t - 10)$$

$$t - 25 = 2t$$

$$\boxed{t = -25}$$

9. $f(x) + f(x + 4) = 4 - x$

olduğuna göre, $f(-2) + f(2)$ toplamı kaçtır?

DDD

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$x = -2 \quad \text{icin} \quad f(-2) + f(2) = 4 - (-2)$$

$$f(-2) + f(2) = 6$$

10.

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x}$$

olduğuna göre, $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(10)$ çarpımı kaçtır?

DDD

- A) 1 B) $\frac{10}{11}$ C) $\frac{11}{10}$ D) 11 E) 10

$$f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot \dots \cdot f(10)$$

$$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right)$$

$$\cancel{2} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \dots \cdot \frac{11}{\cancel{10}} = 11$$

11. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için

$$3^{f(x)} = x - 2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(3) + f(11)$ toplamı kaçtır?

CCC

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$x = 3 \quad \text{icin} \quad 3^{f(3)} = 1 \quad \text{ise} \quad f(3) = 0$$

$$x = 11 \quad \text{icin} \quad 3^{f(11)} = 9 \quad \text{ise} \quad f(11) = 2$$

$$f(3) + f(11) = 2$$

12. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu için

$$f(2^x) = (0,2)^x$$

eşitliği veriliyor.

 $f(a) = 25$ olduğuna göre, $f\left(\frac{a}{2}\right)$ kaçtır?

EEE

- A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 25 E) 125

$$f(2^x) = \left(\frac{2}{10}\right)^x \Rightarrow f(2^x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^{-x}$$

$$5^{-x} = 25 \quad \text{ise} \quad x = -2$$

$$2^x = a \quad \text{ise} \quad a = \frac{1}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{8}\right) = f(2^{-3}) = 5^{-(-3)} = 125$$

1. $A = \{-2, 0, 1\}$
 $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

olduğuna göre,

✓ I. $f(x) = x^2$ $f(-2)=4$ $f(0)=0$ $f(1)=1$
✓ II. $f(x) = x^2 - 1$ $f(-2)=3$ $f(0)=-1$ $f(1)=0$
✓ III. $f(x) = 2 - x$ $f(-2)=4$ $f(0)=2$ $f(1)=1$

ifadelerinden hangileri A'dan B'ye bir fonksiyon belirtir?

EEE

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

2. $f(x) = 2x + 1$

olduğuna göre, $f(2x + 1)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $2 \cdot f(x) + 1$ B) $2 \cdot f(x) - 1$ C) $2 \cdot f(x)$
D) $f(x) + 2$ E) $2 \cdot f(x) + 2$

$f(2x+1) = 2 \cdot (2x+1) + 1$
 $f(2x+1) = 4x + 3$ $\rightarrow f(x)$
 $f(2x+1) = 2(2x+1) + 1$
 $f(2x+1) = 2f(x) + 1$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$f(x) = 3^{x+2} + 2$

fonksiyonu veriliyor.

$f(m) = 29$ olduğuna göre, $f(m-1)$ kaçtır?

DDD

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

$x=m$ için
 $f(m) = 3^{m+2} + 2$
 $3^{m+2} + 2 = 29$
 $3^{m+2} = 27$
 $m+2 = 3$
 $m = 1$
 $f(0) = 3^2 + 2 = 11$

4. Aşağıda verilen bağıntılardan hangisi reel sayılar kümesinde tanımlı bir fonksiyon olamaz

EEE

A) $f(x) = 1 - x$

B) $f(x) = x - 2x^2$

C) $f(x) = \frac{x+1}{2}$

D) $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$

E) $f(x) = \frac{1}{x^3+1}$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 f fonksiyonu $x=-1$ için tanımsızdır

5. $f(x+2) + f(4-x) = x^2 + x + 1$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

DDD

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

$x=1$ için
 $f(3) + f(3) = 1 + 1 + 1$
 $2f(3) = 3$
 $f(3) = \frac{3}{2}$

6. $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + \sqrt{25-5x}$

fonksiyonunun doğal sayılar kümesindeki en geniş tanım kümesi kaç elemanlıdır?

EEE

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$x-1 \in \mathbb{R}$ $25-5x > 0$
 $25 > 5x$
 $5 > x$
 $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

7. $f(x) = 3x + 5$

olduğuna göre, $x \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

BBB

- A) $3x + 5$ B) $5x + 3$ C) $3 + \frac{5}{x}$
D) $5 + \frac{3}{x}$ E) $5x + \frac{3}{x}$

$$x \rightarrow \frac{1}{x}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = 3 \cdot \frac{1}{x} + 5$$

$$x \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = x \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{x} + 5\right)$$

$$x \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 3 + 5x$$

8. $f(x) = 3^{x-1}$

olduğuna göre, $f(2x + 1)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

AAA

- A) $9 \cdot f^2(x)$ B) $9 \cdot f(x)$ C) $3 \cdot f^2(x)$
D) $3 \cdot f(x)$ E) $f^2(x)$

$$x \rightarrow 2x + 1$$

$$f(2x+1) = 3^{2x+1-1}$$

$$f(2x+1) = 3^{2x} \quad \text{f(x)}$$

$$f(2x+1) = (3^{x-1})^2 \cdot 3^2$$

$$f(2x+1) = 9 \cdot f^2(x)$$

9. Uygun koşullarda tanımlı

$$f(x+1) = 2^{x+5}$$

$$g(x-1) = \frac{f(x)}{4^x}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(3)$ kaçtır?

DDD

- A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) 4

$$x=4 \text{ için } g(3) = \frac{f(4)}{4^4}$$

$$x=3 \text{ için } f(4) = 2^{3+5} = 2^8$$

$$g(3) = \frac{2^8}{2^8} = 1$$

10.

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{2x}{x+1} + 7$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

BBB

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) = 2 \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right) + 7$$

$$f(a) = \frac{2}{a} + 7$$

$$f(2) = \frac{2}{2} + 7 = 8$$

11. Pozitif reel sayılardan tanımlı

$$f(x) = x^2$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(m-1) = 49$$

olduğuna göre,

$$f(m+1) + f(5m)$$

toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

AAA

- A) $f(41)$ B) $f(43)$ C) $f(45)$ D) $f(47)$ E) $f(49)$

$$f(m-1) = (m-1)^2 = 49$$

$$m-1 = 7$$

$$m = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} f(m+1) = (m+1)^2 \Rightarrow f(9) = 9^2 \\ f(5m) = (5m)^2 \Rightarrow f(40) = 40^2 \end{array} \right\} 9^2 + 40^2 = 41^2$$

$$f(41)$$

12. f fonksiyonu her a ve b reel sayıları için

$$f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$$

eşitliği sağlanmaktadır.

 $f(2) = 3$ olduğuna göre, $f(8)$ kaçtır?

BBB

- A) 6 B) 9 C) 15 D) 24 E) 27

$$f(2 \cdot 2) = f(2) + f(2)$$

$$f(4) = 3 + 3 \text{ ise } f(4) = 6$$

$$f(2 \cdot 4) = f(2) + f(4)$$

$$f(8) = 3 + 6 \text{ ise } f(8) = 9$$

1. n pozitif tam sayı olmak üzere, pozitif tam sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu;

$f(n)$: " n sayısının asal bölenlerinin toplamı"

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, $f(n) = 7$ eşitliğini sağlayan iki basamaklı kaç tane n sayısı vardır?

DDD

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$f(n) = 7$ ise
 n sayısının asal bölenleri 2 ve 5 veya 7'dir.

| | | | |
|---------------|---------------|-------|----------|
| $2 \cdot 5$ | $2 \cdot 5^2$ | 7^2 | } 6 tane |
| $2^2 \cdot 5$ | | | |
| $2^3 \cdot 5$ | | | |
| $2^4 \cdot 5$ | | | |
| | | | |

2. n pozitif bir tam sayı olmak üzere, \triangle_n sembolü n sayısının rakamlar toplamı olan sayıyı temsil etmektedir.

Buna göre,

I. $\triangle_{9872} = a$ ise $\triangle_a = 8$

II. $\triangle_{10} + \triangle_{11} + \triangle_{12} + \dots + \triangle_{20} = 57$

III. $\triangle_n = 2$ ise n en az iki basamaklı bir sayıdır.

ifadelerinden hangisi doğrudur?

CCC

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

- D) I ve III E) I, II ve III

I. $a = 9 + 8 + 7 + 2 = 26$

$\triangle_{26} = 2 + 6 = 8$

II. $1 + 2 + 3 + \dots + 10 + 2 = 55 + 2 = 57$

$\frac{10 \cdot 11}{2}$

III. $n = 2$ için de açıklar.

3. abc üç basamaklı ab ve bc iki basamaklı doğal sayılar olmak üzere, üç basamaklı doğal sayılar kümesinden tam sayılar kümesine tanımlı

$f(abc) = ab + bc$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $f(abc) = 70$ eşitliğini sağlayan kaç farklı abc sayısı vardır?

AAA

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$f(abc) = ab + bc = 70$

$(10a + b) + (10b + c) = 70$

$11b + 10a + c = 70$

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 5 |
| 4 | 2 | 6 |
| 3 | 3 | 7 |
| 2 | 4 | 8 |

| | |
|-----|----------|
| 611 | } 5 tane |
| 515 | |
| 426 | |
| 337 | |
| 248 | |

4. m ile n birer rakam olmak üzere,

$\overline{m|n} = \sqrt{m+n}$

ilişkisi tanımlanmıştır.

Buna göre,

I. $\overline{m|m+1} = 3$ ise $m = 4$ 'tür.

II. $\overline{m|n} = 1$ ise $m \neq n$ 'dir.

III. $\overline{m|n} = 4$ ise $m \neq n$ 'dir.

DDD

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve II

- E) I, ve III

I. $\sqrt{m+m+1} = 3$ ise $\sqrt{2m+1} = 3$ $m=4$ 'tür.

II. $\sqrt{m+n} = 1$ ise $m+n=1$ $m \neq n$ 'dir.

III. $\sqrt{m+n} = 4$ ise $m+n=16$ $m=n$ için açıklar.

5. 5 gruptan oluşan bir toplulukta gruplara 1'den 5'e kadar numara verilmiştir. Bu topluluktaki n numaralı gruptaki kişi sayısını hesaplayan fonksiyon

$$f(n) = n^2 - 7n + 15$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, kişi sayısı diğerlerinden farklı olan grubun numarası kaçtır?

AAA

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f(2) = f(5) = 5$$

$$f(3) = f(4) = 3$$

$$f(1) = 9$$

6. a sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2x - a$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\bullet f\left(\frac{2}{a}\right) = 0$$

$$\bullet f\left(\frac{1}{a}\right) = 1$$

olduğuna göre, f(a) kaçtır?

EEE

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) -2

$$x = \frac{2}{a} \text{ için } f\left(\frac{2}{a}\right) = 2 \cdot \frac{2}{a} - a = \frac{4}{a} - a$$

$$\frac{4}{a} - a = 0 \text{ ise } \boxed{a^2 = 4}$$

$$a = 2 \vee a = -2$$

$$x = \frac{1}{a} \text{ için } f\left(\frac{1}{a}\right) = 2 \cdot \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a$$

$$\frac{2}{a} - a = 1 \text{ ise } \boxed{a = -2}$$

$$f(x) = 2x + 2$$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 2 = -2$$

7. Sıcaklık ölçüsü n fahrenheit'ı, diğer sıcaklık ölçüsü f(n) santigrad'a çevirmek için

$$f(n) = \frac{n - 32}{1,8}$$

fonksiyonu kullanılır.

Bir ortamın sıcaklık ölçüsü hem fahrenheit birimine göre hem de santigrad birimine göre aynıdır.

Buna göre, bu ortamın sıcaklık ölçüsü kaç fahrenheit'tır?

CCC

- A) -32 B) -36 C) -40 D) -42 E) -45

sıcaklık aynı ise $f(n) = n$ 'dir

$$\frac{n - 32}{1,8} = n \Rightarrow n - 32 = 1,8n$$

$$0,2n = 32$$

$$n =$$

8. Pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu

$$f(x) = x \cdot (x - 2)$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre,

$$f(2 \cdot a) = f(a)$$

eşitliğini sağlayan a reel sayısı kaçtır?

BBB

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

$$x = 2a \text{ için } f(2a) = 2a \cdot (2a - 2)$$

$$x = a \text{ için } f(a) = a \cdot (a - 2)$$

$$f(2a) = f(a) \text{ ise } 2a \cdot (2a - 2) = a \cdot (a - 2) \text{ 'dir}$$

$$4a^2 - 4a = a^2 - 2a$$

$$3a^2 = 2a$$

$$3a = 2$$

$$a = \frac{2}{3}$$

$f(x + a)$ İle $f(x)$ Arasındaki Farkın Sabit Olması

$$f(x + 3) = f(x) + 6$$

$$f(1) = 5$$

$$f(10) = n$$

problemlerinde

$$f(10) = f(1) + \frac{10-1}{3} \cdot 6$$

$$n = 5 + 3 \cdot 6$$

$$n = 23$$

bulunur.

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x + 2) = f(x) + 3$
 $f(1) = 7$

olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?

$$f(7) = f(1) + \frac{7-1}{2} \cdot 3$$

$$f(7) = 7 + 3 \cdot 3$$

$$f(7) = 16$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x + 2) = f(x - 2) + 3$
 $f(20) = 22$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

$$f(20) = f(0) + \frac{20-0}{4} \cdot 3$$

$$22 = f(0) + 15$$

$$f(0) = 7$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x + 1) = f(x - 2) - 5$
 $f(2) = 77$

olduğuna göre, $f(20)$ kaçtır?

$$f(20) = f(2) + \frac{20-2}{3} \cdot (-5)$$

$$f(20) = 77 + (-30) = 47$$

 $f(x + a)$ İle $f(x)$ Arasındaki Oranın Sabit Olması

$$f(x + 2) = f(x) \cdot 4$$

$$f(1) = 3$$

$$f(11) = n$$

problemlerinde

$$f(11) = f(1) \cdot 4^{\frac{11-1}{2}}$$

$$n = 3 \cdot 4^5$$

bulunur.

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x + 2) = f(x + 1) \cdot 3$
 $f(1) = \frac{16}{27}$

olduğuna göre, $f(8)$ kaçtır?

$$f(8) = f(1) \cdot 3^{8-1}$$

$$f(8) = \frac{16}{27} \cdot 3^7 = 16 \cdot 3^4 = 2^4 \cdot 3^4$$

$$f(8) = 6^4$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x + 2) = f(x - 1) \cdot 2$
 $f(8) = 64$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

$$f(8) = f(-1) \cdot 2^{\frac{8-(-1)}{3}}$$

$$64 = f(-1) \cdot 2^3 \text{ ise } f(-1) = \frac{2^6}{2^3} = 8$$

3. $f(x + 1) = f(x) \cdot \frac{1}{5}$

$$f(1) = 10^6$$

olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?

$$f(7) = f(1) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{7-1}$$

$$f(7) = 10^6 \cdot \frac{1}{5^6} = 2^6$$

$$f(7) = 64$$

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x-2) = f(x+2) - 4$
 $f(0) = 5$

olduğuna göre, $f(12)$ kaçtır?

$$f(12) = f(0) + \frac{12-0}{-4} \cdot (-4)$$

$$f(12) = 5 + 12$$

$$f(12) = 17$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x+3) = f(x-2) - 3$
 $f(0) = 80$

olduğuna göre, $f(80)$ kaçtır?

$$f(80) = f(0) + \frac{80-0}{5} \cdot (-3)$$

$$f(80) = 80 + 16 \cdot (-3)$$

$$f(80) = 32$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x+2) = 5 \cdot f(x-5)$
 $f(1) = -1$

olduğuna göre, $f(15)$ kaçtır?

$$f(15) = f(1) \cdot 5^{\frac{15-1}{7}}$$

$$f(15) = (-1) \cdot 5^2$$

$$f(15) = -25$$

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x-3) = f(x+3) \cdot 2$
 $f(-2) = 0,125$

olduğuna göre, $f(-20)$ kaçtır?

$$f(-20) = f(-2) \cdot 2^{\frac{-20-(-2)}{-6}}$$

$$f(-20) = 0,125 \cdot 2^3$$

$$f(-20) = \frac{1}{8} \cdot 8$$

$$f(-20) = 1$$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x+1) = f(x) + x$
 $f(1) = 7$

olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?

$$f(x+1) - f(x) = x$$

$$x=1 \quad f(2) - f(1) = 1$$

$$x=2 \quad f(3) - f(2) = 2$$

$$\vdots$$

$$x=6 \quad f(7) - f(6) = 6$$

$$f(7) - f(1) = \frac{6 \cdot 7}{2}$$

$$f(7) - f(1) = 21 \Rightarrow f(7) = 28$$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x \cdot f(x+1)$
 $f(1) = 1$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

$$\frac{f(x)}{f(x+1)} = x$$

$$\frac{f(1)}{f(2)} \cdot \frac{f(2)}{f(3)} \cdot \frac{f(3)}{f(4)} \cdot \frac{f(4)}{f(5)} = \frac{f(1)}{f(5)}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = \frac{f(1)}{f(5)}$$

$$24 = \frac{1}{f(5)} \Rightarrow f(5) = \frac{1}{24}$$

Sabit Fonksiyon

c bir reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = c$$

fonksiyonuna sabit fonksiyon denir.

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

fonksiyonunun sabit fonksiyon olması için $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ olmalıdır.

1. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = (a + 2)x^2 + (b - 3)x + a \cdot b$$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre, $f(a + b)$ kaçtır?

$$\begin{cases} a+2=0 & a=-2 \\ b-3=0 & b=3 \end{cases} \left. \begin{array}{l} f(x) = -6 \\ f(t) = -6 \end{array} \right\}$$

2. m pozitif bir reel sayıdır.

$$f(x) = \frac{2x + m}{mx + 8}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $m + f(m)$ toplamı kaçtır?

$$\frac{2}{m} = \frac{m}{8} \Rightarrow m^2 = 16 \quad \boxed{m=4}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}$$

$$4 + f(4) = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

3. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = ax + b$$

$$f(a) + f(b) = 6$$

eşitlikleri veriliyor.

f sabit fonksiyon olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

f sabit fonksiyon ise $\boxed{a=0}$ ve $f(x) = b$ 'dir

$$f(a) + f(b) = b + b = 6$$

$$\boxed{b=3}$$

$$a + b = 3 \text{ 'tir.}$$

Birim Fonksiyon

A boş olmayan bir küme olmak üzere,

A'dan A'ya $f(x) = x$ fonksiyonuna birim fonksiyon denir ve I_A ile gösterilir.

1. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesine tanımlı

$$f(x) = (a - 2)x^2 + (b + 2)x + c - 3$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, a · b · c çarpımı kaçtır?

$$\begin{cases} f(x) = x \text{ ise} \\ a-2=0 \\ b+2=1 \\ c-3=0 \end{cases} \left. \begin{array}{l} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \end{array} \right\}$$

$$a \cdot b \cdot c = -6$$

2. m ve n birer reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesine tanımlı

$$f(3x - n) = (m - 1)x + 2$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, $f(m - n)$ kaçtır?

$$\begin{cases} f(3x-n) = 3x-n \\ 3x-n = (m-1)x+2 \end{cases} \text{ ise } \left. \begin{array}{l} m-1=3 \\ -n=2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m=4 \\ n=-2 \end{array}$$

$$f(4 - (-2)) = f(6)$$

$$f(6) = 6$$

3. Reel sayılar kümesine tanımlı f birim fonksiyon olmak üzere,

$$f(2 + g(x)) = 2g(x) + x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, g fonksiyonu için $g(1)$ kaçtır?

f birim fonksiyon $f(2 + g(x)) = 2g(x) + x$ 'tir.

$$2g(x) + x = 2 + g(x)$$

$$g(x) = 2 - x$$

$$g(1) = 1$$

Örten Fonksiyon

Boş olmayan A ve B kümeleri için A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonu için $f(A) = B$ olduğunda f örten fonksiyondur (örtendir) denir.
A'dan B'ye f fonksiyonu örten olduğunda $s(A) \geq s(B)$ eşitsizliği geçerlidir.

1. f: A → B
A = {1, 2, 3}
f(x) = x² + x

fonksiyonu örten fonksiyon olduğuna göre, B kümesini yazınız.

$$\begin{aligned} f(1) &= 1 + 1 = 2 \\ f(2) &= 2^2 + 2 = 6 \\ f(3) &= 3^2 + 3 = 12 \end{aligned} \quad B = \{2, 6, 12\}$$

2. s(A) = 6 - n
s(B) = 2n - 3

olmak üzere, A'dan B'ye f fonksiyonu örtendir.

Buna göre, n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} f: A &\rightarrow B \\ s(A) &\geq s(B) \quad \text{ve} \quad 2n - 3 > 0 \\ 6 - n &\geq 2n - 3 \\ g &\geq 3n \\ 3 &\geq n \quad \text{ise} \quad \begin{matrix} n=2 \\ n=3 \end{matrix} \quad 2+3=5 \end{aligned}$$

3. I. f: N → N, f(x) = x + 1
II. f: Z → Z, f(x) = |x|
III. f: R → R, f(x) = x + 1

fonksiyonlarından hangileri örtendir?

$$\begin{aligned} \text{I. } f(\mathbb{N}) &= \mathbb{N} - \{0\} \\ \text{II. } f(\mathbb{Z}) &= \mathbb{Z} - \mathbb{Z}^- \\ \text{III. } f(\mathbb{R}) &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

İçine Fonksiyon

Örten olmayan fonksiyona içine fonksiyon denir.

1. A = {-1, 0, 1} ve B = {0, 1, 2} olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlı

$$\begin{aligned} \text{I. } f(x) &= x + 1 \\ \text{II. } f(x) &= x^2 \\ \text{III. } f(x) &= 1 \end{aligned}$$

fonksiyonlarından hangileri içine fonksiyondur?

$$\begin{aligned} \text{I. } f(-1) &= 0 \quad f(0) = 1 \quad f(1) = 2 \\ f(A) &= \{0, 1, 2\} \quad f(A) = B \text{ örten} \\ \text{II. } f(-1) &= 1 \quad f(0) = 0 \quad f(1) = 1 \\ f(A) &= \{0, 1\} \quad f(A) \neq B \text{ içine} \\ \text{III. } f(A) &= \{1\} \quad f(A) \neq B \text{ içine} \end{aligned}$$

- 2.

$$\begin{aligned} \text{I. } f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \\ \text{II. } g: \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = 2x \\ \text{III. } h: \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{N}, h(x) = |x| \end{aligned}$$

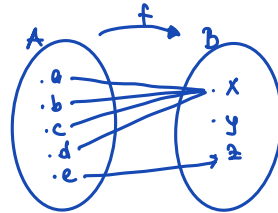
fonksiyonlarından hangileri içine fonksiyondur?

$$\begin{aligned} f(\mathbb{R}) &= \mathbb{R} - \mathbb{R}^- \\ g(\mathbb{Z}) &= \text{çift sayılar} \\ h(\mathbb{Z}) &= \mathbb{N} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{içine} \\ \text{fonksiyon} \end{array}$$

3. s(A) = 5 ve s(B) = n

olmak üzere, A'dan B'ye tanımlı bir f fonksiyonu sabit olmayan bir içine fonksiyondur.

Buna göre, n en az kaçtır?



$$\begin{aligned} n=1 &\text{ sabit fonksiyon} \\ &\text{dur.} \\ n=2 &\text{ örten fonksiyon} \\ &\text{dur.} \\ \boxed{n=3} &\text{ olması!} \\ B &= \{x, y, z\} \end{aligned}$$

Bire Bir Fonksiyon

A kümesinde tanımlı bir f fonksiyonu her $x_1, x_2 \in A$ için

$$x_1 \neq x_2 \text{ iken } f(x_1) \neq f(x_2)$$

oluyorsa f fonksiyonuna A kümesinde bire bir fonksiyon denir.

1.

$$\checkmark f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$$

$$\checkmark g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$$

$$\checkmark h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x^2$$

fonksiyonlarından hangileri bire birdir?

$$f: \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad x_1 \neq x_2 \text{ iken } 2x_1 + 1 \neq 2x_2 + 1$$

$$g: -2 \neq 2 \text{ iken } g(-2) = g(2) = 4$$

$$h: \forall x_1, x_2 \in \mathbb{N} \quad x_1 \neq x_2 \text{ iken } f(x_1) \neq f(x_2)$$

2.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

olmak üzere, f bire birdir.

Buna göre, $f(1) + f(2) + f(3)$ toplamı en fazla kaçtır?

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 7 + 6 + 5 = 18$$

3.

$$s(A) = 3, s(B) = 5$$

olduğuna göre, A 'dan B 'ye tanımlı f fonksiyonu için

I. Bire birdir.

II. İçinedir.

III. Örtendir.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

$$f: A \rightarrow B \\ s(B) > s(A) \text{ ise } f \text{ içine fonksiyon.}$$

Tek Ve Çift Fonksiyonlar -1

a bir reel sayı olmak üzere, $(-a, a)$, $[-a, a]$ biçimindeki sayı aralıklarına simetrik aralık denir.

Simetrik bir aralıkta tanımlı f fonksiyonu eğer tanım kümesindeki her x için;

- $f(x) = f(-x)$ eşitliğini sağlıyorsa f çift,
- $f(x) = -f(-x)$ eşitliğini sağlıyorsa f tek fonksiyon denir.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$a. f(x) = 2x^3 + x \quad \text{tek}$$

$$b. f(x) = x^4 + x^2 + 1x^0 \quad \text{çift}$$

$$c. f(x) = x \cdot |x| \quad f(-x) = -x \cdot |x| \quad \text{tek}$$

$$d. f(x) = x^2 + 2|x| \quad \text{çift}$$

$$e. f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad f(-x) = \frac{-x}{x^2 + 1} \quad \text{tek}$$

$$f. f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad f(-x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{çift}$$

$$g. f(x) = x^3 + 2x^2 \quad \text{ne tek ne çift}$$

$$h. f(x) = 2x + 1x^0 \quad \text{ne tek ne çift}$$

fonksiyonlarından her birinin tek veya çift fonksiyon olup olmadıklarını belirleyiniz.

2. f tek ve g çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(2) = 3$$

$$g(2) = 4$$

Buna göre, $f(-2) + g(-2)$ toplamı kaçtır?

$$f \text{ tek fonksiyon ise } f(-2) = -f(2) \text{ 'dir.} \\ g \text{ çift fonksiyon ise } g(-2) = g(2) \text{ 'dir.} \\ f(-2) + g(-2) = -f(2) + g(2) = -3 + 4 = 1$$

Tek Ve Çift Fonksiyonlar -2

f, çift fonksiyon ise

- Tek dereceli terimlerin katsayıları sıfırdır.
- Grafiği Oy eksenine göre simetrik.

f, tek fonksiyon ise

- Çift dereceli terimlerin katsayıları sıfırdır.
- Grafiği orijine göre simetrik.

1. f çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = (m+1)x^3 + 2mx^2 + (n+2)x + n$$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

$$\begin{aligned} m+1 &= 0 & m &= -1 \\ n+2 &= 0 & n &= -2 \end{aligned}$$

$$f(x) = -2x^2 - 2$$

$$x=1 \text{ için } f(1) = -2 - 2 = -4$$

2. f tek fonksiyon olmak üzere,

$$f(2) = m + 5$$

$$f(-2) = 2m + 7$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, m kaçtır?

$$f \text{ tek fonksiyon : } f(-x) = -f(x)$$

$$f(-2) = -f(2)$$

$$2m+7 = -(m+5)$$

$$2m+7 = -m-5$$

$$3m = -12$$

$$m = -4$$

3. f çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 2f(-x) + 12$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, f(3) kaçtır?

$$f \text{ çift fonksiyon : } f(-x) = f(x)$$

$$f(x) = x^2 - 2f(x) + 12$$

$$3f(x) = x^2 + 12$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 12}{3}$$

$$f(3) = \frac{9+12}{3} = 7$$

1. -4

2. -4

3. 7

25

Doğrusal Fonksiyon

a ve b birer reel sayı olmak üzere reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = ax + b$$

biçimindeki fonksiyona doğrusal fonksiyon denir.

1. $f(x) = (a+2)x^2 - ax + 1$

doğrusal fonksiyon olduğuna göre, f(3) kaçtır?

$$\begin{aligned} a+2 &= 0 \\ a &= -2 \end{aligned}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(3) = 7$$

2. $f(2) = 3, f(4) = 11$

eşitliklerini sağlayan doğrusal f fonksiyonunu yazınız.

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$f(2) = 2a + b \quad -/ \quad 2a + b = 3$$

$$f(4) = 4a + b \quad +/ \quad 4a + b = 11$$

$$2a = 8$$

$$a = 4 \quad b = -5$$

$$f(x) = 4x - 5$$

3. $f(2) = 4, f(5) = -2$

eşitliklerini sağlayan f doğrusal fonksiyon olduğuna göre, f(0) kaçtır?

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$f(2) = 2a + b \quad -/ \quad 2a + b = 4$$

$$f(5) = 5a + b \quad +/ \quad 5a + b = -2$$

$$3a = 6$$

$$a = -2 \text{ ve } b = 8$$

$$f(x) = -2x + 8 \quad f(0) = 8$$

11. yıl

$$\begin{array}{l} 2 \text{ bir } a \text{ dir.} \\ 3 \text{ bir } a \text{ dir.} \\ 5 \text{ bir } a \text{ dir.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 0 \rightarrow ? \\ 2 \rightarrow 4 \\ 5 \rightarrow -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ bir } a \text{ dir.} \\ 6 \text{ bir } a \text{ dir.} \\ ? = 8 \end{array}$$

4. $f(x) + f(2x) = 6x + 2$

eşitliklerini sağlayan f doğrusal fonksiyon olduğuna göre, f(2) kaçtır?

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$ax + b + a(2x) + b = 6x + 2$$

$$3ax = 6x \quad 2b = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(x) = 2x + 1 \\ f(2) = 5 \end{array}$$

1. 7

2. $f(x) = 4x - 5$

3. 8

4. 5

1. m ve n birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = (m-2)x^3 + (m+n)x + m \cdot n$$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre, $f(m) + f(n)$ kaçtır?

$$\begin{cases} m-2=0 & m+n=0 \\ m=2 & n=-2 \end{cases} \quad f(x) = -4$$

$$f(m) + f(n) = -4 - 4 = -8$$

2. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = (a+b-5)x + a - b + 1$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

$$f \text{ birim fonksiyon: } f(x) = x$$

$$a+b-5=1$$

$$a-b+1=0$$

$$\begin{aligned} a+b &= 6 \\ +a-b &= -1 \\ \hline 2a &= 5 \end{aligned}$$

$$a = \frac{5}{2} \quad b = \frac{7}{2} \quad \text{ise } a \cdot b = \frac{35}{4}$$

3. a, b ve c birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = (a+1)x^2 + (b-3)x + 2c + 6$$

sabit fonksiyonu aynı zamanda sıfır fonksiyonudur.

Buna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaçtır? $\rightarrow f(x) = 0$

$$\begin{aligned} a+1 &= 0 & a &= -1 \\ b-3 &= 0 & b &= 3 \\ 2c+6 &= 0 & c &= -3 \end{aligned} \quad a \cdot b \cdot c = 9$$

4. f, doğrusal fonksiyondur.

$$f(2) = -2$$

$$f(4) = 2$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır

$$\begin{aligned} +2 \downarrow & \left(\begin{array}{l} 2 \rightarrow -2 \\ 4 \rightarrow 2 \end{array} \right) +4 \\ +1 \downarrow & \left(\begin{array}{l} 5 \rightarrow ? \end{array} \right) +2 \end{aligned}$$

$$f(5) = 4$$

5. $f(x) = 2024x + 2023$

olduğuna göre, $f(2024) - f(2023)$ fonksiyonunun değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2024) &= 2024^2 + 2023 \\ -f(2023) &= -2024 \cdot 2023 - 2023 \\ \hline f(2024) - f(2023) &= 2024^2 - 2024 \cdot 2023 - 2023 \\ &= 2024(2024 - 2023) - 2023 \\ &= 2024 - 2023 \\ &= 1 \end{aligned}$$

- 6.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|$$

$$f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = x$$

$$g(\mathbb{N}) = \mathbb{N}$$

$$h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = 2x$$

$$f(\mathbb{Z}) = \{ \text{ift tam sayılar} \}$$

fonksiyonlarından hangileri içine fonksiyondur?

- 7.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$f(x) = x^2 - 3$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, B kümesini yazınız.

$$f(2) = 2^2 - 3 = 1$$

f fonksiyonu örten ise

$$f(3) = 3^2 - 3 = 6$$

$$f(A) = B$$

$$f(4) = 4^2 - 3 = 13$$

$$B = \{1, 6, 13\}$$

8. f tek fonksiyon olduğuna göre, $\rightarrow f(-x) = -f(x)$

$$f(-4) + f(-2) + f(2) + f(4)$$

toplamı kaçtır?

$$-f(4) - f(2) + f(2) + f(4) = 0$$

9. $f(x) = 2023x + 2$
olduğuna göre, $f(2024) + f(-2024)$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2024) &= 2023 \cdot 2024 + 2 \\ + f(-2024) &= -2023 \cdot 2024 + 2 \\ \hline f(2024) + f(-2024) &= 4 \end{aligned}$$

10. f fonksiyonu çift fonksiyon olmak üzere, $\rightarrow f(-x) = f(x)$

$$f(2) = 2m + 1$$

$$f(-2) = -m + 16$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, m kaçtır?

$$\begin{aligned} f(-2) &= f(2) \\ 2m + 1 &= -m + 16 \\ 3m &= 15 \\ \boxed{m} &= \boxed{5} \end{aligned}$$

11. Reel sayılarda tanımı

$$f(x) = \frac{x^{2024}}{1 + x^{2024}}$$

$\rightarrow f(x)$ çift fonksiyon

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2023) - f(-2023)$ farkının değeri kaçtır?

$$\begin{aligned} f \text{ çift ise } f(-2023) &= f(2023) \\ f(2023) - f(-2023) &= 0 \end{aligned}$$

- 12.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = [-1, 2]$$

$$f(x) = 2x + 1$$

fonksiyonu örten fonksiyon olduğuna göre, B kümesini bulunuz.

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2 + 1 = -1 \\ f(2) &= 4 + 1 = 5 \\ B &= f(A) \quad B = [-1, 5] \end{aligned}$$

- 13.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{2, 3, 4\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

fonksiyonu bire bir değildir.

Buna göre, $f(A)$ kümesinin elemanları toplamı en fazla kaçtır?

$$\begin{aligned} f(2) = f(3) &= 8 \quad \text{olsun} \quad 8 + 7 = 15 \\ f(4) &= 7 \end{aligned}$$

14. f tek, g çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(-3) = 2, \quad g(-2) = 3 \text{ tür}$$

Buna göre, $f(3) + g(2)$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} \downarrow \quad \downarrow \\ -2 + 3 &= 1 \end{aligned}$$

- 15.

$$f: A \rightarrow B$$

$$s(A) = 5$$

$$s(B) = 3$$

olmak üzere, f örten fonksiyondur.

$p \in B$ olduğuna göre, $f(x) = p$ eşitliğini sağlayan x 'in

alabileceği değer sayısı en fazla kaçtır?

$$\begin{aligned} f \text{ örten fonksiyon: } f(A) &= B \text{ dir} \\ s(B) = 3 \text{ ise } p \text{ en fazla } 3 \text{ değer alır.} \end{aligned}$$

- 16.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = x + 1$$

$$h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = x$$

fonksiyonlarından hangileri bire bir ve örtendir?

$$\begin{aligned} f: 1-1 \text{ ve örten değil} \\ f(1) = f(4) \text{ ve } f(\mathbb{R}^+) = \mathbb{R}^+ \\ g: 1-1 \text{ fonksiyon, örten değil} \\ g(\mathbb{N}) = \mathbb{N}^+ \\ h: 1-1 \text{ ve örten} \end{aligned}$$

1. f , doğrusal fonksiyon ve m reel sayı olmak üzere,

$$f(2 + m) = -3$$

$$f(4 + m) = 1$$

olduğuna göre, $f(m)$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} +2 \downarrow \quad m \rightarrow ? \quad \downarrow +4 \\ +2 \downarrow \quad 2+m \rightarrow -3 \quad \downarrow +4 \\ +2 \downarrow \quad 4+m \rightarrow 1 \quad \downarrow +4 \end{array} \quad f(m) = -3 - 4 = -7$$

2. a reel sayı olmak üzere,

$$f(a - 2) + f(5a - 1) = f(15)$$

eşitliğini sağlayan f , birim fonksiyondur.

Buna göre, a kaçtır?

$$\begin{array}{l} a-2 + 5a-1 = 15 \\ 6a-3 = 15 \\ 6a = 18 \\ \boxed{a=3} \end{array}$$

3. Pozitif reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = \frac{4x - 6}{6x - 9}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{-6}{-9} \Rightarrow f \text{ sabit fonksiyon}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2024)$ kaçtır?

$$f(x) = \frac{2}{3} \quad f(2024) = \frac{2}{3}$$

4. Reel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonun grafiği orijine göre simetrikdir. $\rightarrow f$ tek fonksiyon

Buna göre, $f(0)$ kaçtır?

$$f(0) = 0 \text{ 'dir.}$$

5. f fonksiyonu bire bir olmak üzere,

$$f(a + 1) = f(2a - 3) \Rightarrow a+1 = 2a-3 \text{ 'ler}$$

eşitliği veriliyor.

$$\boxed{a=4}$$

Buna göre, a kaçtır?

6. f tek fonksiyon olmak üzere, $\rightarrow f(-x) = -f(x)$

$$f(x) - f(-x) = 2x^3 + x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} f(x) + f(x) = 2x^3 + x \\ 2f(x) = 2x^3 + x \\ 2f(2) = 18 \\ f(2) = 9 \end{array}$$

7. Değer kümesi pozitif reel sayılar kümesi olan f fonksiyonu bir çift fonksiyon olduğuna göre, $\rightarrow f(-x) = f(x)$

$$\frac{f(2) + f(-5)}{f(-2) + f(5)} = \frac{f(2) + f(5)}{f(2) + f(5)} = 1$$

oranı kaçtır?

8. f doğrusal fonksiyondur.

$$f(x) + f(x + 2) = 6x + 4$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} f(x) = ax + b \text{ olmak üzere} \\ ax + b + a(x+2) + b = 6x + 4 \\ 2ax = 6x \quad 2a + 2b = 4 \\ \boxed{a=3} \quad \boxed{b=-1} \\ f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(0) = -1 \end{array}$$

9.

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = [-2, 3)$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonu örten fonksiyon olduğuna göre, B kümesini bulunuz.

$$f(-2) = 5$$

$$f(0) = 1 \quad B = [1, 10)$$

$$f(3) = 10$$

10. f doğrusal fonksiyondur.

$$f(3) - f(-1) = 8$$

olduğuna göre, $f(4) - f(3)$ farkının değeri kaçtır?

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$f(3) - f(-1) = (3a + b) - (-a + b) = 8$$

$$4a = 8$$

$$\boxed{a = 2}$$

$$f(4) - f(3) = (4a + b) - (3a + b) = a$$

$$f(4) - f(3) = 2$$

11. f doğrusal fonksiyonu her x reel sayı değeri için

$$x \cdot f(x) + 2f(x) = x^2 + m$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, m kaçtır?

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$x \cdot (ax + b) + 2(ax + b) = x^2 + m$$

$$ax^2 + bx + 2ax + 2b = x^2 + m$$

$$\boxed{a = 1}$$

$$b + 2a = 0$$

$$2b = m$$

$$\boxed{b = -2}$$

$$\boxed{m = -4}$$

12. f doğrusal fonksiyonu her x reel sayı değeri için

$$f(x) + f(-x) = 2$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$f(1) = 3$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

$$f(x) = ax + b \text{ olmak üzere}$$

$$ax + b + (-ax + b) = 2$$

$$2b = 2$$

$$\boxed{b = 1}$$

$$f(1) = a + b = 3 \quad \boxed{a = 2}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x + 1 \\ f(3) = 7 \end{array} \right\}$$

13. Reel sayılarda tanımlı f çift fonksiyon olduğuna göre,

$$\checkmark \text{I. } f(x) + 1$$

$$\checkmark \text{II. } f(-x)$$

$$\checkmark \text{III. } -f(x)$$

$$f(-x) = f(x)$$

fonksiyonlarından hangileri çift fonksiyondur?

14. $f(x-1) + f(x) + f(x+1) = 9 - 3x$

eşitliğini sağlayan f doğrusal fonksiyon olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$f(x) = ax + b$$

$$a(x-1) + b + ax + b + a(x+1) + b = 9 - 3x$$

$$3ax - a + a + 3b = 9 - 3x$$

$$3ax = -3x \quad \boxed{a = -1}$$

$$3b = 9 \quad \boxed{b = 3}$$

$$f(x) = -x + 3$$

$$f(1) = -1 + 3 = 2$$

15. En geniş tanım kümesi $\mathbb{R} - \{3\}$ olan f fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{g(x)}$$

biçiminde tanımlanıyor.

g, doğrusal fonksiyon olduğuna göre, $g(3)$ kaçtır?

$$\rightarrow g(3) = 0$$

16. m ve n birbirinden farklı birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = 3x - 2$$

doğrusal fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\frac{f(m) - f(n)}{m - n}$ oranı kaçtır?

$$f(m) = 3m - 2$$

$$f(n) = 3n - 2$$

$$\frac{3m - 2 - (3n - 2)}{m - n} = \frac{3m - 3n}{m - n} = \frac{3(m - n)}{m - n} = 3$$

Fonksiyonlarda Sayma -1

m ile n sıfırdan farklı birer pozitif tam sayı olmak üzere, $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ için,

- A'dan B'ye fonksiyon sayısı n^m ile
- B'den A'ya fonksiyon sayısı m^n ile

hesaplanır.

1. $A = \{1, 2\}$
 $B = \{3, 4, 5\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

$$s(B)^{s(A)} = 3^2 = 9$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$

olduğuna göre, A'dan A'ya kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow A$$

$$s(A)^{s(A)} = 3^3 = 27$$

3. $A = \{x \mid 1 < x \leq 5, x \text{ tam sayı}\}$

$$B = \{y \mid y^2 < 2, y \text{ tam sayı}\}$$

olduğuna göre, B'den A'ya kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{-1, 0, 1\}$$

$$f: B \rightarrow A$$

$$s(A)^{s(B)} = 4^3 = 64$$

4. f , A'dan B'ye bir fonksiyondur.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

olduğuna göre, $f(1) = f(2) = 5$ eşitliğini sağlayan kaç tane f fonksiyonu tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

3 ve 4'ün tanım kümesinde eşleşebileceği 5 eleman vardır.
 $5 \cdot 5 = 25$ tane f fonksiyonu tanımlanır.

Fonksiyonlarda Sayma -2

- $f: A \rightarrow B$ ve $s(B) = n$ olmak üzere, tanımlanabilecek f fonksiyonlarından n tanesi sabit fonksiyondur.
- $f: A \rightarrow A$ olmak üzere, tanımlanabilecek f fonksiyonlarından 1 tanesi birim fonksiyondur.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{5, 6, 7\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye kaç tane sabit olmayan fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{fonksiyon sayısı: } 3^4 \\ \text{sabit fonksiyon sayısı: } 3 \end{array} \right\} 3^4 - 3 = 78$$

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

kümesinde tanımlanan fonksiyonlardan kaç tanesi birim fonksiyondur?

$$f: A \rightarrow A \text{ olmak üzere}$$

f fonksiyonlarından 1 tanesi birim fonksiyondur.

3. $A = \{x \mid 2x + 1 < 6, x \text{ doğal sayı}\}$

olduğuna göre, A kümesinde tanımlanabilecek sabit fonksiyon sayısı kaçtır?

$$2x + 1 < 6$$

$$2x < 5$$

$$x < \frac{5}{2} \quad x \in \mathbb{N}$$

$$A = \{2, 1, 0\} \rightarrow 3 \text{ tane sabit fonksiyon vardır!}$$

4. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$$B = \{5, 6, 7\}$$

olmak üzere, A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonu için $f(1) = 5$ 'tir

Buna göre, bu koşulu sağlayan kaç tane sabit olmayan fonksiyon yazılabilir?

$$f: A \rightarrow B \text{ ve } f(1) = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{fonksiyon sayısı: } 3^3 \\ \text{sabit fonksiyon sayısı: } 1 \\ \text{(sadece } f(1) = 5 \text{)} \end{array} \right\} 27 - 1 = 26 \text{ tane}$$

Fonksiyonlarda Sayma -3

$s(A) = m$, $s(B) = n$ ve $m \leq n$ olmak üzere, A'dan B'ye tanımlı bire bir fonksiyon sayısı $P(n, m)$ ile hesaplanır.

- $m = n$ ise tanımlanabilecek her bire bir fonksiyon aynı zamanda bir örten fonksiyon olur.

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{5, 6, 7\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye kaç tane bire bir fonksiyon tanımlanabilir?

$s(A) > s(B)$ olduğundan $f: A \rightarrow B$ birebir fonksiyon tanımlanamaz.

2. $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye kaç tane bire bir fonksiyon tanımlanabilir?

$f: A \rightarrow B$
 $1 \rightarrow 5$ eşleşme
 $2 \rightarrow 4$ eşleşme
 $3 \rightarrow 3$ eşleşme
 $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

3. $A = \{x \mid x \text{ bir asal rakam}\}$

olduğuna göre, A kümesinde tanımlı fonksiyonlardan kaç tanesi bire birdir?

$A = \{2, 3, 5, 7\}$
 $f: A \rightarrow A$
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ tane

4. $A = \{1, 2, 3\}$

olduğuna göre, A kümesinde tanımlı fonksiyonlardan kaç tanesi örtendir?

$f: A \rightarrow A$
 $3! = 6$

Fonksiyonlarda Sayma -4

$s(A) = m$, $s(B) = n$ olmak üzere A'dan B'ye tanımlı f fonksiyonları için,

- $m \geq n$ olduğunda B kümesinin boş kümeden farklı her bir alt kümesi f fonksiyonlarının görüntü kümesi olabilir.
- $m < n$ olduğunda B kümesinin boş kümeden farklı en fazla m elemanlı alt kümeleri, f fonksiyonlarının görüntü kümesi olabilir.

1. $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlanacak fonksiyonların kaç farklı görüntü kümesi vardır?

G.K = $\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \dots$

B kümesinin boş küme hariç tüm alt kümeleri
 $2^3 - 1 = 7$

2. $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlanacak fonksiyonların kaç farklı görüntü kümesi vardır?

$f: A \rightarrow B$
1 elemanlı $\binom{5}{1} = 5$
2 elemanlı $\binom{5}{2} = 10$
+ 3 elemanlı $\binom{5}{3} = 10$

25

3. $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlanacak $f(1) = 5$, $f(2) = 6$ şartını sağlayan fonksiyonların kaç farklı görüntü kümesi vardır?

G.K en az 2, en çok 4 elemanlı
2 elemanlı: $\{5, 6\} \rightarrow 1$ tane
3 elemanlı: $\{5, 6, -\} \rightarrow \binom{4}{1} = 4$ tane
4 elemanlı: $\{5, 6, -, -\} \rightarrow \binom{4}{2} = 6$ tane

11 tane

1. $A = \{2, 3\}$
 $B = \{5, 7, 11\}$
olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlı kaç tane sabit olmayan fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

funksiyon sayısı - sabit fonksiyon sayısı

$$3^2 - 3 = 6$$

2. $s(A) = s(B) = 3$
olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlı bire bir olmayan kaç tane fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

funksiyon sayısı - 1-1 fonksiyon sayısı

$$3^3 - (3 \cdot 2 \cdot 1) = 21$$

3. $s(A) = 2m - 3$
 $s(B) = m + 2$
olmak üzere, A'dan B'ye tanımlanabilecek bire bir fonksiyonların hepsi bir örten fonksiyondur.
Buna göre, m kaçtır?

$$f: A \rightarrow B \text{ örten ve 1-1}$$

$s(A) = s(B)$ 'dir

$$2m - 3 = m + 2$$

$$m = 5$$

4. $s(A) = s(B) = 4$
olduğuna göre, A'dan B'ye tanımlanabilecek fonksiyonların kaç tane farklı görüntü kümesi vardır?

$$f: A \rightarrow B$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$G.K = \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \dots$$

Boş küme hariç B kümesinin alt küme sayısı kadar görüntü kümesi vardır: $2^4 - 1 = 15$

5. $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
olduğuna göre, A kümesinde tanımlı kaç farklı birim fonksiyon yazılabilir?

$$I: A \rightarrow A$$

$$I(x) = x \text{ olmak üzere 1 tane dir.}$$

6. $s(A) = 3$
olduğuna göre, A kümesinde tanımlı kaç tane içine fonksiyon tanımlanabilir?

$$f: A \rightarrow A$$

$$3^3 - 3! = 21$$

↓
tüm fonksiyonlar

↓
örten fonksiyonlar

7. $f: A \rightarrow B$
 $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
olduğuna göre, $f(1) < f(2)$ şartını sağlayan kaç tane bire bir f fonksiyonu yazılabilir?

$$f: A \rightarrow B$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 30$$

↓
f(1) ve f(2) için

↓
f(3) için

8. $A = \{0, 1, 2\}$
 $B = \{3, 4\}$
olduğuna göre, A kümesinden B kümesine tanımlı kaç farklı örten fonksiyon yazılabilir?

tüm fonksiyon sayısı - örten olmayan fonksiyon sayısı

$$2^3 - 2 = 6 \text{ tane}$$

↳ $x \in A$ ise

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 3 \\ \text{veya} \\ f(x) = 4 \end{array} \right\} 2 \text{ tane sabit fonksiyon}$$

9. $f: A \rightarrow A$
 $A = \{1, 2, 3\}$
 olduğuna göre, A kümesindeki her x için $f(x) \neq x$ koşulunu sağlayan kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?

$$\begin{aligned} f(1) &\rightarrow 2 \text{ veya } 3 \\ f(2) &\rightarrow 1 \text{ veya } 3 \\ f(3) &\rightarrow 1 \text{ veya } 2 \end{aligned} \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ fonksiyon yazılabilir!}$$

10. $f: A \rightarrow B$
 $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

olmak üzere, f bire bir fonksiyondur.

Buna göre, kaç farklı görüntü kümesi yazılabilir?

A'nın her elemanının farklı bir görüntüsü vardır!
 B'nin beş elemanının üçü görüntü kümesinde olacaktır

$$\binom{5}{3} = 10 \text{ farklı görüntü kümesi yazılabilir!}$$

11. $f: A \rightarrow B$
 $A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

olduğuna göre, $f(1) < f(2) < f(3)$ şartını sağlayan kaç tane f fonksiyonu yazılabilir?

$$\begin{aligned} f: A \rightarrow B \\ \binom{5}{3} = 10 \\ \rightarrow \text{değer kümesinden seçilen 3 eleman } f(1) < f(2) < f(3) \text{ olarak sıralanabilir!} \end{aligned}$$

12. $A = \{0, 1, 2, 3\}$
 $B = \{4, 5, 6\}$

olduğuna göre, A kümesinden B kümesine tanımlı kaç farklı örten fonksiyon yazılabilir?

A kümesinin iki elemanı B kümesinde bir eleman ile eşleşir

$$\begin{aligned} \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6 \\ 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ farklı eşleşme fonksiyon} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 6 \cdot 6 = 36 \\ \text{örten} \end{array} \right\}$$

13. $f: A \rightarrow B$
 $A = \{2, 3, 4\}$
 $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

olduğuna göre, A kümesindeki her x için $f(x) > 2x$ koşulunu sağlayan kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?

$$\begin{aligned} f(2) &> 4 \rightarrow \{5, 6, 7, 8, 9\} \text{ 5 durum} \\ f(3) &> 6 \rightarrow \{7, 8, 9\} \text{ 3 durum} \\ f(4) &> 8 \rightarrow \{9\} \text{ 1 durum} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$$

14. $f: A \rightarrow A$
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$

olmak üzere f içine fonksiyondur.

Buna göre, kaç farklı görüntü kümesi yazılabilir?

$$A \text{ 'nin alt küme sayısı } 2^4 = 16$$

$$16 - 1 - 1 = 14$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ \emptyset \quad \{1, 2, 3, 4\} \\ \text{örten olma durumu} \end{array}$$

15. $f: A \rightarrow B$
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$
 $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

olduğuna göre, $f(1) < f(2) < f(3)$ şartını sağlayan kaç tane bire bir f fonksiyonu yazılabilir?

$$\binom{6}{3} \cdot 1 \cdot \binom{3}{1} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 3 = 60$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 1-1 \text{ fonksiyon} \\ \rightarrow \text{değer kümesinden seçilen 3 eleman } f(1) < f(2) < f(3) \text{ olarak sıralanabilir!} \end{aligned}$$

16. $f: A \rightarrow A$
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$

olduğuna göre, A kümesindeki her x için $f(x) \neq x$ koşulunu sağlayan kaç tane bire bir f fonksiyonu yazılabilir?

$$f(1) \neq 1 \quad f(2) \neq 2 \quad f(3) \neq 3 \quad f(4) \neq 4 \text{ olmak üzere}$$

$$\begin{aligned} \{ (1, 2) \quad (2, 1) \quad (3, 4) \quad (4, 3) \} \\ \{ (1, 2) \quad (2, 3) \quad (3, 4) \quad (4, 1) \} \\ \{ (1, 2) \quad (2, 4) \quad (3, 1) \quad (4, 3) \} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} (1, 2) \text{ için } 2 \text{ tane fonksiyon yazılabilir.} \\ (1, 3) \text{ için } \rightarrow 3 \text{ tane} \\ (1, 4) \text{ için } \rightarrow 3 \text{ tane} \end{aligned}$$

Parçalı Fonksiyonlar -1

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < a \\ h(x), & x \geq a \end{cases}$$

biçimindeki fonksiyonlara parçalı fonksiyon, a sayısına da fonksiyonun kritik noktası denir.

1.

$$f(x) = \begin{cases} 1-3x, & x \leq 0 \\ x+3, & x > 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-3) = 10 \\ f(3) = 6 \end{array}$$

olduğuna göre, $f(3) - f(-3)$ farkı kaçtır?

$$6 - 10 = -4$$

2. 6 raftan oluşan bir kitaplığın rafları 1'den 6'ya kadar numaralandırılıyor. n numaralı raftaki kitap sayısı $f(n)$ olmak üzere, f fonksiyonu

$$f(n) = \begin{cases} 2n+5, & 1 \leq n < 4 \\ 4n-1, & 4 \leq n \leq 6 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, kitaplıktaki kitap sayısı kaçtır?

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$$

$$\underbrace{f(n) = 2n+5}_{7+9+11} + \underbrace{f(n) = 4n-1}_{15+19+23} = 84$$

3.

$$f(x) = \begin{cases} 1-2x, & x < 0 \\ x+1, & x \geq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(a) = 7$ eşitliğini sağlayan a sayılarını bulunuz.

$$a < 0 \text{ ise } 1-2a=7 \quad \boxed{a=-3}$$

$$a \geq 0 \text{ ise } 0+1=7 \quad \boxed{a=6}$$

Parçalı Fonksiyonlar -2

Parçalı fonksiyonun kritik nokta sayısı 1'den fazla olabilir.

Ayrıca $f(ax+b)$ biçimindeki parçalı fonksiyonlar ile uygulamalar yapılabilir.

1.

$$f(x) = \begin{cases} 2x+m, & x < 1 \\ mx, & 1 \leq x < 4 \\ -x-m, & x \geq 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-1) = -2+m \\ f(3) \\ f(6) = -6-m \end{array}$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(-1) = f(6)$ olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

$$-2+m = -6-m$$

$$2m = -4$$

$$\boxed{m = -2}$$

$$f(3) = -2 \cdot 3 = -6$$

2.

$$f(x-1) = \begin{cases} 1-x, & x \text{ tek ise} \\ x+3, & x \text{ çift ise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-2) = -2 \\ f(-3) = 1 \end{array}$$

olduğuna göre, $f(2) + f(-3)$ toplamı kaçtır?

$$-2 + 1 = -1$$

3.

$$f(x+1) = \begin{cases} mx-1, & x < 0 \\ x+m, & x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-2) \\ f(2) \end{array}$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2) = -3$ olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

$$x=1 \text{ için } f(2) = 1+m = -3$$

$$\boxed{m = -4}$$

$$x=-3 \text{ için } f(-2) = -4 \cdot (-3) - 1$$

$$\boxed{f(-2) = 11}$$

1.

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 1 \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(a) = 2$ eşitliğini sağlayan en küçük a tam sayısı kaçtır?

$$f(a) = 2 \Rightarrow a > 1$$

$$\boxed{a = 2}$$

2.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < -3 \\ -3x, & -3 \leq x < 0 \\ 4x, & x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-4) = -8 \\ f(-2) = 6 \\ f(4) = 16 \end{array}$$

olduğuna göre, $f(-4) + f(-2) - f(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$-8 + 6 - 16 = -18$$

3.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 0 \\ x + 2, & x > 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-2) = 6 \\ f(2) = 4 \end{array}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$g(x) = (x + 1) \cdot f(x)$$

olduğuna göre, $g(-2) + g(2)$ toplamı kaçtır?

$$g(-2) = -f(-2) \quad g(-2) = -6$$

$$g(2) = 3 \cdot f(2) \quad g(2) = 12$$

$$g(-2) + g(2) = 6$$

4.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + p, & x < -1 \\ px - 1, & x = -1 \\ -x + 2p, & x > -1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(-2) \\ f(-1) \\ f(1) \end{array}$$

fonksiyonları veriliyor

$f(1) = f(-2)$ olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

$$\begin{cases} f(1) = -1 + 2p \\ f(-2) = -4 + p \end{cases} \quad \begin{array}{l} -1 + 2p = -4 + p \\ \boxed{p = -3} \end{array}$$

$$f(-1) = -3 \cdot (-1) - 1 = 2$$

5.

$$f(3-x) = \begin{cases} x + 2, & x < 3 \\ 12 - 3x, & x \geq 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(1) \\ f(2) \end{array}$$

olduğuna göre, $\frac{f(0)}{f(2)}$ oranı kaçtır?

$$x = 3 \text{ için } f(0) = 12 - 9 = 3$$

$$x = 2 \text{ için } f(2) = 3$$

$$\frac{f(0)}{f(2)} = \frac{3}{3} = 1$$

6.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{12}{x-1}, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$$

olduğuna göre, $f(p) = 3$ eşitliğini sağlayan p reel sayılarının toplamı kaçtır?

$$p = 1 \text{ ise } f(p) = 3$$

$$p \neq 1 \text{ ise } \frac{12}{p-1} = 3 \quad p = 5$$

$$\underline{\text{toplam } 6}$$

7. a, b ve c reel sayılar olmak üzere,

$$f(1-x) = \begin{cases} x-2, & x \leq 0 \\ x+1, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(x) = \begin{cases} a-x, & x < b \\ c-x, & x \geq b \end{cases}$$

olduğuna göre, a + b + c kaçtır?

$$x \rightarrow 1-x$$

$$f(1-x) = \begin{cases} a-(1-x) & 1-x < b \\ c-(1-x) & 1-x \geq b \end{cases}$$

$$f(1-x) = \begin{cases} a-1+x & 1-b < x \\ c-1+x & 1-b \geq x \end{cases}$$

$$1-b=0 \quad a-1=1 \quad c-1=-2 \\ b=1 + a=2 + c=-1 = 2$$

- 8.

$$f(x+2) = \begin{cases} mx-2, & x < -1 \quad f(0) \\ x+m, & x \geq -1 \quad f(2) \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor

f(2) = 6 - m olduğuna göre, f(0) kaçtır?

$$x=0 \text{ için } f(2) = m \\ m = 6 - m \\ m = 3$$

$$x=-2 \text{ için } f(0) = 3 \cdot (-2) - 2 \\ \boxed{f(0) = -8}$$

- 9.

$$f(1-2x) = \begin{cases} 4x-3, & x \geq 0 \\ 8x+5, & x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f(a) = -3 olduğuna göre, a reel sayılarını bulunuz.

$$4x-3 = -3 \Rightarrow x=0$$

$$8x+5 = -3 \Rightarrow x=-1$$

$$x=0 \text{ için } f(1) = f(a)$$

$$x=-1 \text{ için } f(3) = f(a)$$

1 ve 3

10. a, b, c, d birer reel sayı olmak üzere, f(x) = |2x - 4| + 1 fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, & x \geq 2 \\ cx+d, & x < 2 \end{cases}$$

biçiminde veriliyor.

Buna göre, a - b - c + d ifadesinin değeri kaçtır?

$$x \geq 2 \quad f(x) = 2x-4+1 = 2x-3$$

$$x < 2 \quad f(x) = -(2x-4)+1 = -2x+5$$

$$ax+b = 2x-3$$

$$cx+d = -2x+5$$

$$a=2 \quad b=-3 \quad c=-2 \quad d=5$$

$$a-b-c+d = 2 - (-3) - (-2) + 5 = 12$$

11. Sıfırdan farklı tam sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(-5) + f(-4) + f(-3) + ... + f(7) toplamının değeri kaçtır?

$$\underbrace{f(-5) + f(-4) + f(-3) + \dots + f(7)}_{-1 \quad 1}$$

$$-5, -4, \dots, -1 \rightarrow 5 \text{ tam sayı değeri için } f(x) = -1 \\ 1, 2, \dots, 7 \rightarrow 7 \text{ tam sayı değeri için } f(x) = 1 \\ -5 + 7 = 2$$

- 12.

$$f(x) = \begin{cases} x^2+a, & x < 0 \quad f(-1) \\ x+a, & 0 \leq x < 3 \quad f(2) \\ ax+1, & x \geq 3 \quad f(5) \end{cases}$$

olmak üzere,

$$f(-1) + f(2) + f(5) = 18$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

$$f(-1) = 1+a$$

$$f(2) = 2+a$$

$$+ f(5) = 5a+1$$

$$7a+4 = 18 \quad \boxed{a=2}$$

13.

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & x < 2 \\ x+4, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x) = 4$ denkleminin çözüm kümesini yazınız.

$$x < 2 \quad 2x-4=4 \quad x=4$$

$$x \geq 2 \quad x+4=4 \quad x=0$$

$x=4$ ve $x=0$ kritik noktaya göre
($x=2$)

verilen orolukta değildir

$$Ç.K. = \emptyset$$

14.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+4, & x < 0 \\ 4x-9, & x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x) = x$ denkleminin çözüm kümesini yazınız.

$$x < 0 \text{ iken } 3x+4=x \quad x=-2$$

$$x \geq 0 \text{ iken } 4x-9=x \quad x=3$$

$$Ç.K. = \{-2, 3\}$$

15.

$$f(x) = \begin{cases} 2x+2, & x < 0 \\ 4-2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$g(x) = \begin{cases} 1, & f(x) > 0 \\ -2, & f(x) \leq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $g(-2) + g(0) + g(2)$ toplamı kaçtır?

$$f(-2) = -6 \quad f(0) = 4 \quad f(2) = 0$$

$$f(-2) < 0 \quad f(0) > 0$$

$$g(-2) = -2 \quad g(0) = 1 \quad g(2) = -2$$

$$g(-2) + g(0) + g(2) = -3$$

16. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} ax+b-1, & x < 2 \\ 2b+3, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre, $f(2024)$ kaçtır?

$$f \text{ sabit fonksiyon : } f(x) = k \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$a=0$$

$$f(0) = f(2) \quad b-1 = 2b+3$$

$$b = -4$$

$$f(2024) = -5$$

17.

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{K}$

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x > 0 & x+2 > 2 \\ 2-x, & x \leq 0 & 2-x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu örten bir fonksiyondur.

Buna göre, \mathbb{K} kümesini yazınız.

$$\mathbb{K} = [2, \infty)$$

18.

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} a+x, & x < 1 \\ 3x-a, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu bire bir ve örten fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

$$x=1 \text{ için } a+1 = 3-a$$

$$2a=2$$

$$a=1$$

Eşit Fonksiyonlar

Tanım kümeleri A kümesi olan f ve g fonksiyonlarında;

$$\text{Her } x \in A \text{ için } f(x) = g(x)$$

eşitliği sağlanıyor ise f ile g, A kümesinde eşit fonksiyonlardır denir.

Örneğin; $A = \{-1, 0, 1\}$ olmak üzere, $f(x) = x^2$ ile $g(x) = |x|$ eşit fonksiyonlardır.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = mx + 3$$

$$g(x) = 4x + m + n$$

fonksiyonları eşit fonksiyonlar olduğuna göre, n kaçtır?

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ mx + 3 &= 4x + m + n \\ mx &= 4x & m &= 4 \\ 3 &= m + n & n &= -1 \end{aligned}$$

2. $f = \{(2, 3), (4, a), (7, b)\}$

$$g = \{(4, 5), (7, 1), (c, 3)\}$$

fonksiyonları eşit fonksiyonlar olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

$$\left. \begin{aligned} a &= 5 \\ b &= 1 \\ c &= 2 \end{aligned} \right\} a + b + c = 8$$

3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = |x + 2| - 3$$

$$g(x) = \begin{cases} -x + b & x \leq a \\ cx - 1 & x > a \end{cases}$$

fonksiyonları eşit olduğuna göre, a + b + c toplamı kaçtır?

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2) - 3 & x \leq -2 \\ x+2 - 3 & x > -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x - 5 & x \leq -2 \\ x - 1 & x > -2 \end{cases} \quad \begin{aligned} a &= -2 \\ b &= -5 \\ c &= 1 \end{aligned} \quad -6$$

Fonksiyonlarda Dört İşlem

$A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere, f ile g fonksiyonlarının tanım kümeleri sırasıyla A ve B olsun.

- $f + g, f - g, f \cdot g$ ve $\frac{f}{g}$ fonksiyonlarının tanım kümesi $A \cap B$ olur.
- Eğer en az bir $n \in A \cap B$ için $g(n) = 0$ eşitliği sağlanıyorsa $\frac{f}{g}$ fonksiyonunun tanım kümesi $A \cap B - \{n\}$ olur.

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x + 3$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

fonksiyonları için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- a) $(f + g)(2)$ kaçtır? $f(2) + g(2) = 5 + 3 = 8$
b) $(2 \cdot f - g)(3)$ kaçtır? $2f(3) - g(3) = 2 \cdot 6 - 8 = 4$
c) $(f \cdot g)(4)$ kaçtır? $f(4) \cdot g(4) = 7 \cdot 15 = 105$
d) $\left(\frac{f}{g}\right)(3)$ kaçtır? $\frac{f(3)}{g(3)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

2. $(f + g)(x) = 4x - 1$

$$(f - g)(x) = 2x + 5$$

olduğuna göre, $(f \cdot g)(1)$ kaçtır? $f(1) \cdot g(1) = 5 \cdot (-2) = -10$

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= 4x - 1 \\ + f(x) - g(x) &= 2x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2f(x) &= 6x + 4 & 3x + 2 + g(x) &= 4x - 1 \\ f(x) &= 3x + 2 & g(x) &= x - 3 \end{aligned}$$

3. $f = \{(0, 1), (1, 3), (2, 4), (3, -1)\}$

$$g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 0), (3, 1)\}$$

olduğuna göre, $\frac{f}{g}$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini yazınız.

$$\begin{aligned} f' \text{ in tanım kümesi : } A &= \{0, 1, 2, 3\} \\ g' \text{ nin tanım kümesi : } B &= \{-1, 0, 2, 3\} \\ \frac{f}{g} \text{ 'nin tanım kümesi : } A \cap B &= \{0, 3\} \end{aligned}$$

1. $(f \cdot g)(x) = x^4 - 1$
 $g(x) = x - 1$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$f(x) \cdot g(x) = x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$f(x) \cdot \cancel{(x-1)} = \cancel{(x^2-1)} \cdot (x^2+1)$$

$$f(x) = (x+1)(x^2+1)$$

$$f(1) = 2 \cdot 2 = 4$$

2. $f(x) = 3x - 1$ $f(1) = 2$
 $(2 \cdot f + g)(x) = 5x + 1$

olduğuna göre, $g(1)$ kaçtır?

$$2f(x) + g(x) = 5x + 1$$

$$2f(1) + g(1) = 6$$

$$2 \quad g(1) = 2$$

3. $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
 $g = \{(-1, 2), (2, 4), (3, 2)\}$

olduğuna göre, $\frac{(f+g)(3)}{(f \cdot g)(2)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\frac{f(3) + g(3)}{f(2) \cdot g(2)} = \frac{4 + 2}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

4. $f = \{(2, -1), (3, -2), (5, 2)\}$
 $g = \{(3, 4), (4, 5), (5, -3)\}$

olduğuna göre, en geniş tanım kümesinde tanımlı $f \cdot g$ fonksiyonun görüntü kümesini yazınız.

$f \cdot g$ 'nin tanım kümesi $\{3, 5\}$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$(f \cdot g)(3) = f(3) \cdot g(3) = -2 \cdot 4 = -8$$

$$(f \cdot g)(5) = f(5) \cdot g(5) = 2 \cdot -3 = -6$$

$$G.k = \{-8, -6\}$$

5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2 \quad x \in \mathbb{R}$$

fonksiyonu ile

$$g(x) = \{(-1, 3), (2, 4)\}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f + g)(x)$ fonksiyonun görüntüsü kümesinin elemanlar toplamı kaçtır?

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f+g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 2 + 3 = 5$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 2 + 4 = 6$$

6. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = ax + 4$$

$$g(x) = 4x + b$$

fonksiyonları veriliyor.

$$(f + g)(1) = f(1)$$

$$(f + g)(2) = g(2)$$

olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

$$f(1) + g(1) = f(1) \Rightarrow g(1) = 0$$

$$f(2) + g(2) = g(2) \Rightarrow f(2) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} g(1) = 4 + b = 0 \\ f(2) = 2a + 4 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b = -4 \\ a = -2 \end{array} \Rightarrow a + b = -6$$

7. $\mathbb{R} - \{n\}$ kümesinde tanımlı

$$f(x) = x + 2$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$$

fonksiyonları eşit fonksiyon olduğuna göre, n kaçtır?

$$n = 2$$

8. a reel sayı olmak üzere, reel sayılarda tanımlı

$$f(x) = x^2 - 2x$$
 fonksiyonu her x reel sayı değeri için

$$f(x) = f(a - x)$$

eşitliğini sağlamaktadır

Buna göre, a kaçtır?

$$x^2 - 2x = (a-x)^2 - 2(a-x)$$

$$x^2 - 2x = a^2 - 2ax + x^2 - 2a + 2x$$

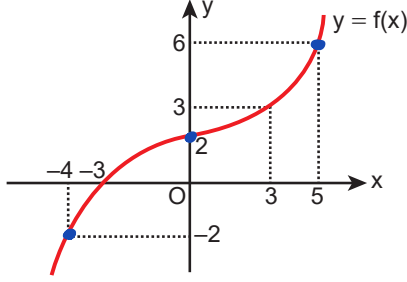
$$x^2 - 2x = x^2 - 2ax + 2x + a^2 - 2a$$

$$a = 2$$

$y = f(x)$ Fonksiyonunun Grafiği

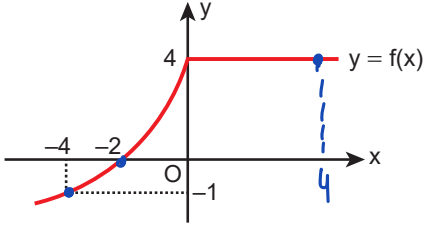
Tanım kümesindeki her x değeri için $(x, f(x))$ sıralı ikililerinin dik koordinat düzlemindeki gösterimine $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği denir.

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



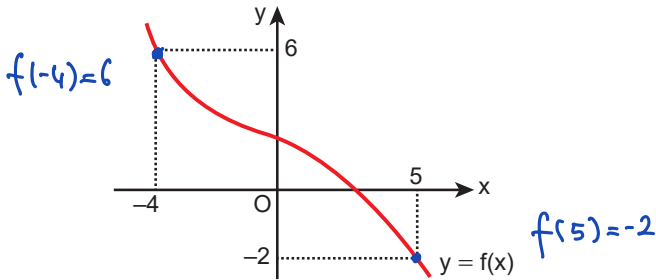
Buna göre, $\frac{f(-4) + f(5)}{f(0)}$ ifadesinin değeri kaçtır?
 $\frac{-2 + 6}{2} = 2$

2. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir



Buna göre, $f(-4) + f(4) - f(-2)$ ifadesinin değeri kaçtır?
 $-1 + 4 - 0 = 3$

3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir

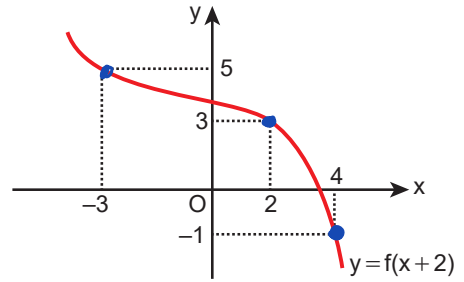


$f(m+1) = 6$ ve $f(n-2) = -2$ olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?
 $m+1 = -4 \Rightarrow m = -5$
 $n-2 = 5 \Rightarrow n = 7$
 $m \cdot n = -5 \cdot 7 = -35$

$y = f(ax + b)$ Fonksiyonunun Grafiği

$y = f(ax + b)$ fonksiyonun grafiği üzerindeki sıralı ikililerden biri (x_1, y_1) noktası ise bu nokta için, $f(ax_1 + b) = y_1$ eşitliği geçerlidir.

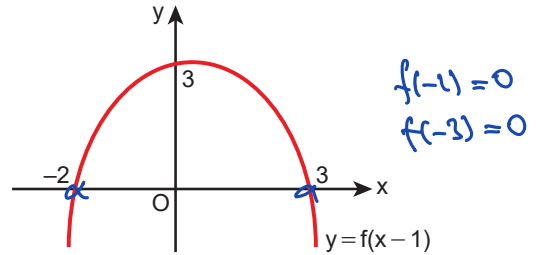
1. Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre $f(4) \cdot f(6) - f(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

$x=2$ için $f(4) = 3$
 $x=4$ için $f(6) = -1$
 $x=-3$ için $f(-1) = 5$
 $3 \cdot (-1) - 5 = -8$

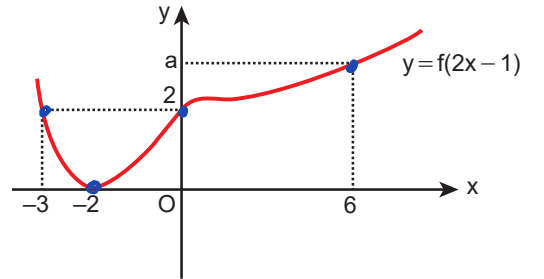
2. Aşağıda $y = f(x - 1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(a) = 0$ olduğuna göre, a değerlerini bulunuz.

$a \in \{-2, 3\}$

3. Aşağıda $y = f(2x - 1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



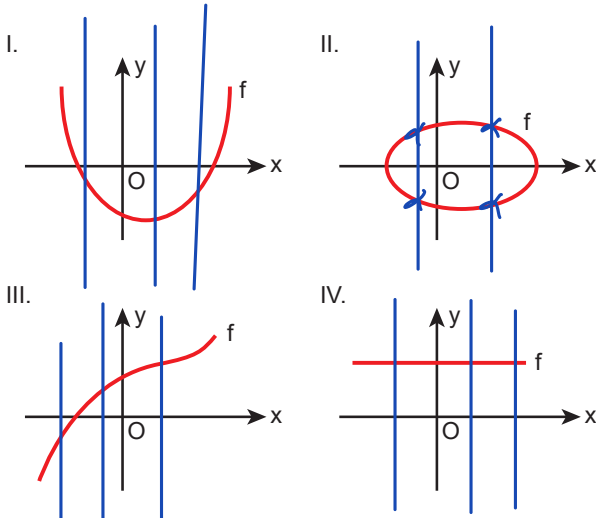
$f(-1) + f(-7) = 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

$f(11) + f(-5) = 1$
 $x=0 \Rightarrow f(-1) = 2$
 $x=-3 \Rightarrow f(-7) = 2$
 $x=6 \Rightarrow f(11) = a$
 $x=-2 \Rightarrow f(-5) = 0$
 $\frac{a}{a} = 1 \Rightarrow a = 1$

Fonksiyon Olma Ve Bire Bir Fonksiyon Olma Testleri

- Grafiği verilen bir bağıntıya, Oy eksenine paralel olan doğrular çizildiğinde bu doğrular, grafiği verilen bağıntıyı tanım aralığında sadece bir noktadan kesiyorsa bağıntıya fonksiyondur denir.
- Grafiği verilen bir fonksiyona Ox eksenine paralel olan doğrular çizildiğinde bu doğrular, grafiği verilen fonksiyonu görüntü kümesinde sadece bir noktada kesiyorsa fonksiyona bire bir fonksiyondur denir.

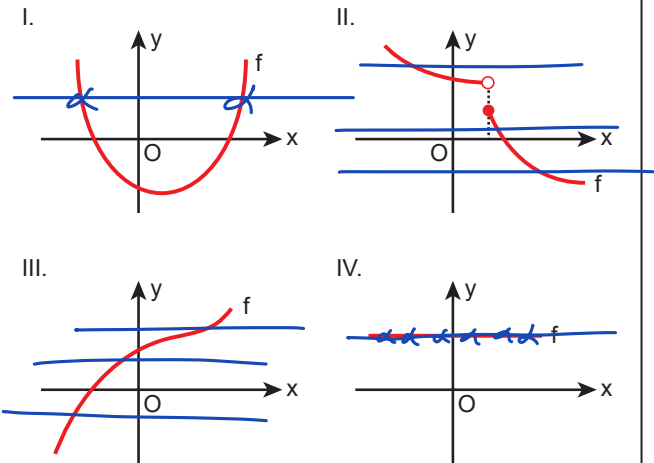
1.



Yukarıda grafiği verilen f bağıntılarından hangileri fonksiyondur?

I, III ve IV

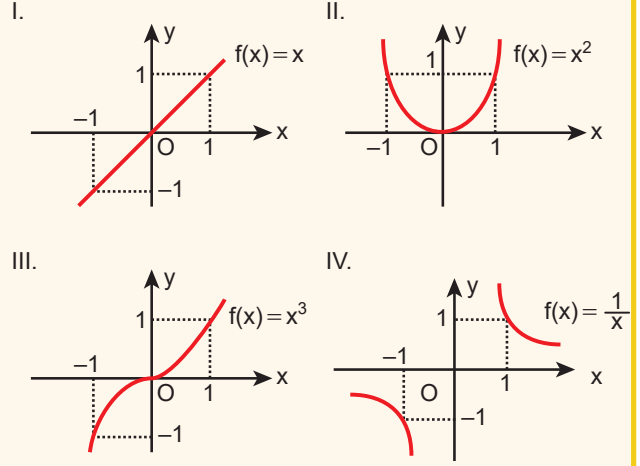
2.



Yukarıda grafiği verilen f bağıntılarından hangileri bire bir fonksiyondur?

II ve III

$f(x) = x, f(x) = x^2, f(x) = x^3, f(x) = \frac{1}{x}$ Fonksiyonlarının Grafikleri



1. En geniş tanım kümelerinde tanımlı f fonksiyonları için aşağıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

- ✓ a) $f(x) = x$, bire bir ve örtendir.
- ✓ b) $f(x) = x^2$, bire bir değildir. $f(-2) = f(2) = -2 + 2$
- ✓ c) $f(x) = x^3$ ve $f(x) = \frac{1}{x}$ bire birdir.
- ✓ d) $f(x) = x^2$ çift fonksiyondur. $f(-x) = f(x)$
- ✓ e) $f(x) = x, f(x) = x^3, f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonları birer tek fonksiyondur. $f(-x) = -f(x)$

ACİL MATEMATİK

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x^2, g(x) = x^3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, hangi a değerleri için

$$f(a) = g(a)$$

eşitliği geçerlidir?

$$a^2 = a^3 \Rightarrow a^3 - a^2 = 0 \Rightarrow a^2(a-1) = 0$$

$a=0$
 $a^2-1=0 \Rightarrow a=1$ ~~$a=-1$~~

3. $f(x) = ax^3$

fonksiyonun grafiği (2, 2) noktasından geçtiğine göre, a kaçtır?

$$f(2) = 2$$

$$8a = 2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

1. a reel sayı olmak üzere,

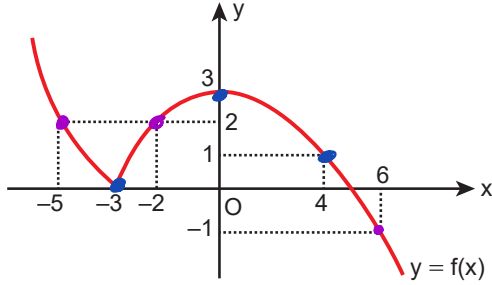
$$f(x) = ax^2$$

fonksiyonun grafiği $(-4, 8)$ noktasından geçmektedir.

Buna göre, a kaçtır?

$$\begin{aligned} f(-4) &= 8 \\ 16a &= 8 \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

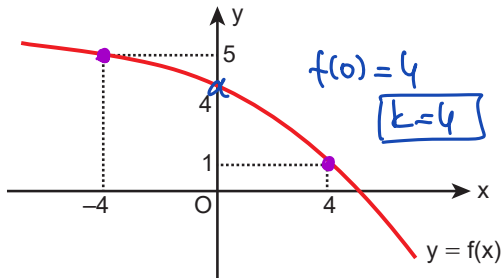


Buna göre,

$$\frac{f(-3) + f(0) + f(4)}{f(-5) + f(-2) + f(6)} = \frac{0 + 3 + 1}{2 + 2 + -1} = \frac{4}{3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(0) = k$ olduğuna göre, $f(k) \cdot f(-k)$ çarpımı kaçtır?

$$f(4) \cdot f(-4) = 1 \cdot 5 = 5$$

4. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = x^2 \text{ ve } g(x) = x^3$$

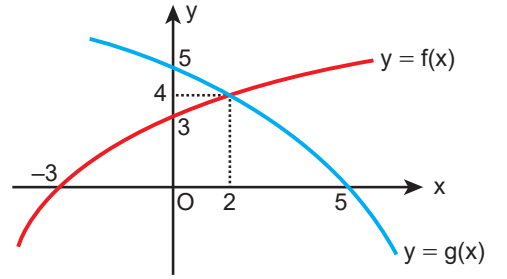
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre; f fonksiyonu için

$$\begin{aligned} \text{I. } f\left(\frac{1}{10}\right) &> g\left(\frac{1}{10}\right) & \left(\frac{1}{10}\right)^2 > \left(\frac{1}{10}\right)^3 \\ \text{II. } f\left(\frac{11}{10}\right) &> g\left(\frac{11}{10}\right) & \left(\frac{11}{10}\right)^2 < \left(\frac{11}{10}\right)^3 \\ \text{III. } f(-1) &= g(-1) & 1 \neq -1 \end{aligned}$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

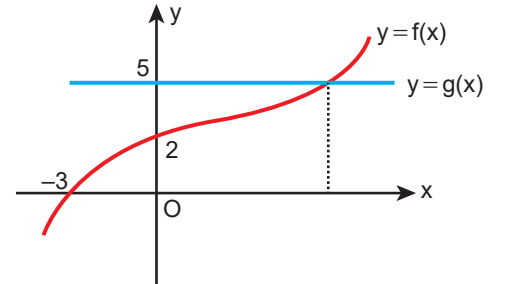
5. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $\frac{(f+g)(0)}{(f \cdot g)(2)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$\frac{f(0) + g(0)}{f(2) \cdot g(2)} = \frac{3 + 5}{4 \cdot 4} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$$f(1) + f(2) + f(3) = k$$

olduğuna göre, g(k) kaçtır?

$$\begin{aligned} g(x) &= 5 \text{ sabit fonksiyon} \\ g(k) &= 5 \end{aligned}$$

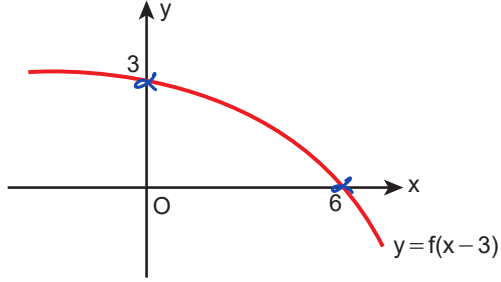
7. a sıfırdan farklı bir reel sayı olmak üzere, reel sayılar kümesinde tanımlı bir f fonksiyonu için $f(x) = a$ denkleminin çözüm kümesi bir elemandır.

Buna göre; f fonksiyonu,

- ✓ I. $f(x) = x$
 ✓ II. $f(x) = x^2$ $x_1 \neq x_2$ için $f(x_1) = f(x_2)$
 ✓ III. $f(x) = x^3$

fonksiyonlarından hangileri olabilir?

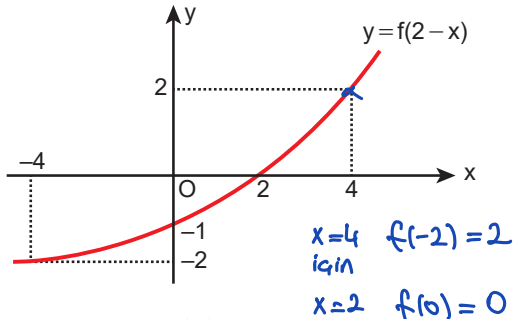
8. Aşağıda $y = f(x - 3)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir



$f(-3) = p$ olduğuna göre, $f(p)$ kaçtır?

$x = 0$ için $f(-3) = 2$ $p = 2$ $f(2) = ?$
 $x = 6$ için $f(3) = 0$

9. Aşağıda $y = f(2 - x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(-2) + f(0)}{f(2) \cdot f(6)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

$x = 4$ için $f(-2) = 2$
 $x = 2$ için $f(0) = 0$
 $x = 0$ için $f(2) = -1$
 $x = -4$ için $f(6) = -2$

$$\frac{2 + 0}{-1 \cdot (-2)} = 1$$

10. Reel sayılar kümesinde tanımlı

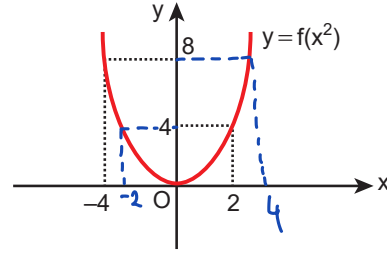
$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre; f fonksiyonu için

- ✓ I. Bire birdir.
 ✓ II. Örtendir
 ✓ III. $f(x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi 2 elemandır.
 ifadelerinin hangileri doğrudur. $x > 0$ için $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

11. Aşağıda $y = f(x^2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(4) = p$ olduğuna göre, $f(p^2)$ kaçtır?

$p = 4 \Rightarrow f(16) = 8$

12. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq -2 \\ mx + n, & -2 < x < 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu bire bir ve örten olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

$x = -2$ için $f(-2) = -8$
 $x = 1$ için $f(1) = 1$

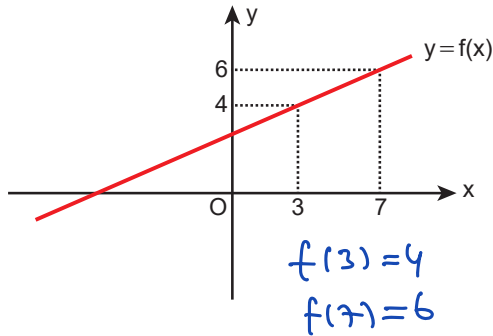
$$\begin{aligned} -2m + n &= -8 \\ + \quad m + n &= 1 \\ \hline -3m &= -9 \\ m &= 3 \quad n = -2 \end{aligned}$$

$f(-1) = -5$

Doğrusal Fonksiyonun Grafiği -1

Bir $f(x) = mx + n$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verildiğinde grafik üzerindeki iki farklı $(x, f(x))$ sayı ikilisine bakılarak doğrusal fonksiyonların kuralı ve doğrusal fonksiyonun üzerindeki diğer tüm $(x, f(x))$ sayı ikilileri bulunabilir

1. Aşağıda $f(x) = mx + n$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, m ve n sayılarını bulunuz.

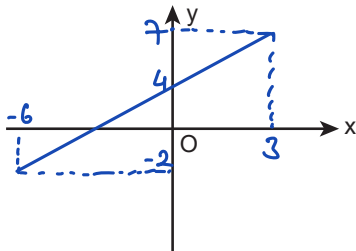
$$\begin{array}{r} -/3m+n=4 \\ +7m+n=6 \\ \hline 4m=2 \quad m=\frac{1}{2}, n=\frac{5}{2} \end{array}$$

2. $y=f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği $(0, 2)$ ve $(1, 5)$ noktalarından geçmektedir.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

$$\begin{array}{l} f(x) = mx + n \text{ olmak üzere} \\ f(0) = n = 2 \quad n = 2 \quad f(x) = 3x + 2 \\ f(1) = m + n = 5 \quad m = 3 \quad f(2) = 8 \end{array}$$

3. Aşağıda verilen düzlemde $[-6, 3]$ aralığında tanımlı $f(x) = x + 4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz:



$$\begin{array}{l} x = -6 \text{ için } f(-6) = -2 \\ x = 0 \text{ için } f(0) = 4 \\ x = 3 \text{ için } f(3) = 7 \end{array}$$

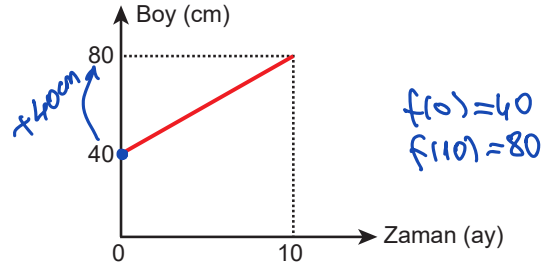
$$1. m = \frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}$$

2. 8

Doğrusal Fonksiyonun Grafiği-2

Doğrusal fonksiyonların grafikleri güncel hayat problemlerinde kullanılır.

1. Bir fidan dikildiğinde boyu A cm'dir. Bu fidanın boyu dikildikten sonra her ay B cm artmaktadır.



Bu fidanın zamanla boyundaki doğrusal değişiminin grafiği yukarıda verildiğine göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

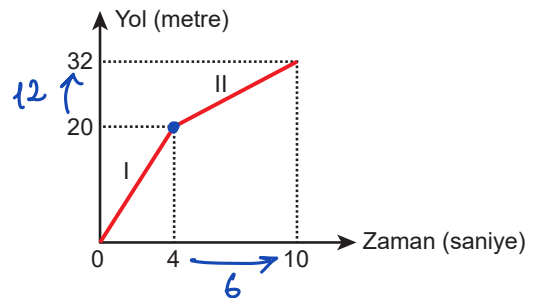
$$A = f(0) = 40$$

$$\begin{array}{l} 10 \text{ ay } 40 \text{ cm artış} \\ 1 \text{ ay } ? \text{ cm artış} \end{array}$$

$$B = f(1) = 4$$

$$\boxed{A+B=44}$$

2. Aşağıda, verilen yolun I ve II nolu bölümlerinde sabit hızlarla doğrusal biçimde hareket eden bir hareketlinin zamanla aldığı yol uzunluğu gösteren grafik verilmiştir.



Buna göre; hareketlinin I nolu bölümdeki hızı, II nolu bölümdeki hızının kaç katıdır?

$$\text{Yol} = \text{hız} \times \text{Zaman}$$

$$\frac{20}{4} \Rightarrow v_1$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{12}{6} \Rightarrow v_2$$

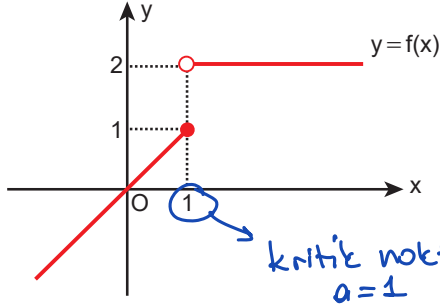
1. 44

2. $\frac{5}{2}$

Parçalı Fonksiyonun Grafiği-1

Bir parçalı fonksiyonun kritik noktaları, fonksiyonun tanım kümesini alt aralıklara ayırır. Her bir alt aralıkta verilen fonksiyon parçasının grafikleri çizildiğinde, tanım kümesinde parçalı fonksiyonun grafiği çizilmiş olur.

1. Aşağıda doğrusal parçalardan oluşan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

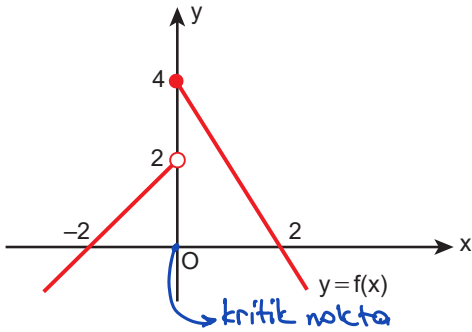


$$f(x) = \begin{cases} bx, & x \leq a \\ c, & x > a \end{cases} \quad \begin{array}{l} f(x)=x \quad b=1 \\ \rightarrow \text{sabit fonksiyon} \\ c=2 \end{array}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

$$1 + 1 + 2 = 4$$

2. Aşağıda doğrusal parçalardan oluşan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(x) = \begin{cases} ax + b, & x < 0 \\ cx + d, & x \geq 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $a + b + c + d$ toplamı kaçtır?

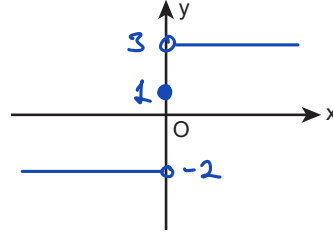
$$\begin{array}{l} x > 0 \text{ iken} \\ f(0) = 4 \\ f(2) = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} f(x) = -2x + 4 \\ f(x) = x + 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 4 \\ c = 1 \\ d = 2 \end{array}$$

Parçalı Fonksiyonun Grafiği-2

1. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 3, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

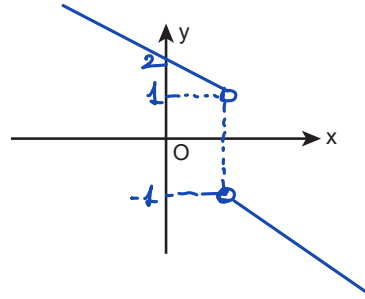


- 2.

$$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x < 1 \\ x - 2, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

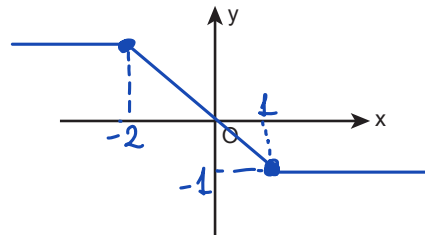


- 3.

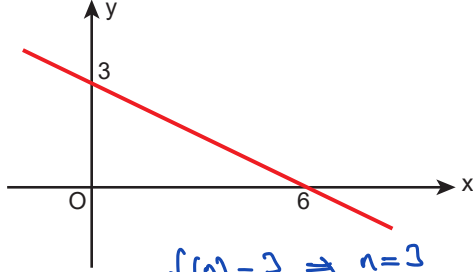
Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -2 \\ -x, & -2 < x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



1. Reel sayılarda tanımlı $f(x) = mx + n$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I. $m = -2$
 II. $n = 3$
 III. $m + n = \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned} f(0) = 3 &\Rightarrow n = 3 \\ f(6) = 0 &\Rightarrow 6m + n = 0 \\ &\Rightarrow m = -\frac{1}{2} \\ m + n &= -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

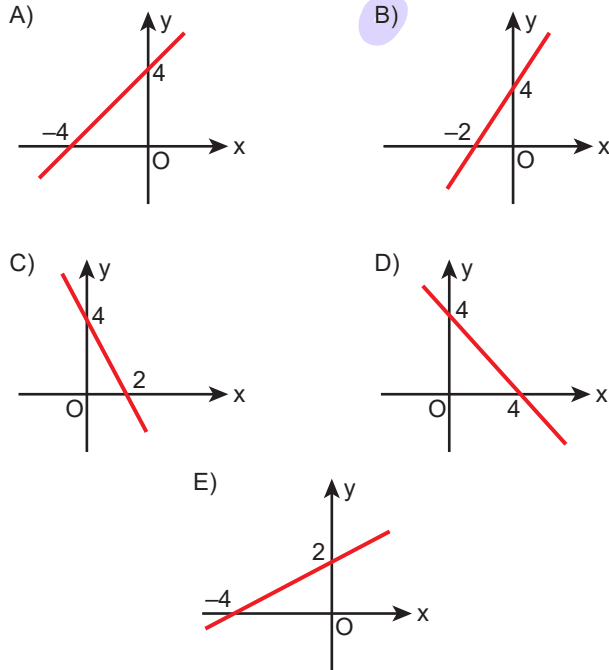
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x - 2 \\ g(x) &= -x + 6 \end{aligned}$$

olduğuna göre, $(f + g)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= 2x + 4 \\ x = 0 \text{ için } &4 \\ x = -2 \text{ için } &0 \end{aligned}$$



3. Reel sayılar kümesinde tanımlı

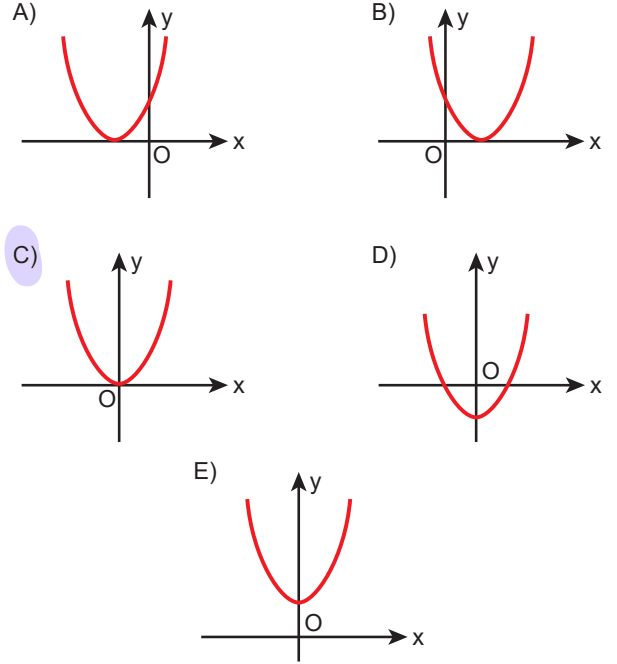
$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + x \\ g(x) &= -x \end{aligned}$$

fonksiyonlu veriliyor.

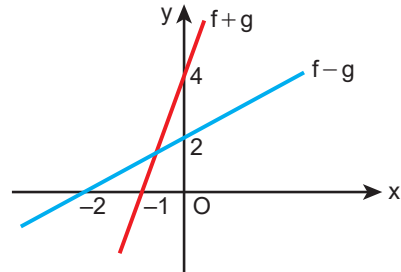
Buna göre, $(f + g)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$$f(x) + g(x) = x^2$$

$x = 0$ için 0



4. Reel sayı kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları için $f + g$ fonksiyonları için $f + g$ ve $f - g$ fonksiyonları grafikleri aşağıda verilmiştir.



f ve g doğrusal fonksiyonlar olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

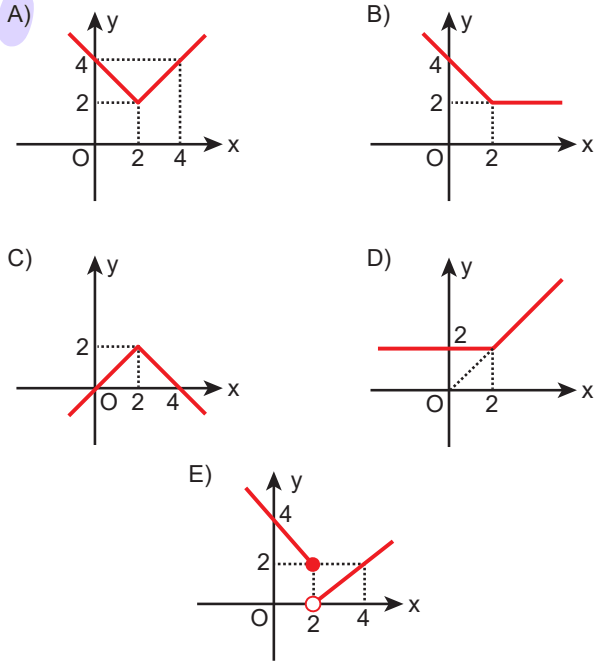
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= 4x+4 \\ (f-g)(x) &= x+2 \\ \hline 2f(x) &= 5x+6 \\ f(x) &= \frac{5x+6}{2} \\ f(2) &= 8 \end{aligned}$$

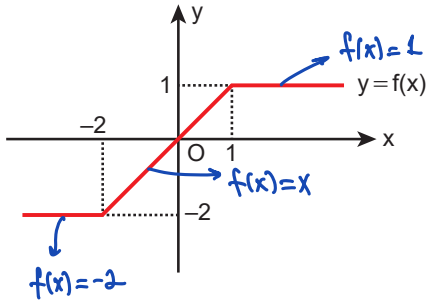
5. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} 4-x, & x \leq 2 \\ x, & x > 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} f(x)=4-x \\ f(x)=x \end{matrix}$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



6.



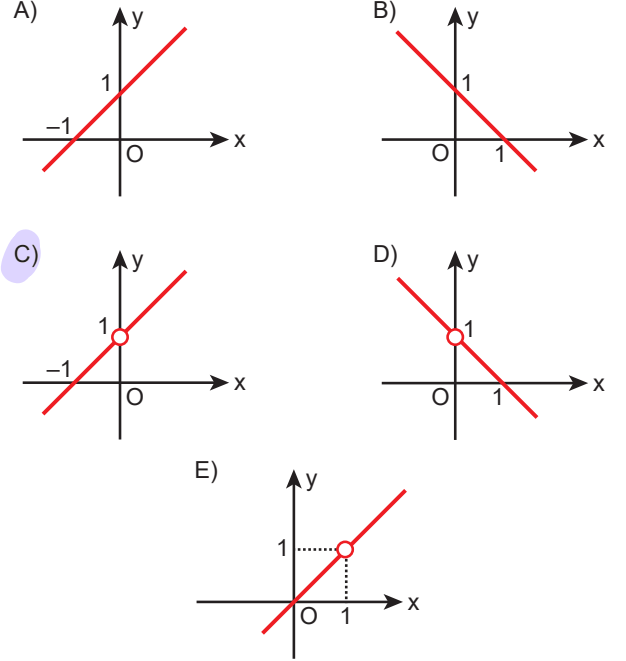
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- BBB
- A) $\begin{cases} 2, & x \leq -2 \\ x, & -2 < x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$ B) $\begin{cases} -2, & x \leq -2 \\ x, & -2 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} -2, & x < -2 \\ x, & -2 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2, & x < -2 \\ x, & -2 < x < 1 \\ -1, & x < 1 \end{cases}$
- E) $\begin{cases} -2, & x \leq -2 \\ -x, & -2 < x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$

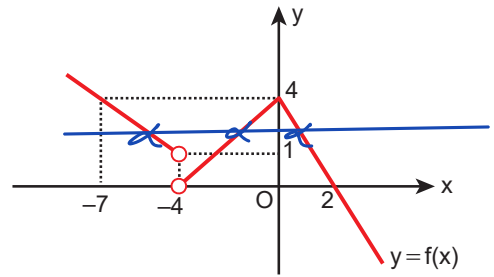
7. Reel sayılardaki en geniş tanım kümesinde tanımlı

$$f(x) = \frac{x^2+x}{x} = \frac{x(x+1)}{x} \quad (x \neq 0) \quad f(x) = x+1$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



8. Aşağıda doğrusal parçalardan oluşan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



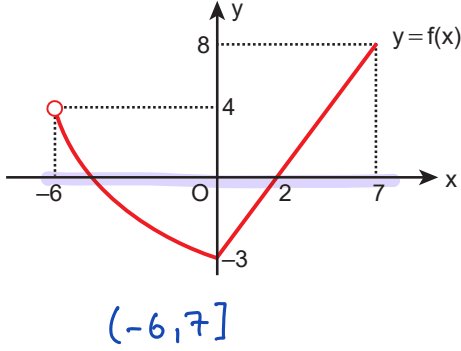
Buna göre, $f(a) = 2$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

- BBB
- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

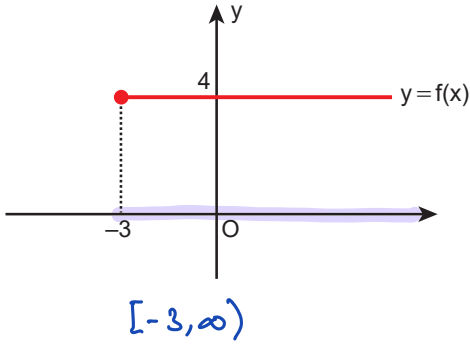
Tanım Kümesini Belirleme

Bir fonksiyonun grafiği verildiğinde Ox eksenini incelenerek fonksiyonun tanım kümesi belirlenir.

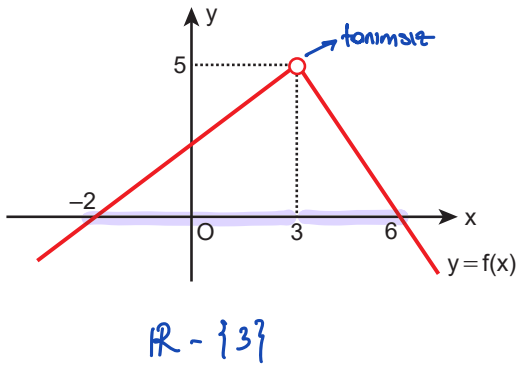
1. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini belirleyiniz.



2. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini belirleyiniz.



3. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini belirleyiniz.



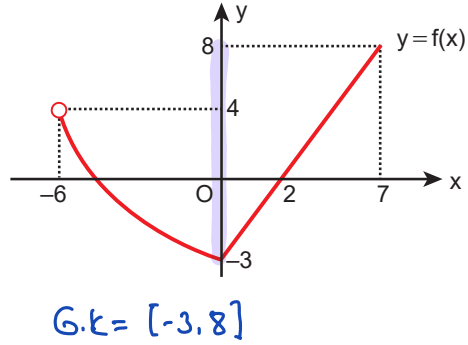
1. $(-6, 7]$ 2. $[-3, \infty)$ 3. $\mathbb{R} - \{3\}$

Görüntü Kümesini Belirleme

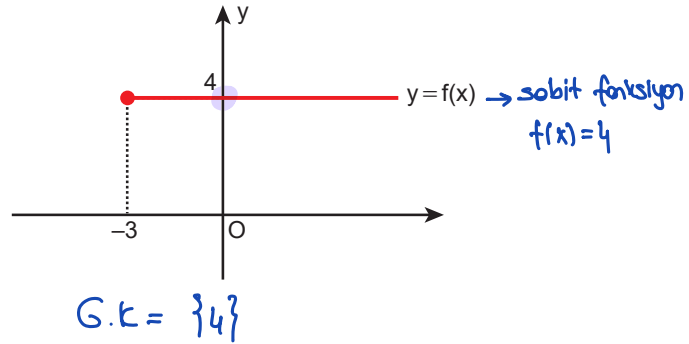
Bir fonksiyonun grafiği verildiğinde Oy eksenini incelenerek fonksiyonun görüntü kümesi belirlenir.

Fonksiyonun değer kümesi grafiğe bakılarak belirlenemez. Dik koordinat düzleminde Oy eksenini \mathbb{R} kümesini temsil ettiğinden değer kümesi \mathbb{R} kümesi olarak alınabilir.

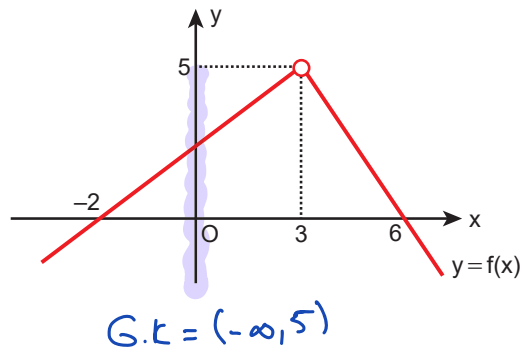
1. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini belirleyiniz.



2. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini belirleyiniz.



3. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini belirleyiniz.

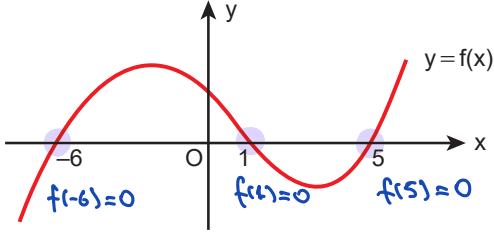


1. $[-3, 8]$ 2. $\{4\}$ 3. $(-\infty, 5)$

$f(x) = 0$ Denklemi Çözme

$f(x) = 0$ denklemi sağlayan x değerleri, $y = f(x)$ fonksiyonunun Ox eksenini kestiği noktaların apsiseridir.

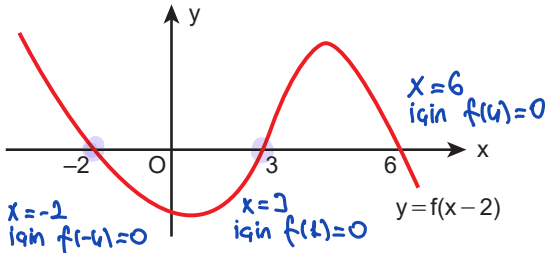
1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(n) = 0$ eşitliğini sağlayan n değerlerinin toplamı kaçtır?

$$-6 + 1 + 5 = 0$$

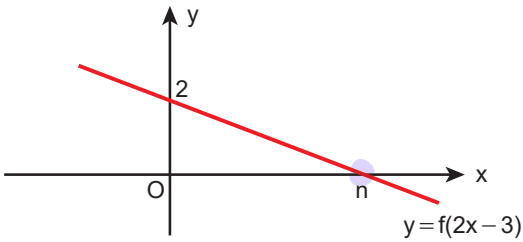
2. Aşağıda $y = f(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(n) = 0$ eşitliğini sağlayan n değerlerini bulunuz.

$$n \in \{-4, 1, 4\}$$

3. Aşağıda $y = f(2x - 3)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(7) = 0$ olduğuna göre, n kaçtır?

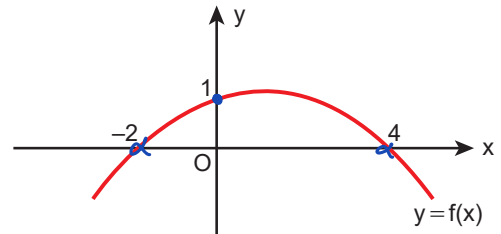
$$x = 5 \text{ için } f(7) = 0 \Rightarrow n = 5$$

Eksenlerin Kesildiği Noktaları Belirleme

Bir fonksiyonun grafiği Ox eksenini 1'den fazla noktada kesebilir.

Bir fonksiyonun grafiği Oy eksenini en fazla 1 noktada keser. Eğer fonksiyonun tanım kümesinde 0 elemanı yoksa, fonksiyonun grafiği Oy eksenini kesmez.

1. Aşağıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaların koordinatları toplamı kaçtır?



$$\left. \begin{array}{l} x \\ f(-2) = 0 \\ f(4) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y \\ f(0) = 1 \end{array} \left. \right\} -2 + 4 + 1 = 3$$

2. Reel sayılar kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu bir tek fonksiyondur.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun Oy ekseninin kestiği noktayı bulunuz.

$$f(-x) = f(x) \Rightarrow (0, 0)$$

3. En geniş tanım kümesinde tanımlı

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

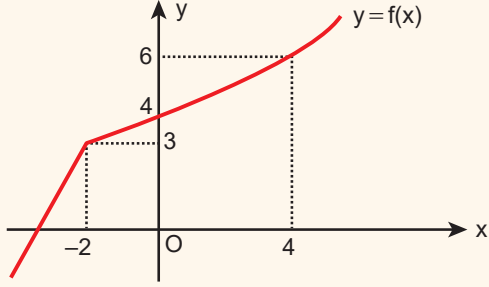
fonksiyonunun grafiğinin Oy eksenini kestiği noktayı (eğer varsa) bulunuz.

$x = 0$ tanım kümesinin elemanı değildir
grafik Oy eksenini kesmez!

f Fonksiyonu Altındaki Görüntü-1

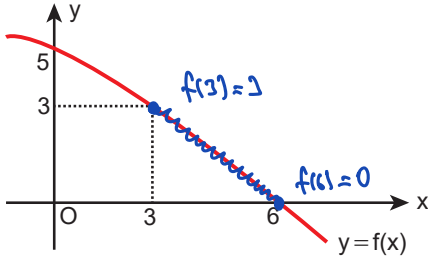
f fonksiyonunun grafiğe bakılarak bir eleman ya da bir aralığın f altındaki görüntüsü belirlenebilir.

Örneğin;



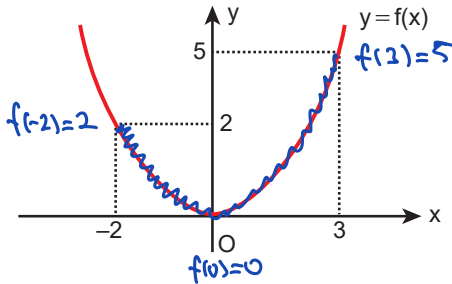
- $[-2, 4]$ aralığının f altındaki görüntüsü $[3, 6]$ aralığıdır.
- -1 elemanının f altındaki görüntüsü $(3, 4)$ aralığındadır. Yani, $3 < f(-1) < 4$ olmalıdır.

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[3, 6]$ aralığının f altındaki görüntüsünü bulunuz.
 $[0, 3]$

2. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[-2, 3]$ aralığının f altındaki görüntüsünü bulunuz.
 $[0, 5]$

f Fonksiyonu Altındaki Görüntü-2

f fonksiyonunun kuralına bakılarak bir elemanın ya da bir aralığın f altındaki görüntüsü belirlenebilir.

Örneğin; $f(x) = 4 - x$ fonksiyonu için,

- $[-1, 2]$ aralığının f altındaki görüntüsü;

$$f(-1) = 5$$

$$f(2) = 2$$

olduğundan $[2, 5]$ aralığıdır.

1. $f(x) = 2x + 1$

olduğuna göre, $[-1, 4]$ aralığının f altındaki görüntüsünü bulunuz.

$$f(-1) = -1 \quad \text{olduğundan G.k} = [-1, 9]$$

$$f(4) = 9$$

2. $f(x) = x^2 + 1$

olduğuna göre, $(-3, 2]$ aralığının f altındaki görüntüsünü bulunuz.

$$f(-3) = 10$$

$$f(0) = 1 \quad \text{G.k} = [1, 10]$$

$$f(2) = 5$$

3. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu,

$$f\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = \frac{1-x}{2x+4}$$

eşitliğini sağladığına göre, $\frac{1}{3}$ 'ün f altındaki görüntüsü kaçtır?

$$a \quad -\frac{1}{2a}$$

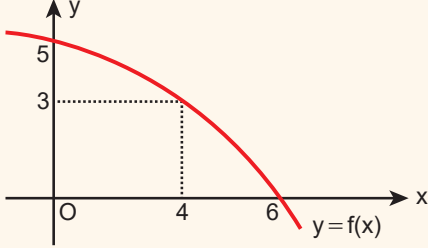
$$f(a) = -\frac{1}{2a}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{2}$$

f Fonksiyonu Altındaki Ters Görüntü-1

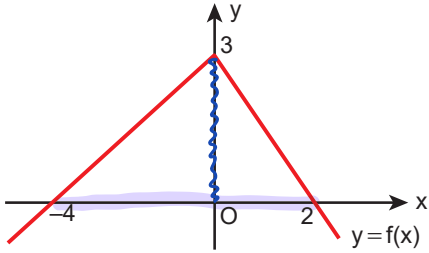
f fonksiyonunun grafiğine bakılarak bir elemanın ya da bir aralığın f altındaki ters görüntüsü belirlenebilir.

Örneğin;



- $[3, 5]$ aralığının f altındaki ters görüntüsü $[0, 4]$ aralığıdır.
- 2 elemanının f altındaki ters görüntüsü $(4, 6)$ aralığıdır. Yani, $4 < n < 6$ koşulunu sağlayan bir n elemanı için $f(n) = 2$ 'dir.

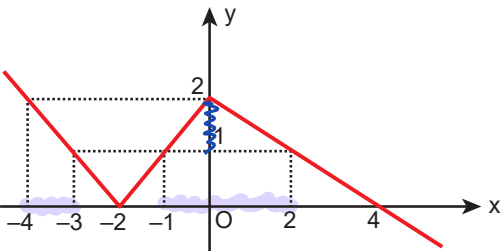
1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir.



Buna göre, $(0, 3]$ aralığının f altındaki ters görüntüsünü bulunuz.

$$(-4, 2]$$

2. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[1, 2]$ aralığının f altındaki ters görüntüsünü bulunuz.

$$[-4, -3] \cup [-1, 2]$$

f Fonksiyonu Altındaki Ters Görüntü-2

f fonksiyonunun kuralına bakılarak bir elemanın ya da bir aralığın f altındaki ters görüntüsü belirlenebilir.

Örneğin; $f(x) = 3x + 2$ fonksiyonu için,

- $[-4, 14)$ aralığının f altındaki ters görüntüsü;
 $-4 \leq 3x + 2 < 14$
 $-2 \leq x < 4$

olduğundan $[-2, 4)$ aralığıdır.

1. $f(x) = 2x - 1$

olduğuna göre, $(-3, 5]$ aralığının f altındaki ters görüntüsünü bulunuz.

$$\begin{aligned} -3 < 2x - 1 \leq 5 \\ -2 < 2x \leq 6 \\ -1 < x \leq 3 \\ x \in (-1, 3] \end{aligned}$$

2. $f(x) = x^2$

olduğuna göre, $(1, 9]$ aralığının f altındaki ters görüntüsünü bulunuz.

$$\begin{aligned} 1 < x^2 \leq 9 \\ -1 < x \leq -3 \text{ ve } 1 < x \leq 3 \\ [-3, -1) \cup (1, 3] \end{aligned}$$

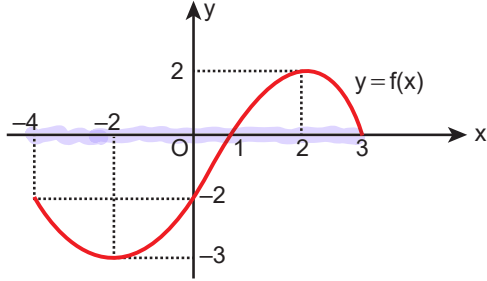
3. Uygun koşullarda tanımlı f fonksiyonu,

$$f(x^2 - x) = 2x^2 - 2x + 3$$

eşitliğini sağladığına göre, 1'in f altındaki ters görüntüsü kaçtır?

$$\begin{aligned} 2x^2 - 2x + 3 &= 1 \\ 2x^2 - 2x &= -2 \\ 2(x^2 - x) &= -2 \\ x^2 - x &= -1 \end{aligned}$$

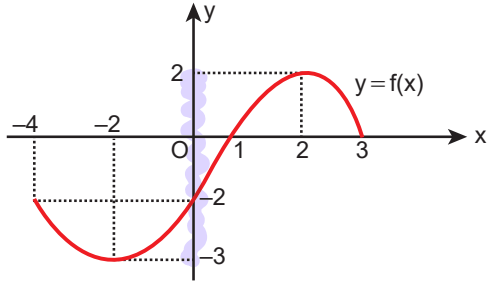
1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesini yazınız.

$$[-4, 3]$$

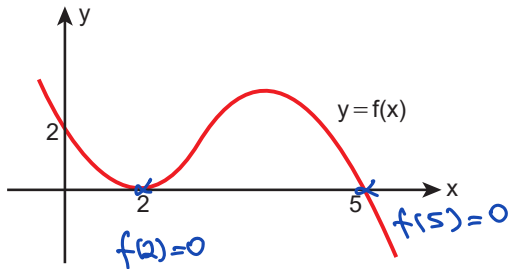
2.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini yazınız.

$$[-3, 2]$$

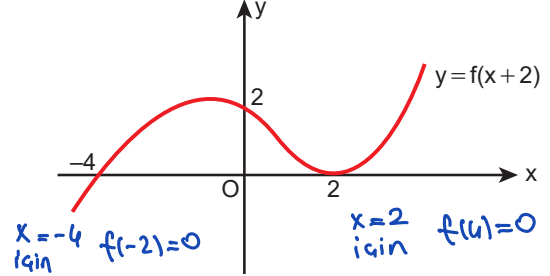
3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerini yazınız.

$$x \in \{2, 5\}$$

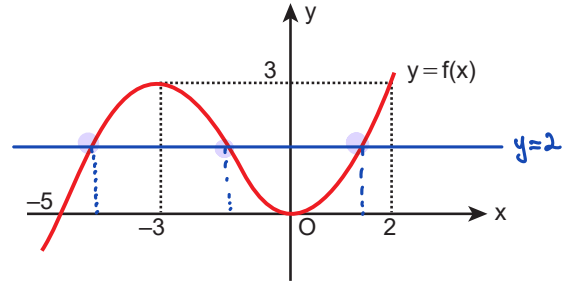
4. Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerini yazınız.

$$x \in \{-2, 4\}$$

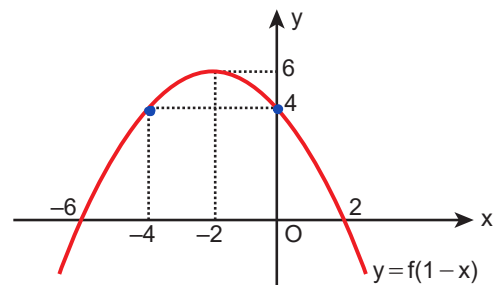
5. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) = 2$ denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

3 elemanlıdır.

6. Aşağıda $y = f(1 - x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

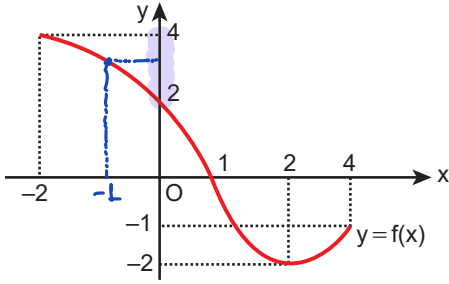


Buna göre, $f(x) = 4$ denklemini sağlayan x değerlerini bulunuz.

$$x = -4 \text{ için } f(5) = 4 \quad x \in \{4, 5\}$$

$$x = 0 \text{ için } f(1) = 4$$

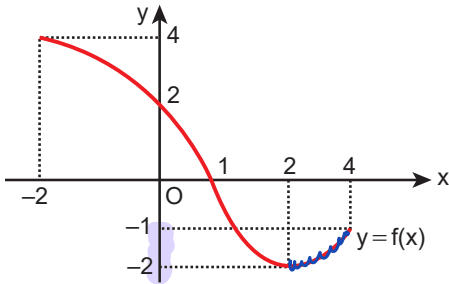
7. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



-1'in f altındaki görüntüsünün bulunduğu aralığı yazınız.

$$f(-1) \in (2, 4)$$

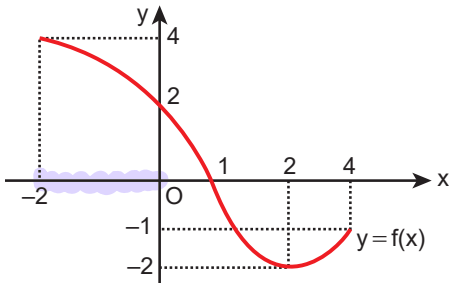
x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[2, 4]$ aralığının f altındaki görüntüsünü yazınız.

$$[-2, -1]$$

9. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $[2, 4]$ aralığının f altındaki ters görüntüsünü yazınız.

$$[-2, 0]$$

10. $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonu

$$f(x) + f(3x) = 8x + 6$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $(-1, 2]$ aralığının f altındaki görüntüsünü yazınız.

$$f(x) = ax + b \text{ dır. Buna göre}$$

$$ax + b + 3ax + b = 8x + 6$$

$$4ax = 8x \quad 2b = 6$$

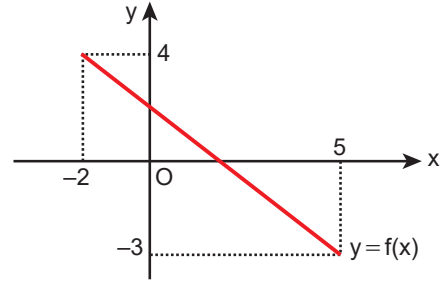
$$a = 2 \quad b = 3$$

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(-1) = 1 \quad \left. \begin{array}{l} f(-1) = 1 \\ f(2) = 7 \end{array} \right\} (1, 7]$$

$$f(2) = 7$$

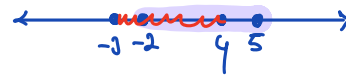
11. $f: A \rightarrow B$ olmak üzere, $y = f(x)$ örten fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



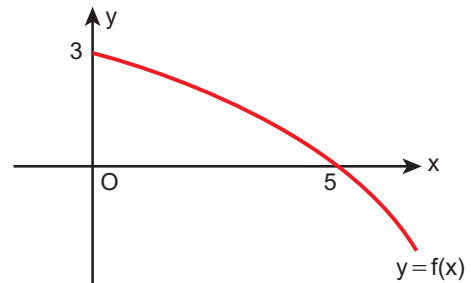
Buna göre, $A \cap B$ kümesinde bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

$$A = [-2, 5] \quad A \cap B = [-2, 4]$$

$$B = [-3, 4] \quad -2 + -1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7$$



12. A kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $A - f(A)$ fark kümesini yazınız.

$$A = \mathbb{R}$$

$$f(A) = (-\infty, 3]$$

$$A - f(A) = (3, \infty)$$