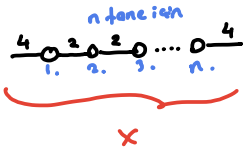
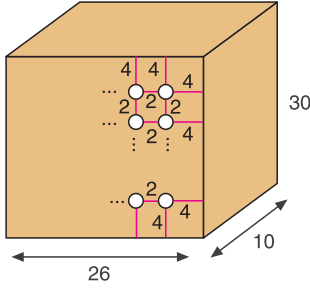


1.



$$x = n \cdot 2 + (n-1) \cdot 2 + 2 \cdot 4$$

$$x = 4n + 6$$

A

$$4n + 6 = 26, n = 5$$

$$4m + 6 = 30, m = 6$$

Deliklerin hacmi : $30 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10 = 300\pi$

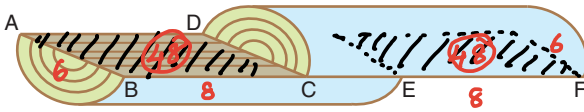
$$30 \cdot 26 \cdot 10 = 7800$$

$$7800 - 300\pi$$

2.



Şekil 1



Şekil 2

$$|AB| = 6 \text{ birim}, |BC| = 8 \text{ birim}, |CE| = 3 \text{ birim}$$

Silindir biçimindeki kütük (Şekil 1) iki eş parçaya ayrılarak Şekil 2'deki gibi birbirine yapıştırılıyor.

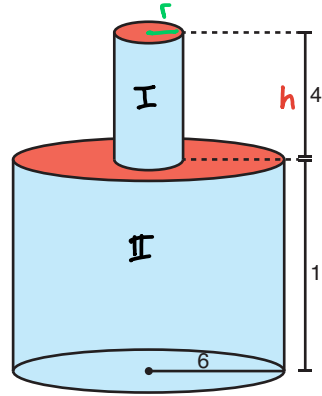
Buna göre, Şekil 2'deki cismin yüzey alanı, Şekil 1'deki cismin yüzey alanına göre kaç birimkare artar?

- E
- $$2 \cdot 48 = 96 \text{ artar.}$$
- A) 16 birimkare artar B) 32 birimkare artar
C) 48 birimkare artar D) 64 birimkare artar
E) 96 birimkare artar

1. A

2. E

3.



Şekilde üst üste konulmuş silindirlere alttaki olanın taban yarıçapı 6 cm, yüksekliği 10 cm'dir. Üstteki olanın ise yüksekliği 4 cm'dir.

$$A_{II} = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2\pi \cdot 6 \cdot 10$$

$$= 192\pi$$

$$290\pi - 192\pi = 98\pi$$

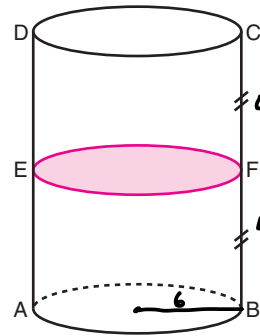
Üstte konulan cismin alanı arttırma miktarı 98π

C

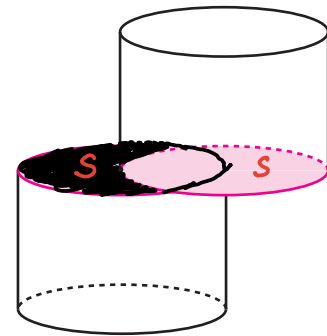
Artan Alan : $2\pi r h = 98\pi$

$$r = 1$$

4.



Şekilde taban yarıçapı 6 birim ve yüksekliği 8 birim olan bir silindir [EF] boyunca tabana paralel bir düzlemlerle kesilerek iki eş parçaya ayrılıyor.



$2S$ artar.

Üstteki parçanın alt taban daresinin yayı alttaki parçanın üst taban daresinin merkezi üzerine gelecek biçimde kaydırılıyor.

E



$$B = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

$$A + B = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{1}{6} = 6\pi$$

$$A = 6\pi - 9\sqrt{3}$$

$$S = 2A + 4B$$

$$= 12\pi + 18\sqrt{3}$$

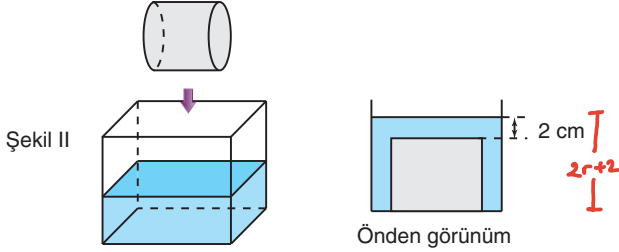
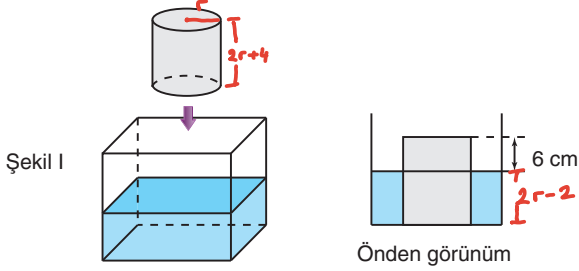
$$2S = 24\pi + 36\sqrt{3}$$

$$E) 24\pi + 36\sqrt{3}$$

3. C

4. E

5.



Şekil I'de bir dik silindir gösterildiği gibi içinde bir miktar su bulunan küpün içine konulduğunda silindirin tepesi ile su yüzeyi arasında 6 cm'lik bir mesafe oluşmaktadır.

Silindir yan tutularak, içinde bulunan su miktarı sabit olan küpün içine konulduğunda Şekil II'deki durum oluşmaktadır. Silindirin yüksekliği, çapından 4 cm fazladır.

Buna göre; küpün taban alanı, silindirin taban alanının kaç katıdır?

D

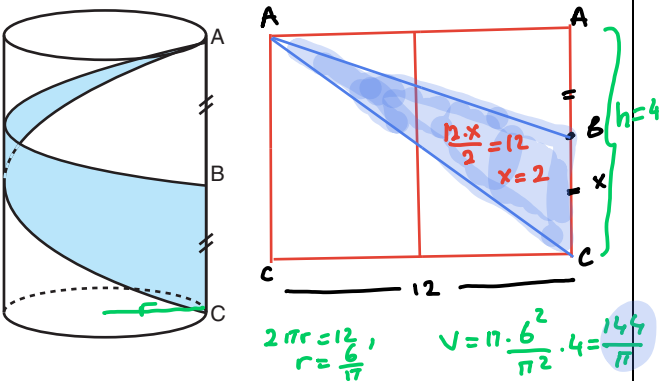
- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{5}{4}$

Küpün ve silindirin taban alanları sırasıyla K, S olsun.

Şekil-1 : $V_{su} = (K - S) \cdot (2r - 2)$
 Şekil-2 : $V_{su} = K(2r + 2) - S(2r + 4)$

$K \cdot (2r - 2) - S \cdot (2r - 2) = K(2r + 2) - S(2r + 4)$
 $6S = 4K, \quad \frac{K}{S} = \frac{3}{2}$

6.

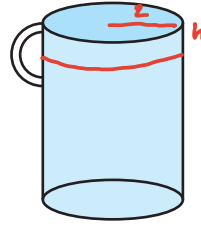


Buna göre, silindirin hacmi kaç birimküptür?

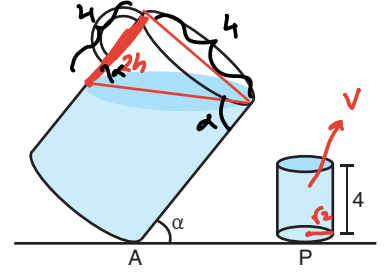
D

- A) 36π B) $\frac{96}{\pi}$ C) 48π D) $\frac{144}{\pi}$ E) 72π

7.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de taban yarıçapı 2 birim olan silindir şeklindeki sürahi su doludur. Aynı sürahi Şekil II'de görüldüğü gibi yer düzlemiyle α kadar açı yaparak eğildiğinde sürahiden dökülen su ile P noktasındaki bardak tamamen doluyor. Bardak silindir şeklinde olup taban yarıçapı $\sqrt{2}$ birim ve yüksekliği 4 birimdir.

Buna göre, sürahi kaç derecelik açı ile eğilmiştir?

B

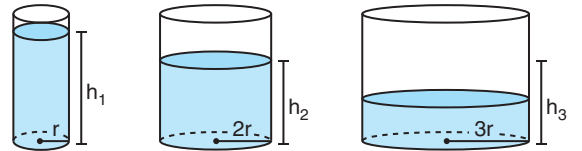
- A) 30 B) 45 C) 60 D) 75 E) 80

$V = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 8\pi, \quad \pi \cdot 2^2 \cdot h = 8\pi$
 $h = 2$

$\alpha = 45^\circ$

8.

Taban yarıçapları r, 2r ve 3r olan üstü açık silindirlere aynı miktarda su konuluyor.



Bu işlem sonrasında silindirin içindeki su yükseklikleri sırası ile h_1, h_2 ve h_3 olmaktadır.

$h_2 + h_3 = 26$ cm olduğuna göre, h_1 kaç cm'dir?

- A) 48 B) 54 C) 64 D) 72 E) 80

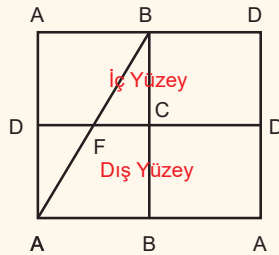
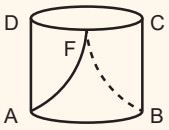
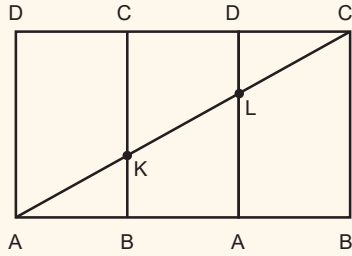
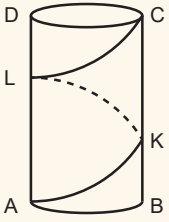
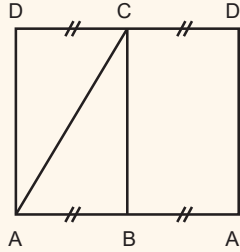
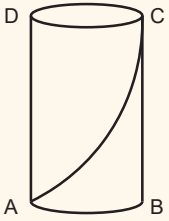
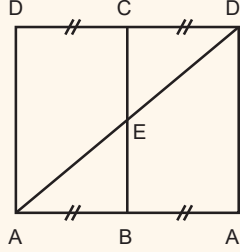
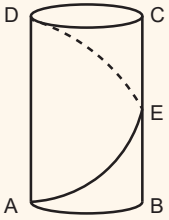
$h_1 = \frac{V}{\pi r^2}, \quad h_2 = \frac{V}{4\pi r^2}, \quad h_3 = \frac{V}{9\pi r^2}$

$h_2 + h_3 = \frac{13V}{36\pi r^2} = 26$

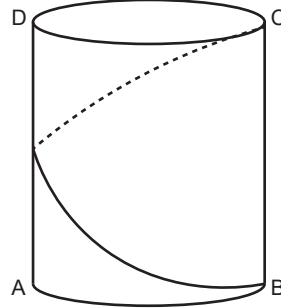
$\frac{V}{\pi r^2} = 72$

Silindir Yüzeyinde En Kısa Yol

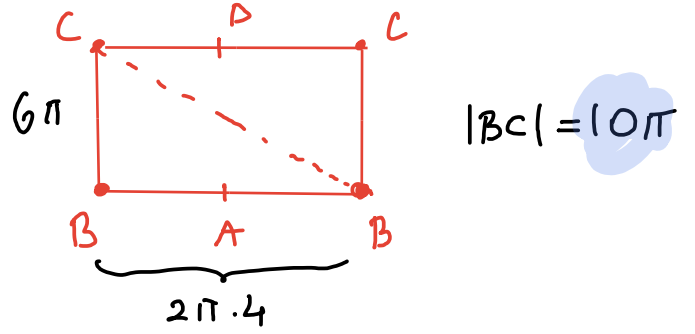
Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



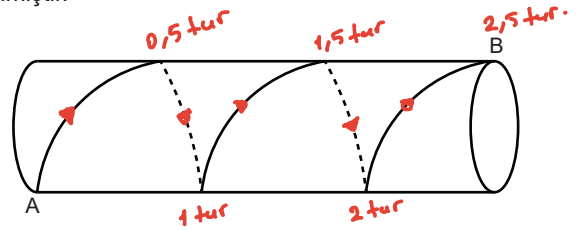
1. Yüksekliği 6π birim ve taban yarıçapı 4 birim olan bir dik silindir aşağıda verilmiştir.



Buna göre, silindir yüzeyindeki BC yolunun en kısa uzunluğu kaç birimdir?

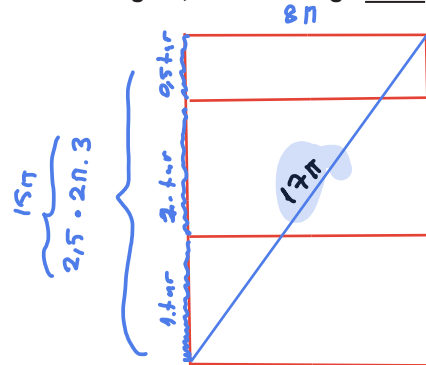


2. Yüksekliği 8π birim ve taban yarıçapı 3 birim olan dik dairesel silindir biçimindeki bir metal boru aşağıda verilmiştir.

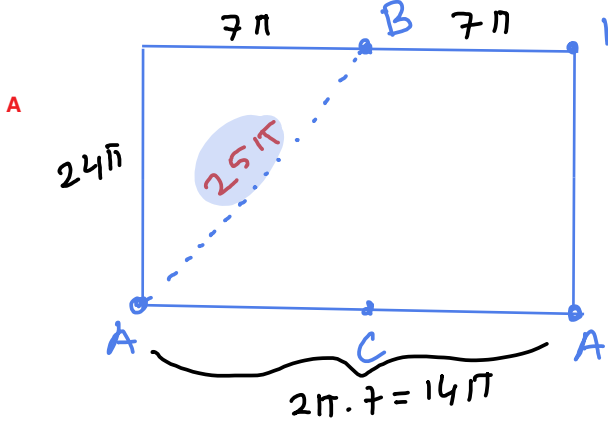
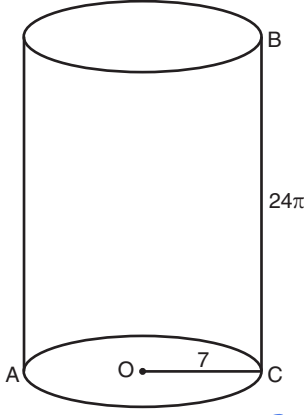


Bu boruya A noktasından B noktasına kadar şekildeki gibi tel sarılmıştır.

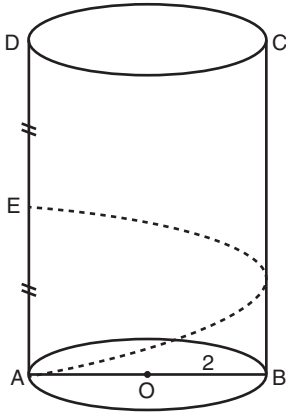
Buna göre, telin uzunluğu en az kaç birimdir?



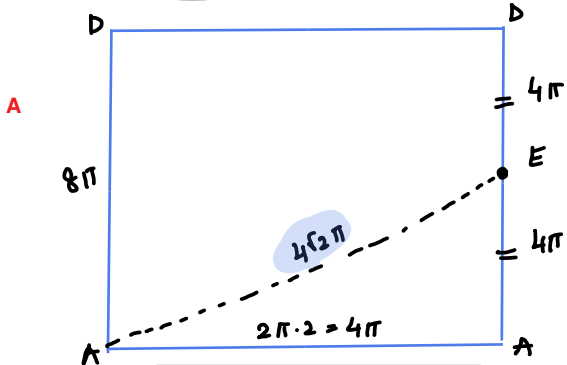
1. Şekildeki silindirde A noktasındaki karınca silindirin yüzeyinden gitmek şartıyla B noktasına ulaşacaktır.



2.



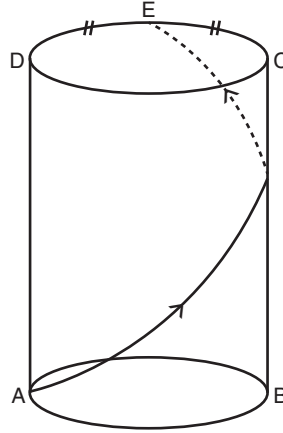
$|DE| = |EA|$
 $|BC| = 8\pi$ birim
 $|OB| = 2$ birim



1. A

2. A

3.

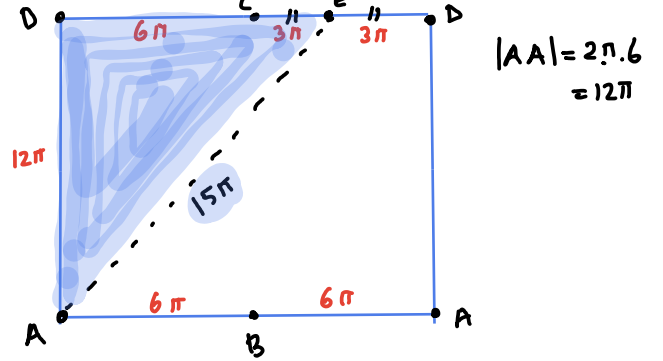


Yarıçapı 6 birim ve yüksekliği 12π birim olan bir silindirin A noktasında bulunan bir karınca en kısa yoldan şekildeki yüzeyleri kullanarak E noktasına gidecektir.

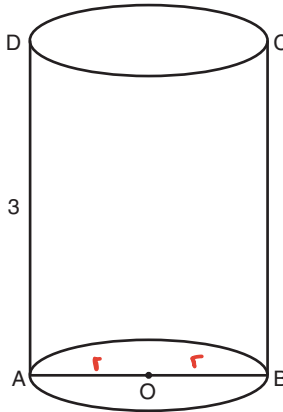
$|\widehat{DE}| = |\widehat{EC}|$

Buna göre, karıncanın alacağı yol kaç birimdir?

- A) 13π B) 14π C) 15π D) 16π E) 17π



4.



$|AD| = 3$ birim

A'dan C'ye dik silindir yüzeyi üzerinden en kısa yol 5 birim olduğuna göre, $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

- A) $\frac{2}{\pi}$ B) $\frac{4}{\pi}$ C) $\frac{5}{\pi}$ D) $\frac{8}{\pi}$ E) $\frac{10}{\pi}$

D

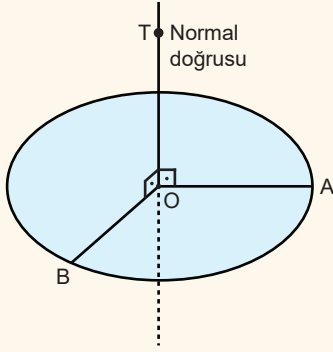
$2\pi r = 8$
 $2r = \frac{8}{\pi}$

3. C

4. D

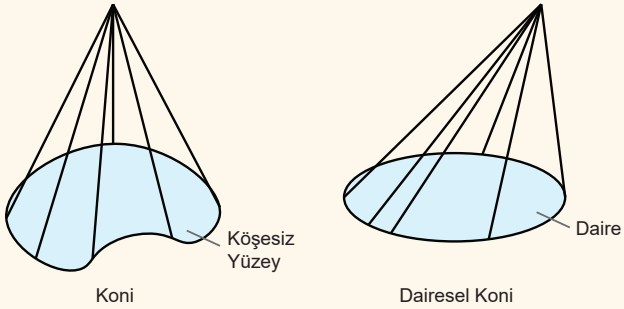
Dik Dairesel Koni Kavramı

Bir dairenin bulunduğu düzleme, dairenin merkezinden çizilen dik doğruya bu düzlemin normal doğrusu denir.



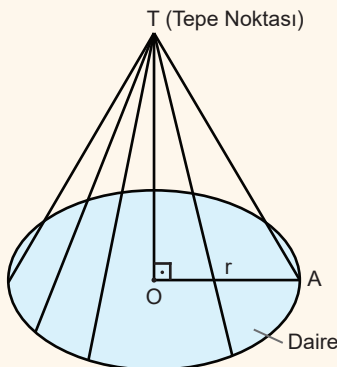
$TO \perp OA$, $TO \perp OB$

Normal doğrusu üzerindeki herhangi bir nokta, dairenin her noktası ile birleştirilirse elde edilen cisme dik dairesel koni denir.



Koni

Dairesel Koni



Dik Dairesel Koni

[OA] : Taban yarıçapı

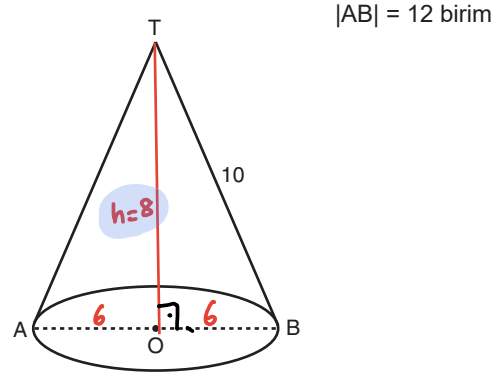
[TO] : Yükseklik

[TA] : Ana doğru

Koninin Temel Elemanları

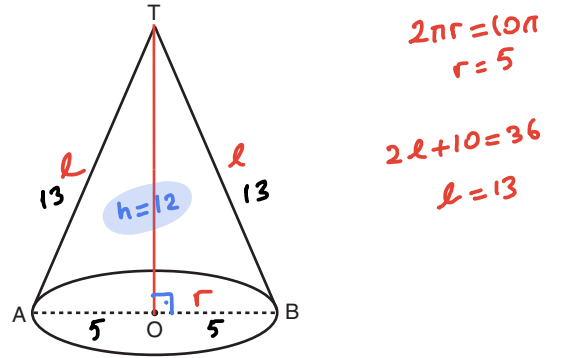
Dik dairesel koninin tüm ana doğru uzunlukları eşittir.

1.



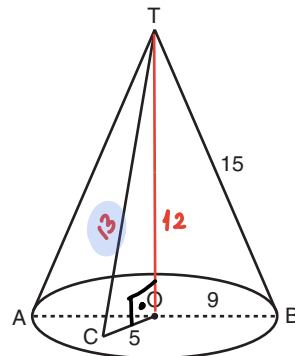
Buna göre, dik dairesel koninin yüksekliğini bulunuz.

2.



Dik dairesel koninin taban çevresi 10π birim ve TAB üçgeninin çevresi 36 birim olduğuna göre, koninin yüksekliğini bulunuz.

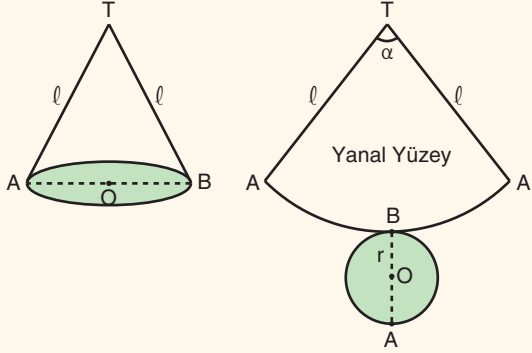
3.



C noktası dik dairesel koninin taban dairesi üzerinde bulunduğuna göre, |TC| uzunluğunu bulunuz.

Koninin Açınımı

Taban çevresi ve [TA] ana doğrusu kesildiğinde koninin açınımı aşağıdaki gibi olur.



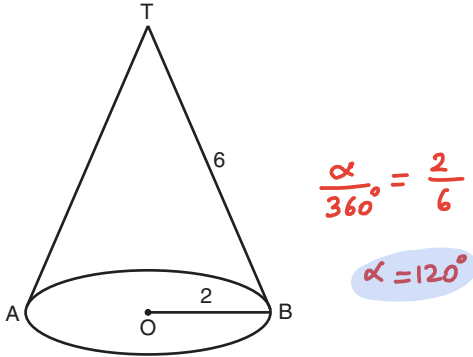
Yanal yüzeydeki yay uzunluğu

$$2\pi l \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \text{ ve } 2\pi r$$

ile hesaplanır.

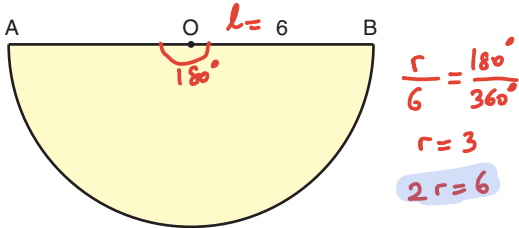
Ayrıca, $\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360^\circ}$ orantısı geçerlidir.

1.



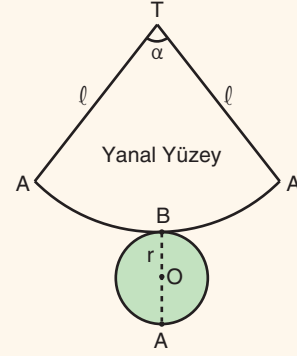
Yandaki dik dairesel koninin açınımında elde edilen daire diliminin merkez açı ölçüsü kaç derecedir?

2.



Buna göre, O merkezli yarım daire diliminin yanal yüzey olduğu dik dairesel koninin taban dairesinin çapını bulunuz.

Koninin Alanı



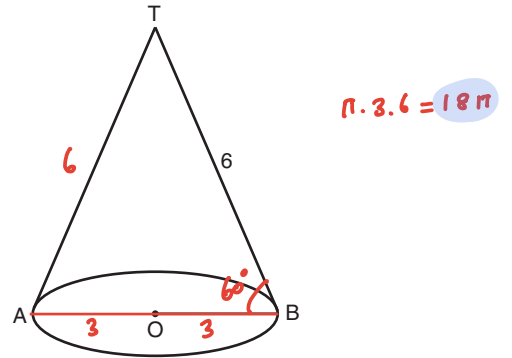
Yanal yüzeyin alanı,

$$\pi \cdot l^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot l^2 \cdot \frac{r}{l} = \pi \cdot r \cdot l$$

ile hesaplanır.

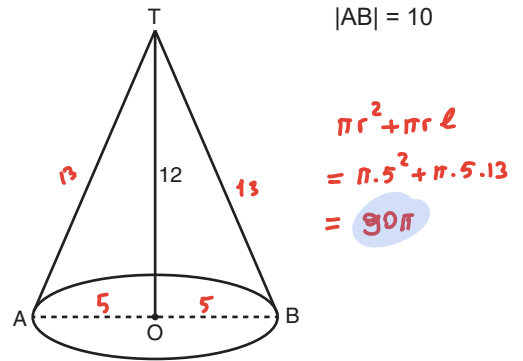
Koninin alanı ise $\pi r^2 + \pi r l$ ile hesaplanır.

1.



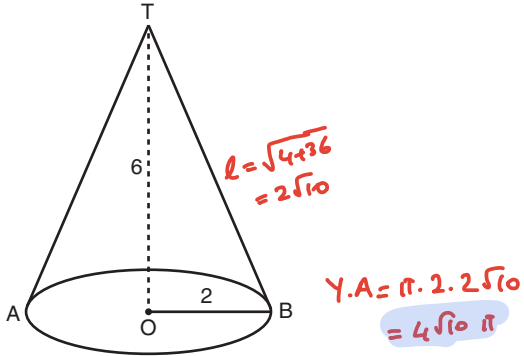
TAB eşkenar üçgen olduğuna göre, dik dairesel koninin yanal alanını bulunuz.

2.



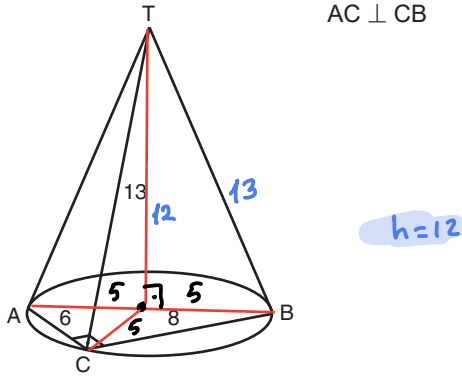
Buna göre, dik dairesel koninin alanını bulunuz.

1.



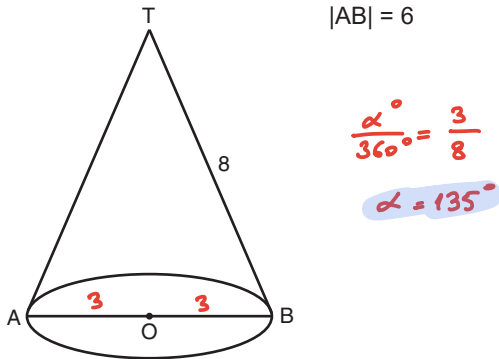
Buna göre, dik dairesel koninin yanal alanını bulunuz.

2.



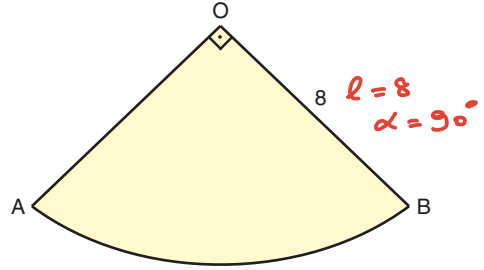
Buna göre, dik dairesel koninin yüksekliğini bulunuz.

3.



Buna göre, dik dairesel koninin açılımında elde edilen daire diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derecedir?

4.

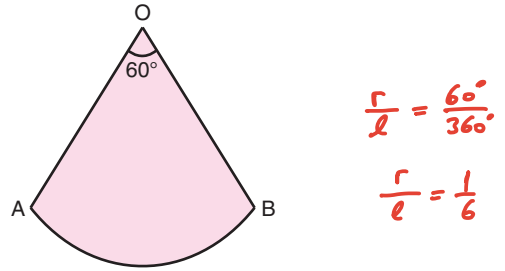


Buna göre, O merkezli çeyrek daire diliminin yanal yüzeyi olduğu dik dairesel koninin taban dairesinin alanını bulunuz.

$$\frac{r}{l} = \frac{90^\circ}{360^\circ}, \quad r = 2$$

$$\pi r^2 = 4\pi$$

5.



O merkezli daire diliminin alanı 24 birimkare olduğuna göre, bu daire diliminin yanal yüzey olduğu dik dairesel koninin yüksekliği kaç birimdir?

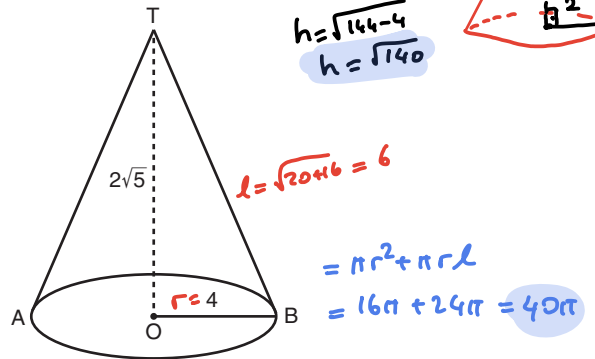
$$\pi r l = 24\pi$$

$$\pi \cdot r \cdot 6r = 24\pi, \quad r = 2$$

$$l = 12$$



6.



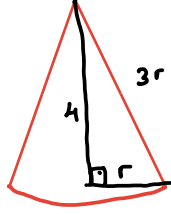
Buna göre, dik dairesel koninin alanını bulunuz.

Uygulama Testi

Koni

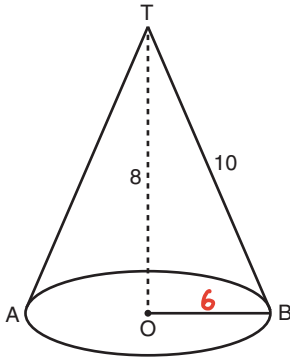
1. Yanal alanı, taban alanının üç katı olan bir koninin yüksekliği 4 cm'dir.

B $\pi r l = 3 \cdot \pi r^2$
 $l = 3r$



$9r^2 = r^2 + 16$
 $r^2 = 2$
 $r = \sqrt{2}$
 $l = 3\sqrt{2}$

- 2.



$|TB| = 10$ birim
 $|TO| = 8$ birim

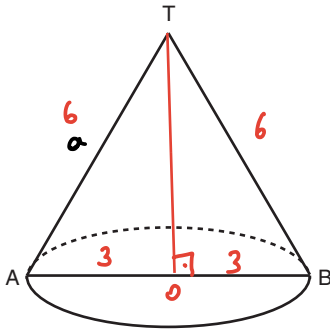
$\frac{\pi r^2}{\pi r l} = \frac{r}{l} = \frac{6}{10}$
 $= \frac{3}{5}$

O noktası koninin taban merkezi olduğuna göre, koninin taban alanının, yanal alanına oranı kaçtır?

- D A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

- 3.

$3a = 18$
 $a = 6$



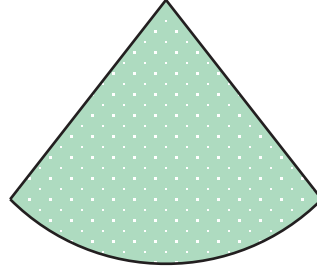
$\pi r l$
 $\pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi$

Yukarıdaki dik konide [AB] taban çapı olmak üzere, TAB eşkenar üçgenin çevresi 18 birimdir.

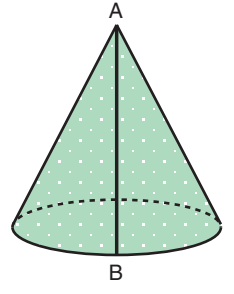
Buna göre, bu koninin yanal alanı kaç birimkaredir?

- D A) 9π B) 12π C) 15π D) 18π E) 24π

- 4.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'deki daire dilimi şeklindeki kumaşın alanı 15π birimkaredir. Kumaş kıvrılarak Şekil II'deki gibi bir koni yapılıyor.

$r = 3$

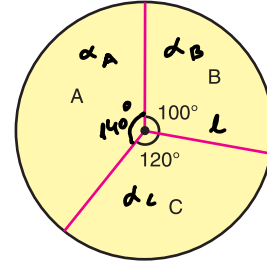
Oluşan koninin taban yarıçapı 3 birim olduğuna göre, [AB] boyunca takılacak bir fermuarın boyu en az kaç birim olur?

$\pi r l = 15\pi$, $3l = 15$
 $l = 5$

- D

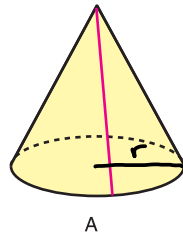
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 5.

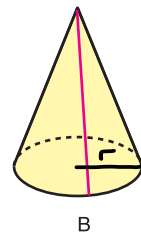


$l_A = l_B = l_C$
 $\alpha_A > \alpha_C > \alpha_B$
 $r_A > r_C > r_B$
 $h_A < h_C < h_B$

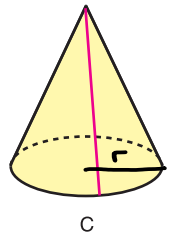
Daire biçimindeki karton merkez noktasından geçecek şekilde yukarıdaki gibi kesilerek üç daire dilimi elde edilmiştir. Elde edilen her dilimden, kesim yerleri çakıştırılarak aşağıdaki üç dik koni oluşturulmuştur.



A



B



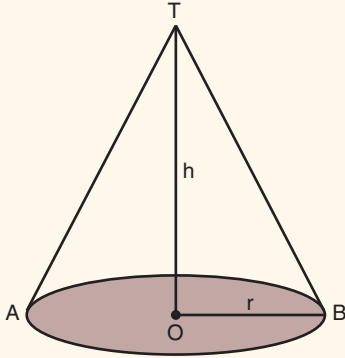
C

Buna göre, bu konilerin yüksekliklerinin sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

- B

- A) $A < B < C$ B) $A < C < B$ C) $B < A < C$
D) $C < A < B$ E) $A = B = C$

Koninin Hacmi

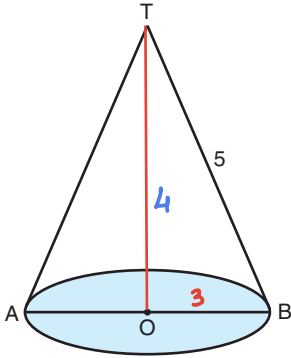


Koninin hacmi,
 $\frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h$
ile hesaplanır.

1. Taban yarıçapı 4 birim ve yüksekliği 6 birim olan dik dairesel koninin hacmi kaç birimküptür?

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 6 = 32\pi$$

2. $|AB| = 6$

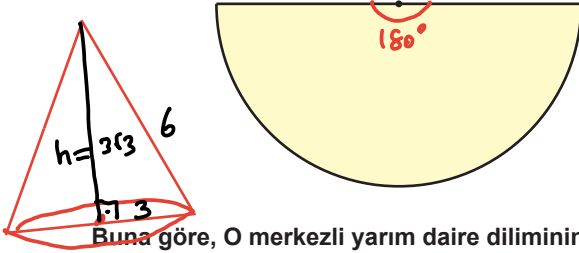


$$r = 3, h = 4$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$$

Buna göre, dik dairesel koninin hacmini bulunuz.

3. $r = 6$, $l = 6$



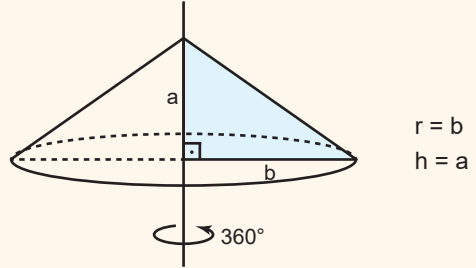
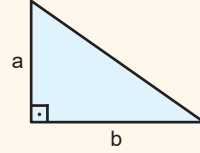
Buna göre, O merkezli yarım daire diliminin yanal yüzey olduğu dik dairesel koninin hacmini bulunuz.

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$$

1. 32π 2. 12π 3. $9\sqrt{3}\pi$

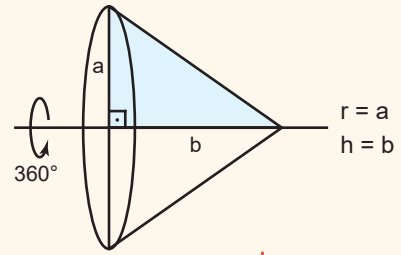
Dönel Koninin Yanal Alanı ve Hacmi

Bir dik üçgenin bir dik kenarı etrafında 360° döndürülmesi ile elde edilen cisme dönel koni denir.



$$r = b$$

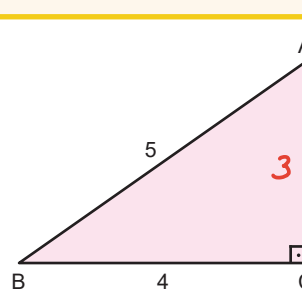
$$h = a$$



$$r = a$$

$$h = b$$

- 1.



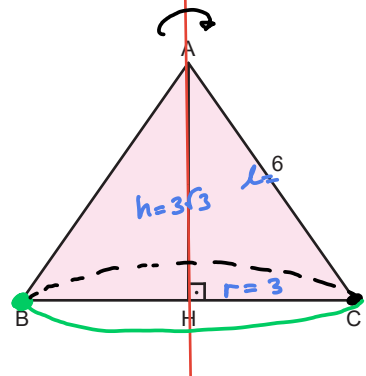
$$r = 4$$

$$h = 3$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$$

ABC dik üçgeni [AC] kenarı etrafında 360° döndürüldüğüne göre, elde edilen dönel koninin hacmini bulunuz.

- 2.



ABC eşkenar üçgeni [AH] yüksekliği etrafında 180° döndürüldüğüne göre, elde edilen dönel koninin alanını bulunuz.

$$\pi r^2 + \pi r l$$

$$\pi \cdot 9 + \pi \cdot 3 \cdot 6 = 27\pi$$

1. 16π 2. 27π

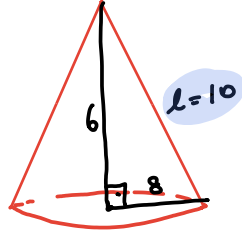
Ödev Testi

Koni

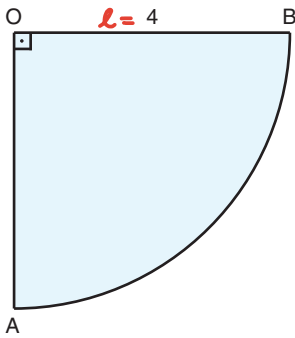
1. Hacmi $128\pi \text{ cm}^3$ olan bir dik dairesel koninin yüksekliği 6 cm olduğuna göre, koninin ana doğrusunun uzunluğunu bulunuz.

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 6 = 128\pi$$

$$r = 8$$



- 2.

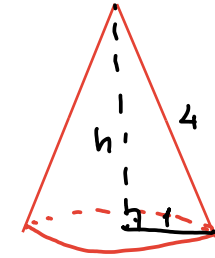


$$\alpha = 90^\circ$$

$$l = 4$$

$$\frac{r}{4} = \frac{90^\circ}{360^\circ}$$

$$r = 1$$

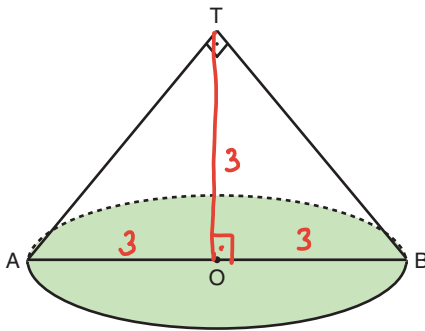


$$h = \sqrt{15}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{15}$$

$$= \frac{\sqrt{15}\pi}{3}$$

- 3.



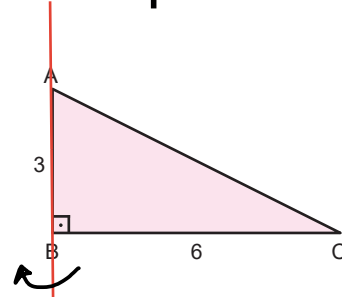
$$AT \perp TB$$

$$|AB| = 6$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi$$

Buna göre, dik dairesel koninin hacmini bulunuz.

- 4.



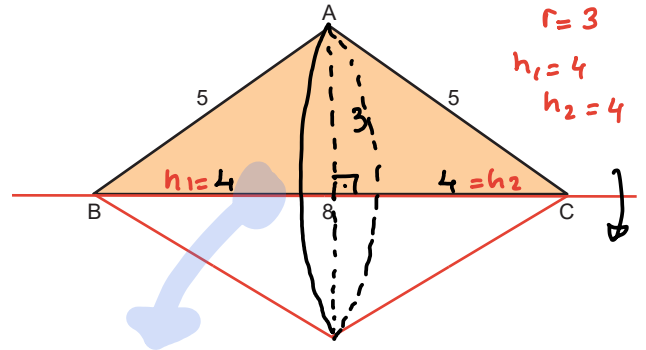
$$r = 6$$

$$h = 3$$

ABC dik üçgeni [AB] kenarı etrafında 180° döndürüldüğüne göre, elde edilen dönel cismin hacmini bulunuz.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 18\pi$$

- 5.



$$r = 3$$

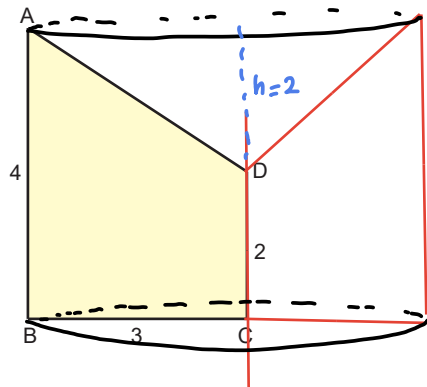
$$h_1 = 4$$

$$h_2 = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4 = 12\pi$$

$$2V = 24\pi$$

- 6.



$V_{\text{silindir}} - V_{\text{koni}}$

$$\pi \cdot 3^2 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 2 = 36\pi - 6\pi = 30\pi$$

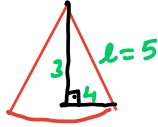
1. Taban dairesinin çapı 8 cm olan dik dairesel koninin hacmi $16\pi \text{ cm}^3$ olduğuna göre, koninin yanal alanı kaç cm^2 dir?

B

- A) 24π B) 20π C) 18π D) 15π E) 12π

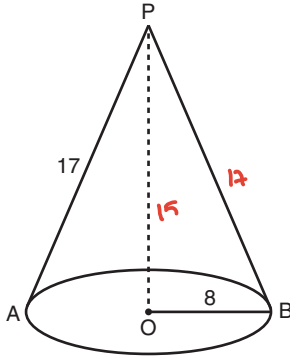
$$2r = 8 \quad \frac{1}{3} \pi r^2 h = 16\pi$$

$$r = 4, \quad h = 3,$$



$$Y.A = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi$$

- 2.



$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 \cdot 15$$

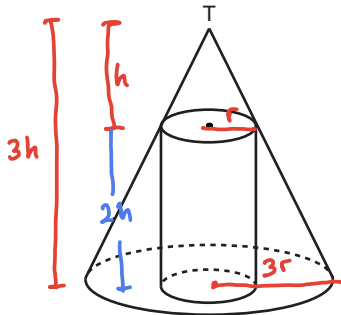
$$= 320\pi$$

Şekildeki taban yarıçapı 8 birim ve ana doğrusunun uzunluğu 17 birim olan dik koninin hacmi kaç birimküptür?

A

- A) 320π B) 280π C) 250π D) 136π E) 144π

- 3.



$$V_{\text{koni}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9r^2 \cdot 3h$$

$$V_{\text{sil}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2h$$

$$\frac{12}{19}$$

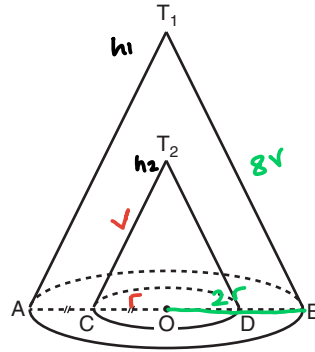
Şekildeki tabanları çakışık dik koninin yarıçapı dik silindirin yarıçapının 3 katıdır.

Buna göre, koninin hacminin silindirin hacmine oranı kaçtır?

D

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 5

- 4.



$$8V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4r^2 \cdot h_1$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = 2$$

Taban merkezleri çakışık iki dik koni şekildeki gibi iç içe yerleştirilmiştir. İki koni arasında kalan bölgenin hacmi küçük koninin hacminin 7 katına eşittir.

$$|AC| = |OC|$$

Buna göre, konilerin yükseklikleri arasındaki oran aşağıdakilerden hangisi olabilir?

B

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 5.

Taban yarıçapı 4 cm, yüksekliği 12 cm olan içi boş dik dairesel silindir biçimindeki bir sürahi, taban yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 3 cm olan dik dairesel koni biçimindeki bardak su ile doldurulacaktır.

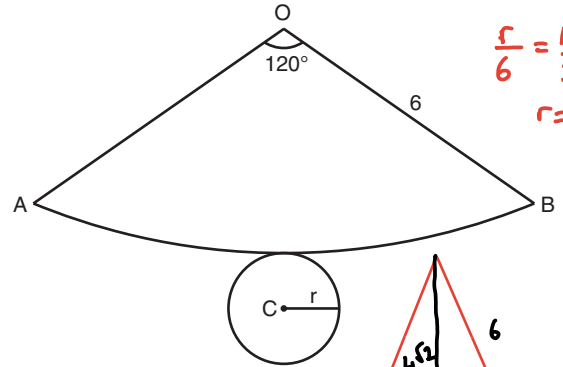
Buan göre, sürahiyi tam doldurmak için bardak en az kaç kez kullanılmalıdır?

C

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

$$\frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 12}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 3} = 48$$

- 6.



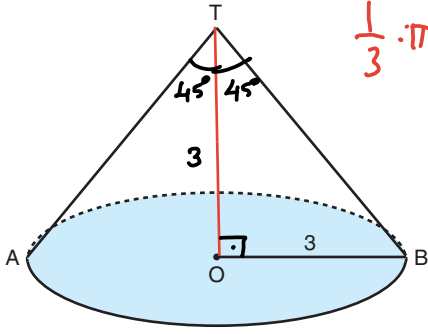
$$\frac{r}{6} = \frac{120}{360}$$

$$r = 2$$

B

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 4r^2 = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$$

7.



$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot h = 9\pi$$

$$h = 3$$

Taban yarıçapı 3 birim olan dik dairesel koninin hacmi 9π birimküptür.

Buna göre, ATB açısının ölçüsü kaç derecedir?

D

- A) 45 B) 60 C) 75 **D) 90** E) 120

8. Bir dik dairesel silindir ile bir dik dairesel koninin taban yarıçapları sırasıyla r_1 ve r_2 , yükseklikleri sırasıyla h_1 ve h_2 dir.

$$r_1 = 2r_2 \text{ ve } 3h_1 = h_2$$

olduğuna göre, bu iki cismin hacimleri oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

C

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

Silindir

Koni

$$\frac{2r}{h}$$

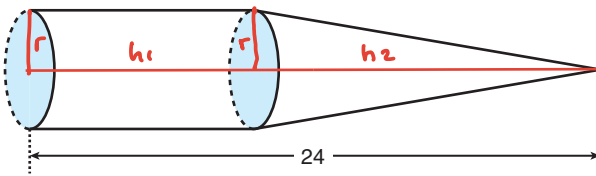
$$\frac{r}{3h}$$

$$V_s = \pi 4r^2 h = 4\pi r^2 h$$

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot 3h = \pi r^2 h$$

$$\frac{V_s}{V_k} = 4$$

9. Aşağıdaki hacimleri aynı ve taban daireleri ortak olan bir dik dairesel silindir ile bir dik dairesel koniden oluşan bir çubuk gösterilmiştir.



Çubuğun uzunluğu 24 birim olduğuna göre, silindirin yüksekliği kaç birimdir?

A

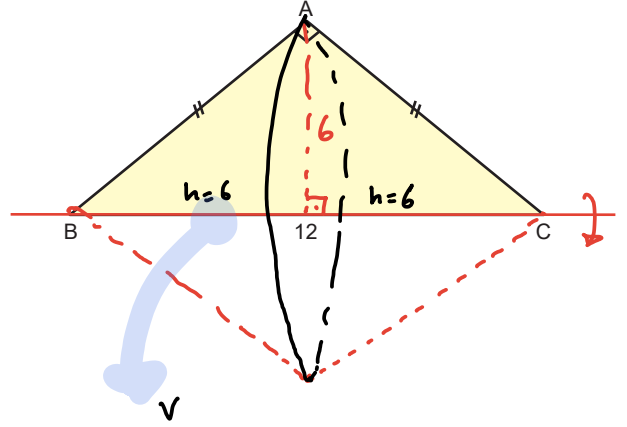
- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

$$\pi r^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h_2$$

$$3h_1 = h_2$$

$$h_1 + h_2 = 24 \rightarrow h_1 = 6, h_2 = 18$$

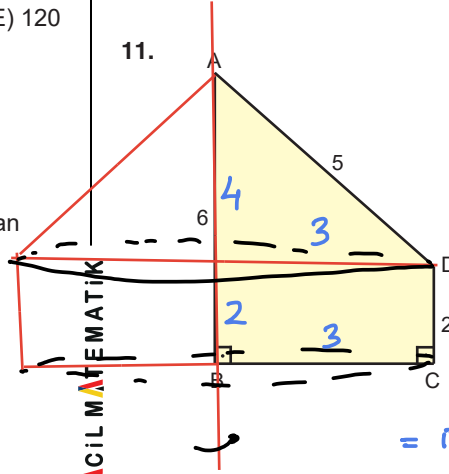
10.



C

$$2V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 144\pi$$

11.



AB ⊥ BC

CD ⊥ BC

|AB| = 6 birim

|AD| = 5 birim

|CD| = 2 birim

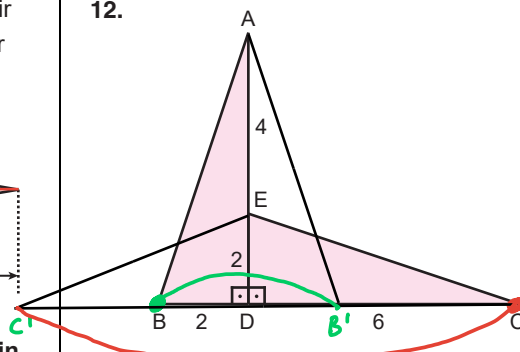
$$V_s + V_k$$

$$= \pi \cdot 9 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 4$$

$$= 18\pi + 12\pi = 30\pi$$

B

12.



AD ⊥ BC

|BD| = |DE| = 2 birim

|AE| = 4 birim

|CD| = 6 birim

A

$$r = 2 \text{ Yarım koni } h = 6 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6 = 4\pi$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6 = 4\pi$$

$$r = 6 \text{ Yarım koni } h = 2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot 2 = 12\pi$$

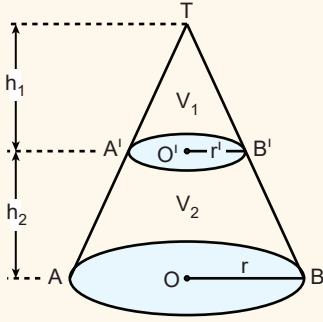
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot 2 = 12\pi$$

$$16\pi$$

Kesik Koni

Koni Yüzeyinde En Kısa Yol

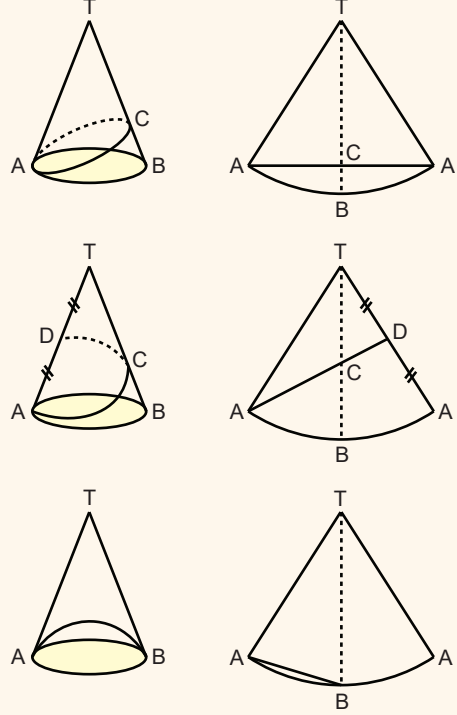
Bir dik dairesel koni, taban düzlemine paralel bir düzlem ile kesildiğinde elde edilen cisimlerden birine kesik koni denir.



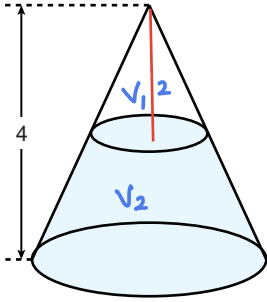
$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{r'}{r}\right)^3$$

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{h_1}{h_1 + h_2}\right)^3$$

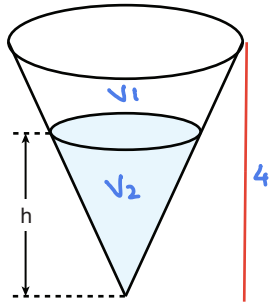
Aşağıdaki şekilleri inceleyiniz.



1.



Şekil 1



Şekil 2

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{V_1 (\text{boş})}{V_2 (\text{Dolu})} = \frac{1}{7}$$

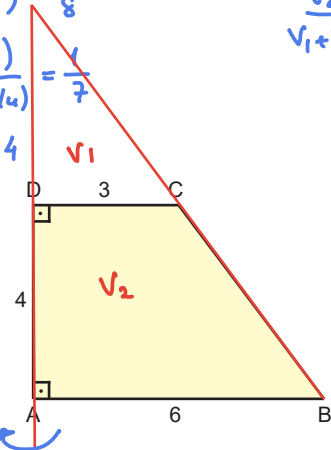
$$\frac{V_2}{V_1 + V_2} = \left(\frac{h}{4}\right)^3$$

$$\frac{7}{8} = \left(\frac{h}{4}\right)^3$$

$$\frac{3\sqrt[3]{7}}{2} = \frac{h}{4}$$

$$h = 2 \cdot \frac{3\sqrt[3]{7}}{2} = 3\sqrt[3]{56}$$

2.



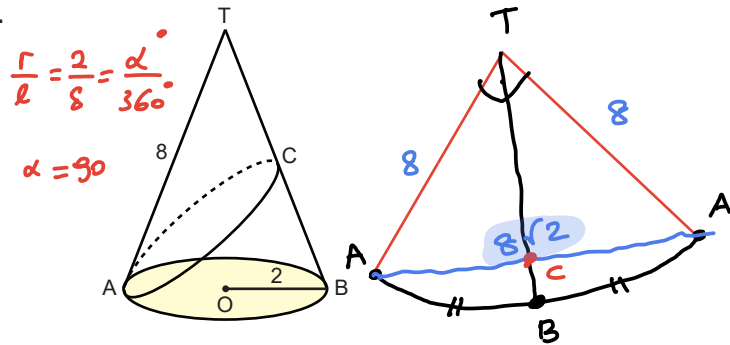
$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{4}{8}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{7}$$

ABCD dik yamuğu, [AD] kenarı etrafında 360° döndürüldüğünde elde edilecek cismin hacmini bulunuz.

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi, \quad V_2 = 7 \cdot 12\pi = 84\pi$$

1.

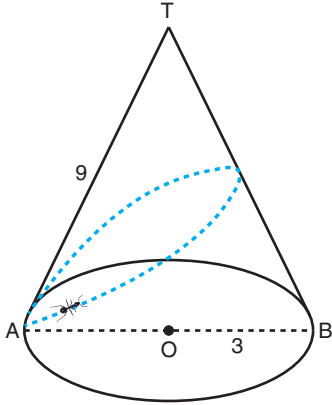


Dik dairesel koninin A noktasından harekete başlayan ve koni yüzeyinde hareket ederek şekildeki gibi tekrar A noktasına dönen hareketlinin alabileceği en kısa yolun uzunluğunu bulunuz.

Ödev Testi

Koni

1.



$$\frac{r}{l} = \frac{3}{9} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

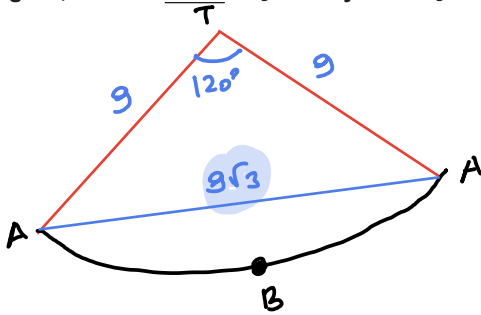
$$\alpha = 120^\circ$$

Yukarıdaki dik konide O taban merkezi,

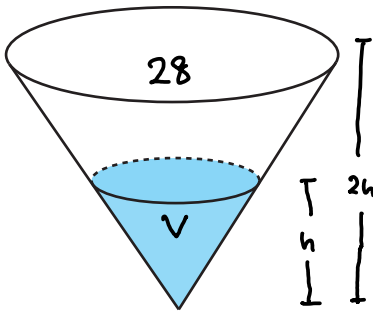
$$|OB| = 3 \text{ birim}, |TA| = 9 \text{ birim}$$

A noktasından harekete başlayan bir karınca koninin yan yüzeyi üzerinden şekildedeki yolu izleyerek tekrar A noktasına varıyor.

Buna göre, karınca en az kaç birim yol almıştır?



2.



$$\frac{V}{V+28} = \left(\frac{h}{2h}\right)^3$$

$$8V = V+28$$

$$7V = 28$$

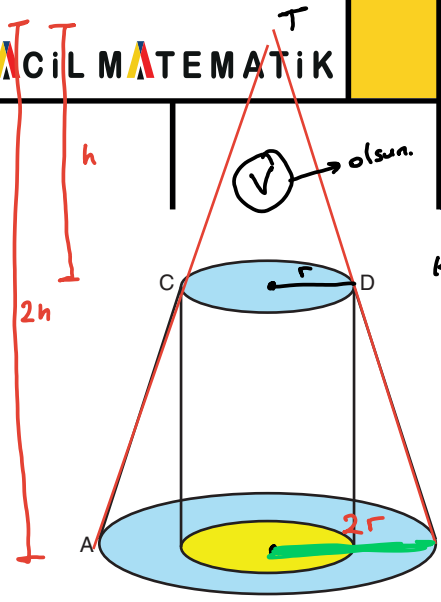
$$V = 4$$

Şekildeki koni yüksekliğinin yarısına kadar su doludur.

Boş kısmın hacmi 28 cm^3 tür.

Buna göre, dolu kısmının hacmi kaç cm^3 tür?

3.



Koninin hacmi

$$\frac{V}{V_k} = \left(\frac{h}{2h}\right)^3$$

$$V_k = 8V$$

Kesikbani : $7V$

$$V_s = 3V$$

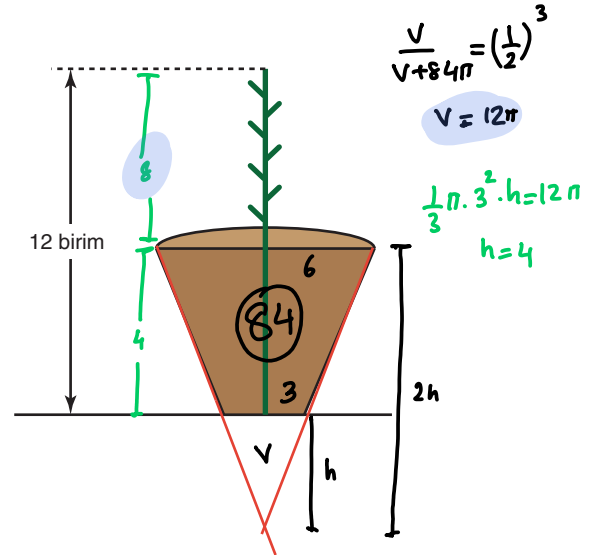
$$\frac{7}{3}$$

Şekilde kesik koni içine yerleştirilmiş silindir gösterilmiştir. Silindir ile kesik koninin taban merkezleri aynıdır.

$$|AB| = 2 \cdot |CD|$$

Buna göre, kesik koninin hacminin silindirin hacmine oranı kaçtır?

4.



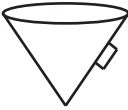
$$\frac{V}{V+84\pi} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$V = 12\pi$$

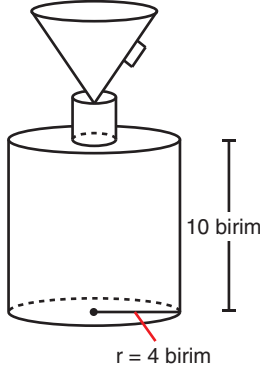
$$\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot h = 12\pi$$

$$h = 4$$

Saksının hacmi 84π birimküp olduğuna göre, fidanın saksı dışında kalan kısmının boyu kaç birimdir?

1.  Şekilde koni şeklinde bir huni gösterilmiştir. Huninin yüksekliği 6 birim, taban yarıçapı 2 birimdir.

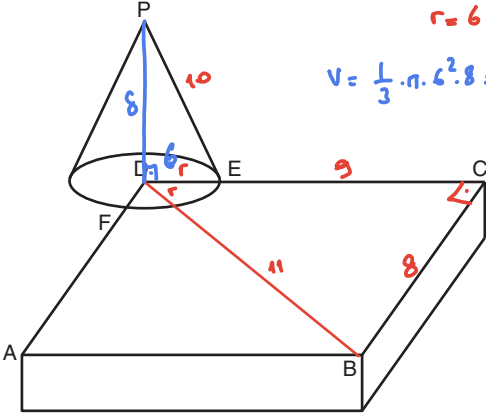
Huni ile silindir şeklindeki taban yarıçapı 4 birim ve yüksekliği 10 birim olan kolonyaya şişesi doldurulacaktır.



$$\frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3} - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 20$$

Buna göre, şişenin 10 birim yüksekliğe kadar doldurulabilmesi için huni kaç defa doldurulup kolonyaya şişesine boşaltılmalıdır?

- D) A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

2.  Şekilde dikdörtgen prizma şeklindeki kutunun üzerinde, ana doğrusunun uzunluğu 10 birim olan bir koni bulunuyor. Koni taban yüzeyinin merkezi ABCD yüzeyinin D noktası ile çakışmıştır.

A, F, D ve D, E, C noktaları doğrusaldır.

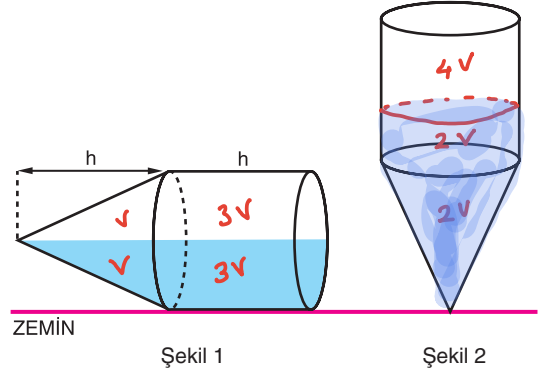
|BC| = 8 birim, |EC| = 9 birim

B köşesinin koninin en yakın noktasına uzaklığı 11 birim olduğuna göre, koninin hacmi kaç birimküptür?

- D) A) 48π B) 64π C) 72π D) 96π E) 144π

3. Taban yarıçapı r, yüksekliği h olan bir dik silindirin hacmi, " $V_{\text{silindir}} = \pi r^2 h$ " formülü ile bulunur.

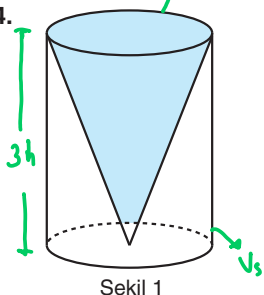
Taban yarıçapı r, yüksekliği h olan bir dik koninin hacmi, " $V_{\text{koni}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$ " formülü ile bulunur.



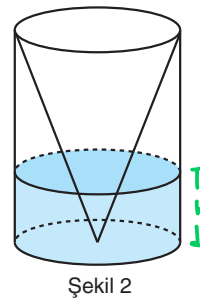
Şekil 1'deki yarısı su dolu cisim, bir tabanları çakışık dik silindir ve dik koniden oluşmaktadır. Silindir ve koninin yüksekliği h birimdir. Şekil 2'de silindir ve koninin tabanları zemine paraleldir.

Buna göre, bu cisim Şekil 2'deki konuma getirildiğinde silindirin içinde bulunan su hangi oranda azalır?

- C) A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4.  İçi boş bir silindirin içine tabanı silindirin üst tabanı ile çakışan içi su dolu bir koni şeklindeki gibi yerleştirilmiştir.

Silindir ve koninin yükseklikleri eşittir.

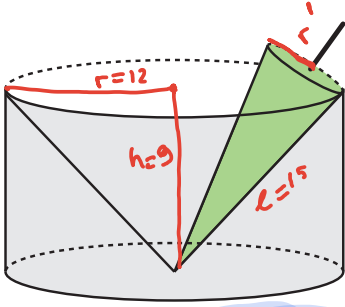


Koni uç noktasından delinip içindeki suyun akması sağlanıyor.

Buna göre, Şekil 1 ve Şekil 2'deki suların yükseklikleri oranı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- B) A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{2}{5}$

5. Şekilde eski zamanlarda kullanılan bir değirmen gösterilmiştir. Değirmen iki parçadan oluşmaktadır. Üste kalan öğütücü taş, taban yarıçapı 3 birim, ana doğrusu 15 birim uzunluğunda olan koni şeklindedir. İkinci parça üstü koni biçiminde oyuk olan silindir şeklinde bir taştır.



Oyuğun ana doğrusu ile koni biçimindeki taşın ana doğrusu çakışiktır. Koni biçimindeki taşın harekete başladıktan sonra başladığı noktaya dönebilmesi için en az 4 tur atması gerekmektedir.

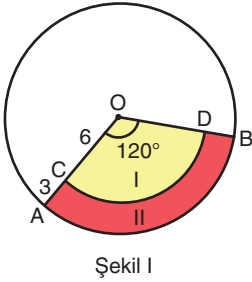
Buna göre,
 $r = 4r'$
 olmalıdır. $r = 12$

Öğütücü taş dairenin çevresi ile oyuk dairenin çevresi kıyaslanmalıdır.

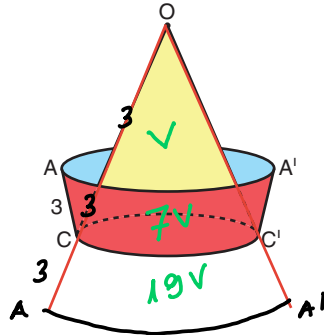
D

$$\begin{aligned} \text{Oyuğun yüzey alanı} &: \pi r^2 + 2\pi rh + \pi r l \\ &= 144\pi + 216\pi + 180\pi \\ &= 540\pi \end{aligned}$$

6.



Şekil I



Kırmızı kısmı ters çevirirsek !!!

$$\begin{aligned} 1:2:3 \\ \downarrow \\ V:8V:27V \\ \downarrow \\ 7V \quad 19V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Su: } 19V - 7V \\ &= 12V \\ \text{Sarı Koni: } 8V \end{aligned}$$

$$\frac{12V}{8V} = \frac{3}{2}$$

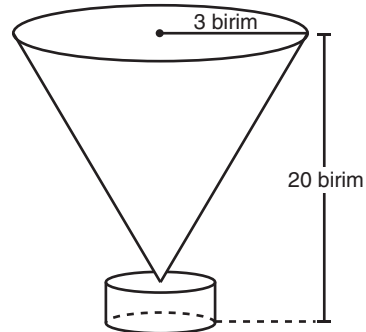
Daha sonra \widehat{COD} diliminden bir koni, \widehat{ABDC} diliminden kesik koni yapıp Şekil II'deki gibi yapıtırıp aradaki boşluğun tamamını su ile dolduruyor.

Şeyda'nın yaptığı su kabındaki suyun hacminin, COD diliminden yaptığı koninin hacmine oranı kaçtır?

B

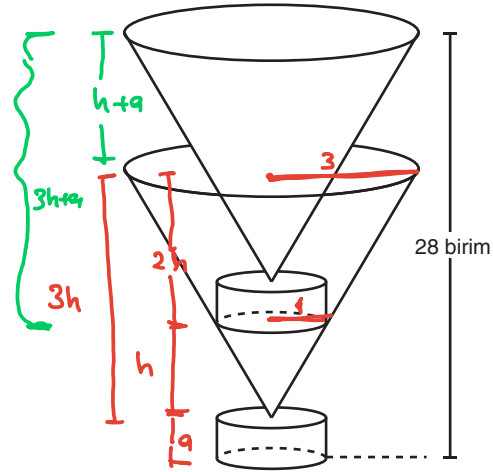
- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{8}$

7.



Şekil 1

Şekildeki bardak iki parçadan oluşmaktadır. Alttaki parça taban yarıçapı 1 birim olan silindir ve üstteki parça taban yarıçapı 3 birim olan konidir. Koninin tabanı zemine paraleldir ve bardağın yüksekliği 20 birimdir. Koninin sivri ucu silindirin üst taban merkezi üzerindedir.



Şekil 2

$$\begin{aligned} 3h+a &= 20 \\ h+a &= 8 \\ \hline h &= 6 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \pi \cdot 18 \\ &= 54\pi \\ V_s &= \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi \end{aligned}$$

$$56\pi$$

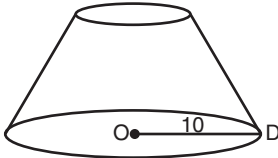
İki bardağı yüzeyleri zemine paralel olacak şekilde iç içe geçirdiğimizde bardakların yüksekliği 28 birim oluyor.

Buna göre, Şekil 1'deki bardağı oluşturan parçaların hacimleri toplamı kaç π birimküptür?

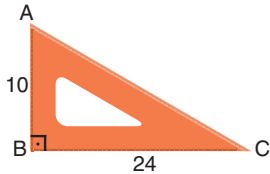
C

- A) 50 B) 54 C) 56 D) 60 E) 64

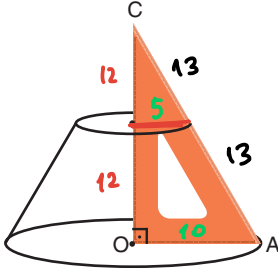
8.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

Şekil I'deki cam kalemlik kesik dik koni biçimindedir. Şekil II'deki dik üçgen şeklindeki cetvel, kalemlige Şekil III'teki gibi yerleştirilirse, cetvelin B köşesi koninin taban merkezine gelmektedir.

$$2\pi \cdot 5 = 10\pi$$

$$\frac{10\pi + 20\pi}{2} \cdot 13 = 195\pi$$

$$2\pi \cdot 10 = 20\pi$$

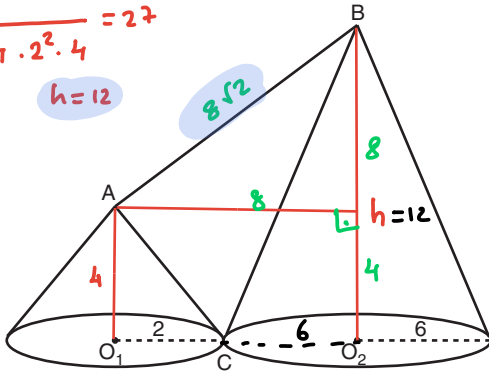
E

A) 100π B) 110π C) 135π D) 165π E) 195π

9.

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 4} = 27$$

$$h = 12$$



Şekilde düz bir zeminde bulunan dik koni biçimindeki iki tepe C noktasında birbirine değmiştir. Tepelerin hacimleri oranı 27'dir.

Büyük tepenin taban yarıçapı 6 birim, küçük tepenin yerden yüksekliği 4 birim ve taban yarıçapı 2 birim olduğuna göre, tepelerin zirveleri arasındaki $|AB|$ uzaklığı kaç birimdir?

C

A) 6

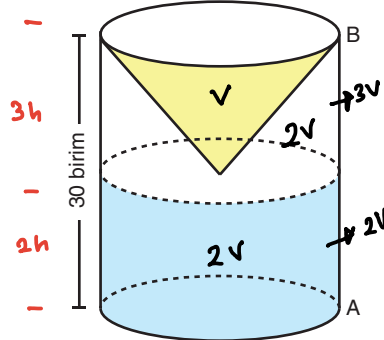
B) 8

C) $8\sqrt{2}$

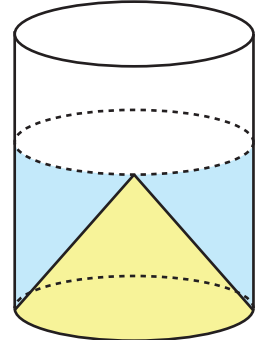
D) 12

E) 14

10.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de bir dik silindir ile tepesi aşağıya doğru bakan bir dik koni gösterilmiştir. Silindirin içinde koninin tepe noktasına kadar su bulunmaktadır. Cisim Şekil II'deki gibi ters çevrildiğinde silindir içindeki su yine koninin tepe noktasına kadar yükselmektedir.

$$|AB| = 30 \text{ birim}$$

Buna göre, koninin yüksekliği kaç birimdir?

E

A) 10

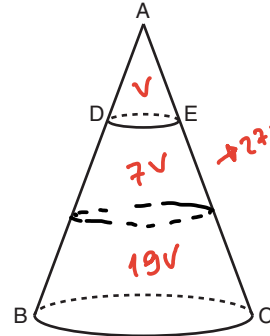
B) 12

C) 14

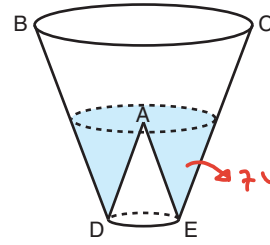
D) 16

E) 18

11.



Şekil 1



Şekil 2

Şekilde içi boş bir koni D ve E noktalarından geçen tabana paralel bir düzlem boyunca kesiliyor.

Altta ki cisim ters çevrilip üstteki koni Şekil II'deki gibi yapıştırılıyor.

$$|EC| = 2 \cdot |AE|$$

Cismin içine içindeki koninin tepe noktasına kadar su dolduruluyor.

$$7V - V = 6V = 24$$

$$V = 4$$

$$27V = 108$$

Kullanılan su 24 birimküp olduğuna göre, Şekil 1'deki koninin hacmi kaç birimküptür?

C

A) 72

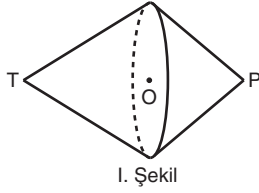
B) 96

C) 108

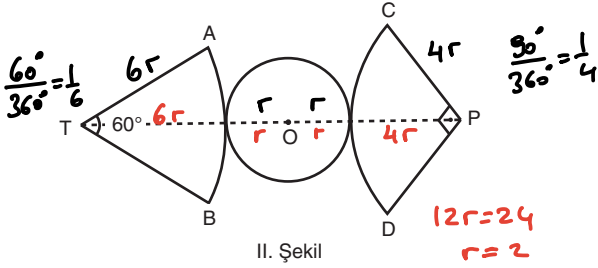
D) 118

E) 124

12.



I. Şekil



II. Şekil

I. Şekilde verilen taban daireleri aynı olan iki dik koninin açılımı II. Şekilde verilmiştir.

$$m(\widehat{ATB}) = 60^\circ, DP \perp PC$$

II. Şekilde $|TP| = 24$ cm

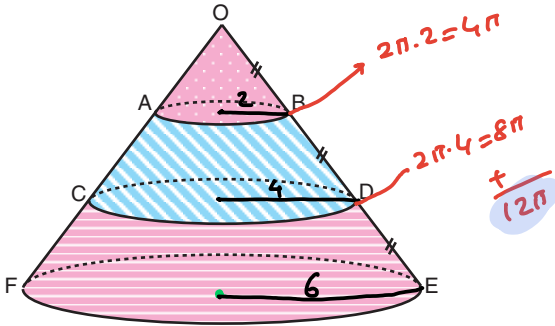
Buna göre, I. Şekilde gösterilen cismin yüzey alanı kaç π cm^2 dir?

E

- A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

$$\pi \cdot r \cdot 6r + \pi \cdot r \cdot 4r = 10\pi r^2 = 40\pi$$

13.



Şekilde koni biçimindeki hasır şapka üç farklı desenden oluşmuş ve taban yarıçapı 6 birimdir. Koninin yan yüzü eşit aralıklarla çizilen çembersel çizgilerle üç parçaya bölünmüştür.

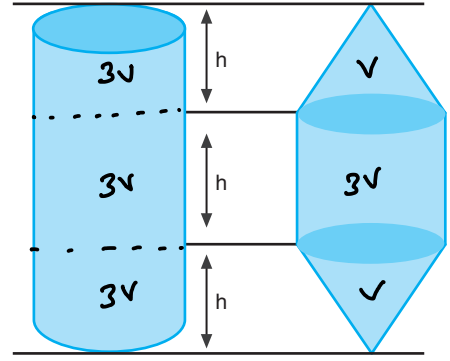
$$|OB| = |BD| = |DE|$$

olduğuna göre, mavi renkli deseni sınırlayan çemberlerin çevre uzunlukları toplamı kaç birimdir?

D

- A) 6π B) 8π C) 10π D) 12π E) 16π

14.



Şekil 1

Şekil 2

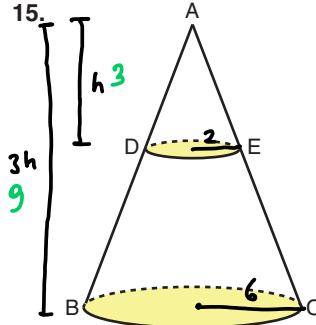
Şekil 1'de dik silindir biçiminde bir silgi verilmiştir. Bu silgi bir süre kullanılıncaya Şekil 2'deki gibi olmuştur.

Şekil 2'deki silginin iki ucu dik koni biçiminde olduğuna göre, silginin kaçta kaç kullanılmıştır?

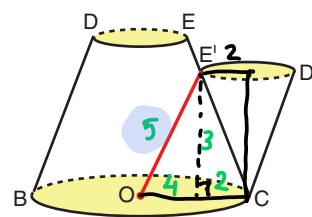
B

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

ACIL MATEMATİK



Taban yarıçapı 6 birim, yüksekliği 9 birim olan koni DE boyunca zemine paralel düzlem ile kesiliyor. Oluşan arakesit düzleminin yarıçapı 2 birimdir.



Kesilen koni, ana doğrusu [EC] ile çakışacak şekilde yapıştırılıyor. O noktası kesik koninin taban merkezidir.

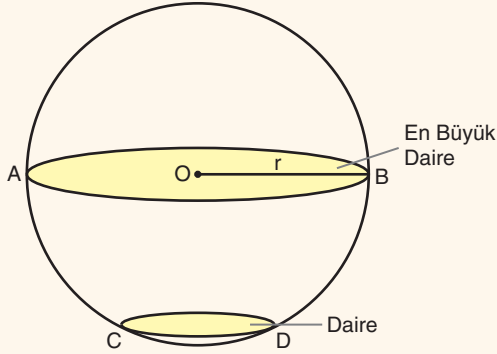
Buna göre, $|OE'|$ uzunluğu kaç birimdir?

C

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Küre ve Yüzey Alanı

Uzayda belirli bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar bir küre yüzeyi belirtir.



Yarıçapı r olan küre yüzeyinin alanı $4\pi r^2$ ile hesaplanır.

1. Yarıçapı 3 birim olan küre yüzeyinin alanını bulunuz.

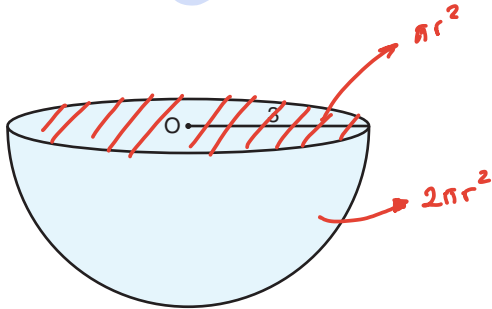
$$4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$$

2. Yüzey alanı 144π olan kürenin en büyük dairesinin alanını bulunuz.

$$4\pi r^2 = 144\pi$$

$$\pi r^2 = 36\pi$$

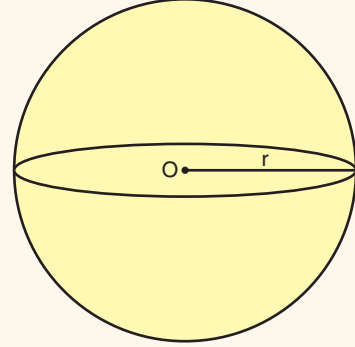
- 3.



Buna göre, yarım kürenin alanını bulunuz.

$$3\pi r^2 = 3\pi \cdot 9 = 27\pi$$

Kürenin Hacmi



Yarıçapı r olan kürenin hacmi

$$\frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

ile hesaplanır.

1. Hacminin sayısal değeri, yüzey alanının sayısal değerine eşit olan kürenin yarıçapını bulunuz.

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$r = 3$$

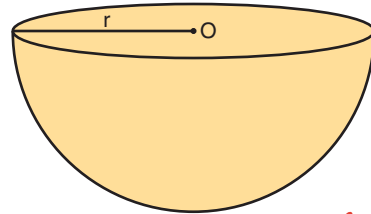
2. Çapı 12 birim olan kürenin hacmini bulunuz.

$$2r = 12$$

$$r = 6$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 = 288\pi$$

- 3.



$$3\pi r^2 = 27\pi$$

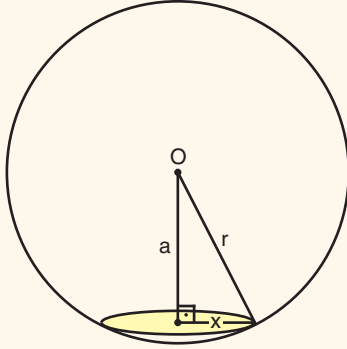
$$r = 3$$

Yarıçapı r olan yarım kürenin yüzey alanı 27π olduğuna göre, yarım kürenin hacmini bulunuz.

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi$$

Küre Kesiti

Yarıçapı r olan kürenin merkezinden a birim uzaklıktaki küre kesiti aşağıdaki gibidir.



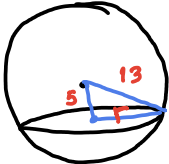
Küre kesitinin yarıçapı

$$x = \sqrt{r^2 - a^2}$$

ile hesaplanır.

1. Yarıçapı 13 birim olan küre, merkezinden 5 birim uzaklıkta bir düzlem ile kesiliyor.

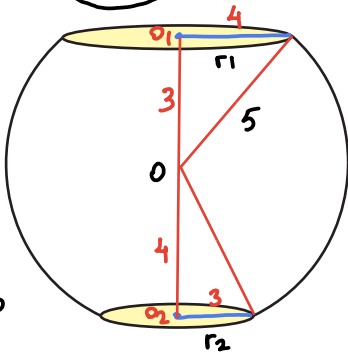
Buna göre, oluşan arakesitin alanını bulunuz.



$$r = 12$$

$$\pi r^2 = 144\pi$$

- 2.



$$\pi r_1^2 = 16\pi$$

$$r_1 = 4$$

$$\pi r_2^2 = 9\pi$$

$$r_2 = 3$$

$$|O_1O_2| = 3 + 4 = 7$$

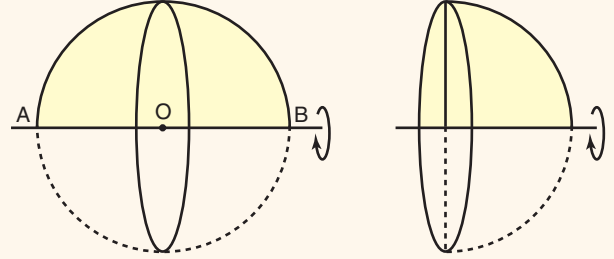
$$2r = 10$$

$$r = 5$$

Arakesitlerinin alanları $9\pi \text{ cm}^2$ ve $16\pi \text{ cm}^2$ olan kürenin çapı 10 cm'dir.

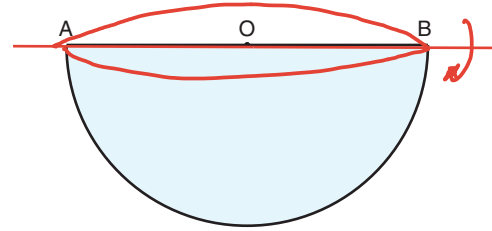
Buna göre, paralel olan bu arakesitlerin arasındaki uzaklık kaç cm'dir?

Dairesel Küre



[AB] çaplı yarım dairenin çapı etrafında 360° döndürülmesi ile dönele küre elde edilir.

- 1.



[AB] çaplı yarım daire çapı etrafında 180°

döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi $\frac{16\pi}{3}$

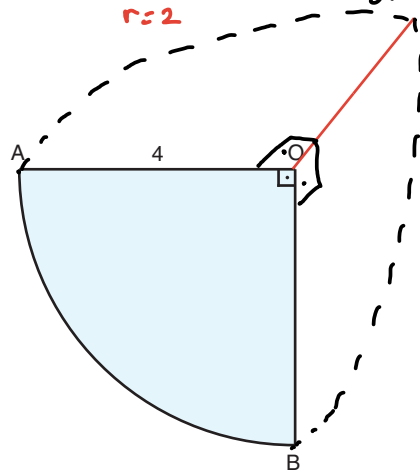
olduğuna göre, bu cismin yüzey alanını bulunuz.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{16\pi}{3}$$

$$r = 2$$

$$3\pi r^2 = 12\pi$$

- 2.



O merkezli çeyrek daire [OB] etrafında 90° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin yüzey alanını bulunuz.

8'de 1 küre oluşur.

$$\frac{1}{8} \cdot 4\pi r^2 + 3 \cdot \frac{\pi r^2}{4} = \frac{5\pi r^2}{4} = 20\pi$$


1. Hacmi, sayıca yüzey alanının 2 katı olan bir kürenin yarıçap uzunluğu kaç birimdir?

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 2 \cdot 4\pi r^2$$

$$r = 6$$

2. Yarıçapı r birim ve ana doğru uzunluğu l birim olan bir koni ile yarıçapı R olan bir kürenin yüzey alanları birbirine eşittir.

Kürenin yarıçapı, koninin yarıçapının 2 katı olduğuna göre, $\frac{l}{r}$ oranı kaçtır?



$$\pi r^2 + \pi r l = 4\pi \cdot 4r^2$$

$$\pi r l = 15\pi r^2$$

$$l = 15r$$

$$\frac{l}{r} = 15$$

3. Yarıçapı $\sqrt{13}$ cm olan bir küre birbirine paralel iki düzlemlle kesildiğinde elde edilen kesit alanları $9\pi \text{ cm}^2$ ve $4\pi \text{ cm}^2$ dir.

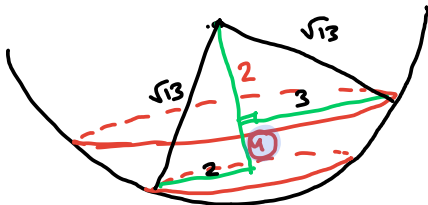
Buna göre, kesitler arası uzaklık en az kaç cm'dir?

$$\pi r_1^2 = 4\pi$$

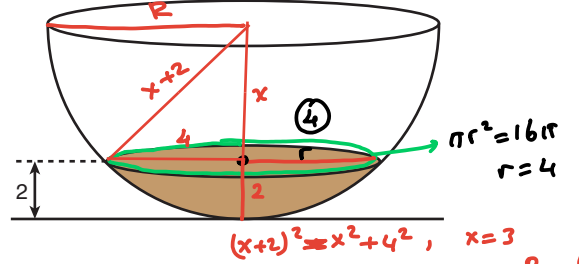
$$r_1 = 2$$

$$\pi r_2^2 = 9\pi$$

$$r_2 = 3$$



- 4.

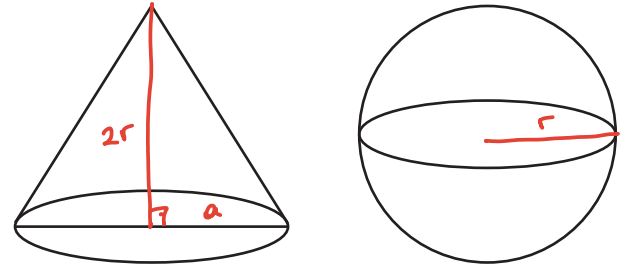


Şekilde yarım küre şeklindeki saksının içinde bulunan toprağın yüksekliği 2 cm'dir. Toprak kısmının üstüne alanı $16\pi \text{ cm}^2$ olan daire şeklindeki bir kağıt konularak toprak kısım tamamen örtülüyor.

Saksının kalınlığı ihmal edildiğine göre, saksının hacmi kaç cm^3 tür?

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}$$

- 5.



Şekilde gösterilen koninin yüksekliği kürenin çap uzunluğuna eşittir. Kürenin hacmi, koninin hacminin 2 katıdır.

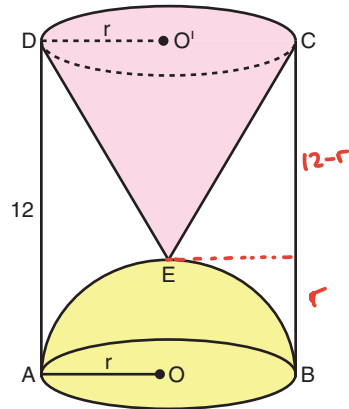
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 2r$$

$$a = r$$

Buna göre, kürenin yüzey alanı koninin taban alanının kaç katıdır?

$$\frac{4\pi r^2}{\pi a^2} = 4$$

- 6.

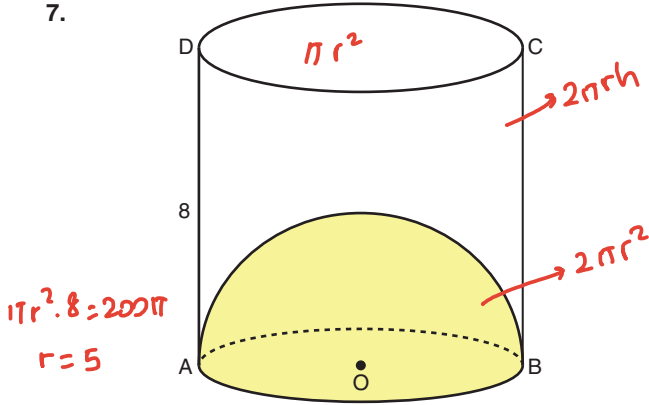


$$\frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot (12-r) = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$12-r = 2r, r = 4, 12-r = 8$$

Buna göre, koninin yüksekliği kaç cm'dir?

7.



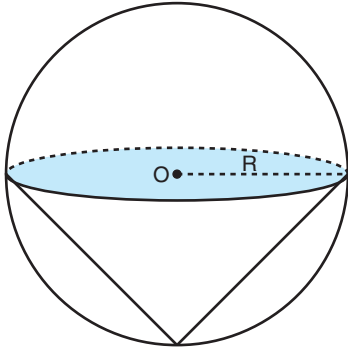
Şekilde taban düzlemleri çakışık yarımküre ile dik silindir verilmiştir. Yüksekliği 8 cm olan silindirin hacmi $200\pi \text{ cm}^3$ tür.

Sarı renkli yarımküre silindirden oyularak çıkarılıyor.

Buna göre, geriye kalan cismin yüzey alanı kaç cm^2 dir?

$$3\pi r^2 + 2\pi rh = 75\pi + 80\pi = 155$$

8.



$$\frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot R = 10\pi$$

$$R^3 = 30$$

Yukarıdaki O merkezli ve R yarıçaplı kürenin içinde taban yarıçapı R olan bir koni görülmektedir.

Koninin hacmi $10\pi \text{ cm}^3$ tür.

Buna göre, kürenin hacmi kaç $\pi \text{ cm}^3$ tür?

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 40\pi$$

9. Yarıçapı 2 birim olan 12 tane özdeş demir küre eritilerek, yarıçapı 4 birim olan bir dik silindir haline getiriliyor.

Bu silindirin yüksekliği kaç birim olur?

$$12 \cdot \frac{4}{3} \pi 2^3 = \pi \cdot 4^2 \cdot h$$

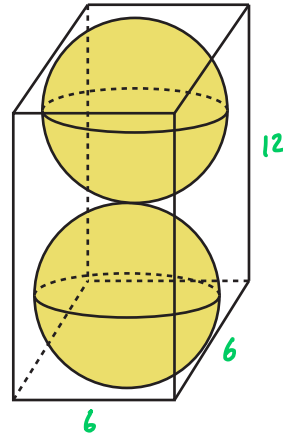
$$h = 8$$

10. Yüzey alanları oranı $\frac{9}{25}$ oran iki kürenin hacimleri oranı kaçtır?

$$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{9}{25} \rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

11.



$$2 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 72\pi$$

$$r = 3$$

Şekildeki eş küreler birbirlerine ve kare dik prizmanın yüzeylerine teğettir.

Kürelerin hacimleri toplamı 72π birimküpe olduğuna göre, kare dik prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

$$2(6 \cdot 6 + 6 \cdot 12 + 12 \cdot 6) = 360$$

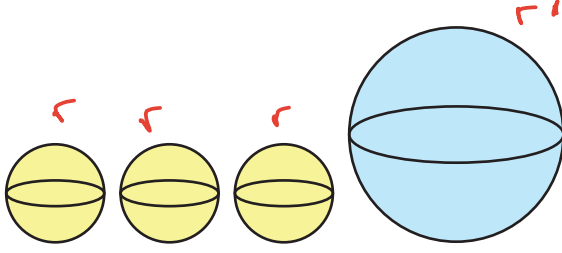
12. Yarıçap uzunluğu 6 cm olan bir küre yarısına kadar su ile doludur. Bu suyun tamamı yarıçapının uzunluğu 3 cm olan boş bir silindirin içine boşaltılıyor.

Boşaltma esnasında su taşmadığına göre, silindirdeki suyun yüksekliği kaç cm olur?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = \pi \cdot 3^2 \cdot h$$

$$h = 6$$

1.



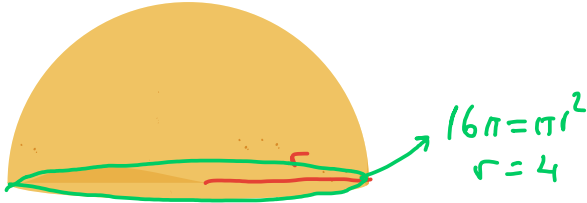
Şekilde üç tane özdeş sarı küre ve bir tane mavi küre gösterilmiştir. Sarı renkli kürelerin hacimleri toplamı, mavi renkli kürenin hacmine eşittir.

Buna göre, mavi renkli kürenin yarıçap uzunluğu sarı renkli kürelerden birinin yarıçap uzunluğunun kaç katıdır?

- B) A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

$$\left(\frac{r'}{r}\right)^3 = 3, \quad \frac{r'}{r} = \sqrt[3]{3}$$

2.



Şekilde yarım küre şeklinde istif edilmiş kumun zeminde kapladığı alan 16π birimkaredir. Bu kum kullanılarak bir duvar yüzeyinin sıvası yapılacaktır. Duvarın bir birimkarelik yüzeyi için 2 birimküp kum kullanılmaktadır.

Bu işlem için kumun tamamı kullanıldığına göre, duvar yüzeyinin alanı kaç π birimkaredir?

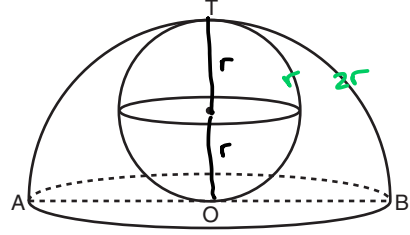
- E) A) 48 B) 40 C) $\frac{110}{3}$ D) $\frac{100}{3}$ E) $\frac{64}{3}$

$$V_{\text{kum}} = \frac{2}{3} \pi 4^3 = \frac{128\pi}{3}$$

$$A \cdot 2 = \frac{128\pi}{3}$$

$$A = \frac{64\pi}{3}$$

3.



Şekilde [AB] çaplı yarım kürenin iç bölgesine yerleştirilebilecek en büyük küre verilmiştir.

Buna göre, yarım kürenin hacminin içteki kürenin hacmine oranı kaçtır?

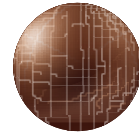
- C) A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{2}$ E) 6

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (2r)^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3} = 4$$

4.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de koni şeklindeki dondurma külahının içerisine, Şekil II'deki küre biçimindeki çikolatalardan iki tane eritilerek külahı aktarıldığında, külah tamamen doluyor.

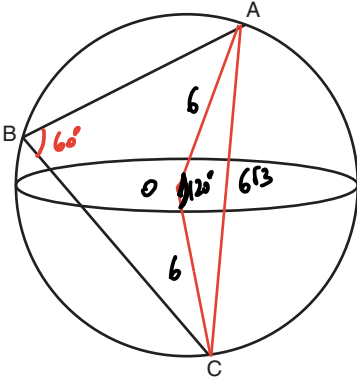
Çikolata toplarının yarıçapı 3 birim, külahın taban yarıçapı 2 birim olduğuna göre, külahın yüksekliği kaç birimdir?

- C) A) 72 B) 64 C) 54 D) 48 E) 27

$$2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot h$$

$$h = 54$$

5.



Şekilde küre biçiminde olan bir kavanozun içinde [AB] ve [BC] çubukları bulunuyor. A, B, C noktaları içi boş kavanozun yüzeyinde bulunan noktalardır.

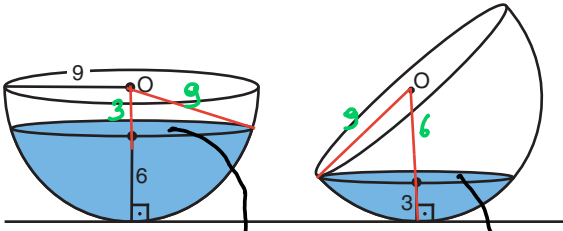
$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ \text{ ve } |AB| = |BC| = 6\sqrt{3} \text{ birim}$$

D olduğuna göre, kürenin hacmi kaç birimküptür?

- A) 426π B) 360π C) 290π D) 288π E) 144π

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 = 288\pi$$

6.



$$S_1 = \pi(9^2 - 3^2) = 72\pi, \quad S_2 = \pi(9^2 - 6^2) = 45\pi$$

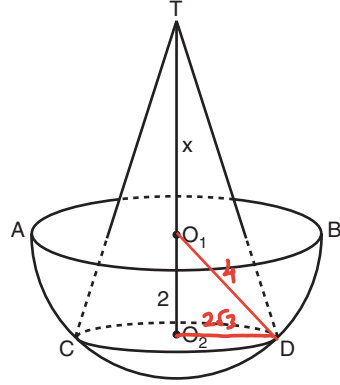
Yarıçapı 9 birim olan yarım küre şeklindeki kaptaki 6 birim yüksekliğinde sıvı bulunmaktadır. II. konumda kap sıvı yüksekliği 3 birim oluncaya kadar eğiliyor.

E Buna göre, sıvıların üst yüzey alanları farkı kaç π birimkaredir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 25 E) 27

$$72\pi - 45\pi = 27\pi$$

7.



Şekilde O_1 merkezli 4 birim yarıçaplı yarım küre ile merkezinden 2 birim uzaklıktaki O_2 merkezli kesit yüzeyini taban kabul eden dik koni verilmiştir. O_1 ve O_2 merkezli dairesel yüzeyler paralel ve T, O_1 , O_2 noktaları doğrusaldır.

D Yarım küre ve dik koninin hacimleri eşit olduğuna göre, $|TO_1|$ kaç birimdir?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{19}{3}$ C) $\frac{22}{3}$ D) $\frac{26}{3}$ E) $\frac{28}{3}$

$$\frac{2}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot h$$

$$h = \frac{32}{3}$$

$$x + 2 = \frac{32}{3}, \quad x = \frac{26}{3}$$

8. Bir kürenin yarıçap uzunluğu %20 küçültüldüğünde kürenin yüzey alanı $81\pi \text{ cm}^2$ azalmaktadır.

D Buna göre, başlangıçtaki kürenin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{15}{2}$ E) 8

$$\begin{aligned} 5r &\xrightarrow{-20\%} 4r \\ 25S &\xrightarrow{-81\pi} 16S \\ &\quad -9S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9S &= 81\pi \\ S &= 9\pi \\ 25S &= 225\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4\pi R^2 &= 225\pi \\ R &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

Bağımlı Olaylar

Bir olasılık deneyinde iki olay A ve B olsun.

Bu olaylardan herhangi birinin gerçekleşmesi, diğer olayın gerçekleşmesini etkiliyorsa A ile B olayları bağımlı olaylardır denir.

1. Bir torbadan 3 farklı sarı renkli ve 4 farklı mavi renkli bilye bulunmaktadır.

Bu torbadan seçilen bilye torbaya geri atılmamak şartıyla art arda iki bilye seçiliyor.

Buna göre, seçilen bilyelerin

- a) Birincisinin mavi, ikincisinin sarı renkli olma olasılığı kaçtır?
b) Aynı renkli olma olasılığı kaçtır?

$$a) \text{MS} \rightarrow \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

$$b) \text{MM} + \text{SS} \rightarrow \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

2. $A = \{3, 4, 5, 6\}$
 $B = \{1, 2, 7, 9\}$

kümeleri veriliyor.

A kümesinden rastgele bir eleman seçilip B kümesine eklendikten sonra B kümesinden bir eleman seçiliyor.

Buna göre, B kümesinden seçilen elemanın çift sayı olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{array}{l} \text{teç} \swarrow \text{A} \searrow \text{çift} \\ \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \\ \{1, 2, 7, 9, \text{teç}\} \quad \{1, 2, 7, 9, \text{çift}\} \\ \downarrow \text{çift} \qquad \downarrow \text{çift} \\ \frac{1}{5} \qquad \frac{2}{5} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{10} \end{array}$$

1. a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{7}$

2. $\frac{3}{10}$

Bağımsız Olaylar

A ve B iki olay olsun.

Bu iki olaydan herhangi birinin gerçekleşmesi, diğer olayın gerçekleşmesini etkilemiyorsa A ile B olayları bağımsız olaylardır denir.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

1. Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor.

Buna göre, zarın 3'ten küçük ve paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

2. Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor.

Buna göre, zarın 3'ten küçük veya paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

$$\begin{array}{l} \text{hem zarın 3 ve 3'ten büyük} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \text{hemde paranın yazı} \rightarrow \frac{1}{2} \\ \text{istenen} : \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \\ \text{istenen} : 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{array}$$

3. Bir hedefi Arda ile Buse'nin vurma olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{4}$ ve $\frac{2}{5}$ 'tir.

Buna göre, bu hedefe birer defa atış yaptıklarında hedefi sadece birinin vurma olasılığı kaçtır?

$$\begin{array}{l} + - \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20} \\ A B \\ - + \rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20} \\ \bar{A} \bar{B} \end{array} > \frac{9}{20}$$

1. $\frac{1}{6}$

2. $\frac{2}{3}$

3. $\frac{9}{20}$

Ödev Testi

Olasılık

1. Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzüne 4'ten küçük bir sayı geldiği bilindiğine göre, bu sayının asal sayı olma olasılığı kaçtır?

$$\{1, 2, 3\}$$

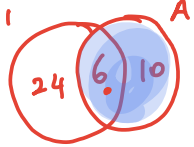
$$\frac{2}{3}$$

2. 40 kişilik bir sınıfta her öğrenci İngilizce ve Almanca dillerinden en az birini konuşabilmektedir.

İngilizce konuşabilen 30, Almanca konuşabilen 16 kişi vardır.

$$30 + 16 - 40 = 6$$

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin Almanca konuşabildiği bilindiğine göre, bu öğrencinin İngilizce de konuşabiliyor olma olasılığı kaçtır?



$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

3. İçinde 3 mavi, 3 kırmızı ve 2 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele 2 top seçiliyor.

Seçilen bu toplardan birinin kırmızı olduğu bilindiğine göre, diğerinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

$$\text{Kırmızı olmama} : \binom{5}{2} = 10$$

$$\text{En az bir kırmızı olma} : \binom{8}{2} - \binom{5}{2} = 18$$

$$\text{İkisi kırmızı} : \binom{3}{2} = 3$$

$$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

4. Bir çift zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çarpımının çift sayı olduğu biliniyor.

Buna göre, bu sayılardan birinin tek sayı olma olasılığı kaçtır?

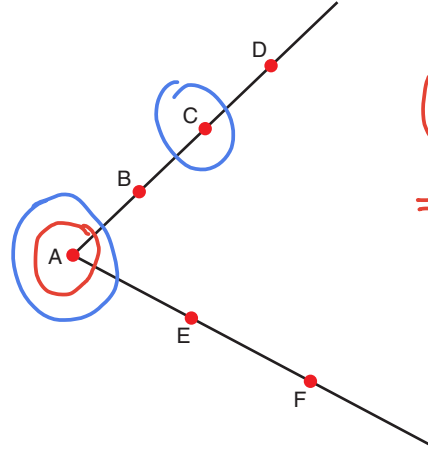
$$3 \cdot 3 = 9 \text{ (çarpımtak)} \quad 6 \cdot 6 - 3 \cdot 3 \text{ (çarpım çift)} = 27$$

$$\{1, 4\} \rightarrow 3 \cdot 3 = 18$$

$$\{4, 1\} \rightarrow 3 \cdot 3 = 18$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

- 5.



$$\binom{5}{2} - \binom{3}{2} - \binom{2}{2} = 10 - 3 - 1 = 6$$

$$\binom{2}{1} = 2$$

Yukarıda 6 farklı nokta gösterilmiştir. Köşeleri bu noktalardan oluşan tüm üçgenlerden biri rastgele seçiliyor.

Seçilen bu üçgenin bir köşesinin A noktası olduğu bilindiğine göre, bir köşesinin C noktası olma olasılığı kaçtır?

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

6. P(x) polinomu için,

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

- İkinci derecedendir.
- Katsayıları doğal sayılardır.
- Katsayıları toplamı 4'tür.

$$\begin{aligned} x^2 + 3x \\ x^2 + 2x + 1 \\ x^2 + x + 2 \\ x^2 + 3 \\ 2x^2 + 2x \\ 2x^2 + x + 1 \\ 2x^2 + 2 \\ 3x^2 + x \\ 3x^2 + 1 \\ 4x^2 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

7. 3 evli çift ve 2 bekar kişinin bulunduğu 8 kişi arasından rastgele 2 kişi seçiliyor.

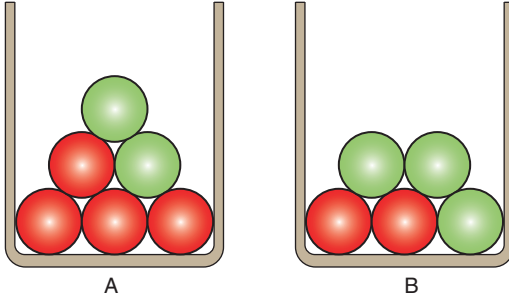
Seçilen bu kişilerin evli çift olmadıkları bilindiğine göre, birinin evli diğerinin bekar olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{matrix} A & a & b \\ B & b & E \\ C & c & \end{matrix}$$

$$s(E) = \binom{8}{2} - 3 = 25$$
$$s(\text{istenen}) = 6 \cdot 2 = 12$$

$$\frac{12}{25}$$

8.

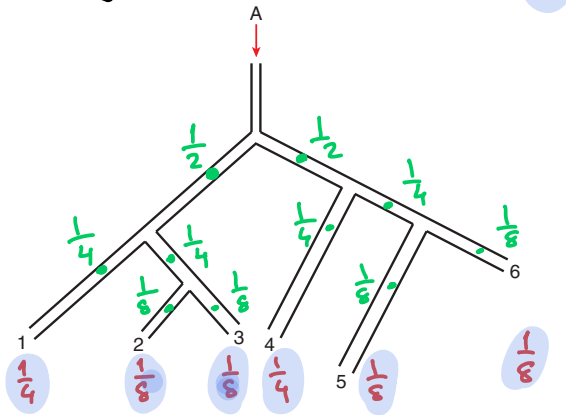


Şekilde A kutusunda 4 kırmızı ve 2 yeşil bilye, B kutusunda 3 yeşil ve 2 kırmızı bilye vardır. A ve B kutularından birer top alınıyor.

Buna göre, alınan topların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

9.



Şekilde A noktasından bırakılan bir top 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 numaralı deliklerden dışarı çıkacaktır.

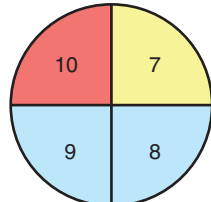
Topun herhangi bir yol ayrımında takip edebileceği yollardan gitme olasılığı eşittir.

Buna göre, topun 2 numaralı delikten çıkma olasılığı, 6 numaralı delikten çıkma olasılığının kaç katıdır?

10.

1	2	3
4	5	6

Şekil I



Şekil II

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{2}{4} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

11.



Sarı Kutu



Yeşil Kutu

Yukarıda gösterilen sarı kutuda 3 sarı top ve 2 yeşil top, yeşil kutuda ise 3 yeşil top ve 2 sarı top vardır. Rastgele seçilen bir kutudan bir top çekiliyor.

Buna göre, seçilen kutunun rengi ile çekilen topun renginin farklı olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{aligned} \text{Sarı kutu} + \text{Yeşil top} &: \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10} \\ \text{Yeşil kutu} + \text{Sarı top} &: \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{Sarı kutu} + \text{Yeşil top} \\ \text{Yeşil kutu} + \text{Sarı top} \end{aligned}} \right\} \frac{4}{10}$$

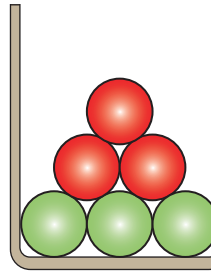
12.

Bir kilidi 5 anahtardan iki tanesi açabilmektedir. Anahtarlar teker teker deniyor ve denenen anahtar kilidi açamıyorsa, o anahtar tekrar denemiyor.

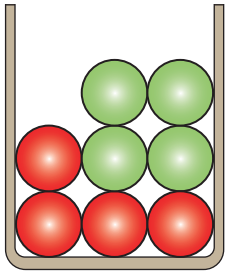
Buna göre, kilidin üçüncü denemede açılma olasılığı kaçtır?

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$$

13.



A



B

Şekilde A kutusunda 3 yeşil ve 3 kırmızı top, B kutusunda 4 kırmızı ve 4 yeşil top vardır. A kutusundan bir top alınıp B kutusuna sonra B kutusundan bir top alınıp A kutusuna atılıyor.

Buna göre, son durumda A kutusundaki kırmızı top sayısının yeşil top sayısının iki katı olma olasılığı kaçtır?

$$\begin{aligned} \text{A} &\xrightarrow{\text{Yeşil}} \text{B} \xrightarrow{\text{Kırmızı}} \text{A} \\ \frac{3}{6} &\cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{54} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

1. İki zar atma deneyinde zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının 8 olduğu bilinmektedir.

Buna göre, bu sayıların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

- C) A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{1}{6}$

$$\{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$$

$$\frac{2}{5}$$

2. 2, 2, 3, 3, 3

rakamlarının tümü yan yana sıralanarak 5 basamaklı bir sayı yazılacaktır.

Yazılan bu sayının ilk ve son rakamının aynı olduğu bilindiğine göre, ortasındaki rakamın 3 olma olasılığı kaçtır?

- D) A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{l} 3, 3, 3 \\ 2 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad 2 \quad \rightarrow \quad 1 \text{ tane} \\ 3 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad 3 \quad \rightarrow \quad 3 \text{ tane} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 3, 3, 3 \\ 2 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad 2 \\ 3 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad 3 \end{array}} \right\} 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 2 \\ 3 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 3 \end{array} \right\} 2$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3. Bir torbada 2 yeşil, 3 kırmızı ve 1 beyaz top vardır.

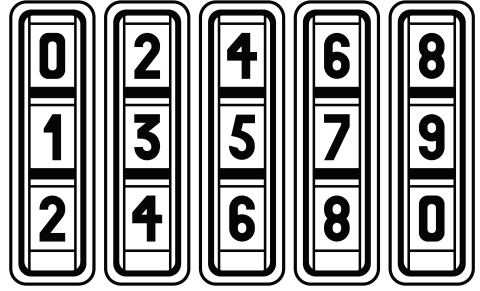
Çekilen top geri konulmak şartıyla art arda 2 top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topların ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- C) A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

- 4.



Kübra adında bir öğrenci yukarıdaki şekilde verilen tuşlardan herhangi birine basıyor.

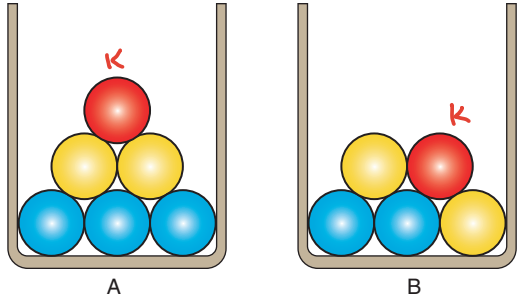
Sonra Berna adında bir öğrenci de Kübra'nın bastığı tuşu görmeden herhangi bir tuşa basıyor.

Buna göre, Berna'nın bastığı tuştaki sayının Kübra'nın bastığı tuştaki sayı ile aynı olma olasılığı kaçtır?

- D) A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

$$\begin{array}{l} \{0, 2, 4, 6, 8\} \text{ için } 5 \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{2}{15} = \frac{20}{225} \\ \{1, 3, 5, 7, 9\} \text{ için } 5 \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{15} = \frac{5}{225} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \{0, 2, 4, 6, 8\} \\ \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{array}} \right\} \frac{25}{225}$$

- 5.



Şekilde gösterilen A ve B kutularında mavi, sarı ve kırmızı toplar vardır.

A'dan K alıp B'den K almayalım.

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{30}$$

A'dan K almaysın B'den K alalım.

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

- C

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{8}{15}$

6. $A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow (1,2), (2,3), (3,4)$ 3 farklı seçim
 $B = \{a, b, c, d\} \rightarrow \binom{4}{2} = 6$ farklı seçim
 $6 \cdot 3 = 18$

1 ve a olamazsa, (1,2) olmak şartıyla (a,b), (a,c), (a,d) alınmaz

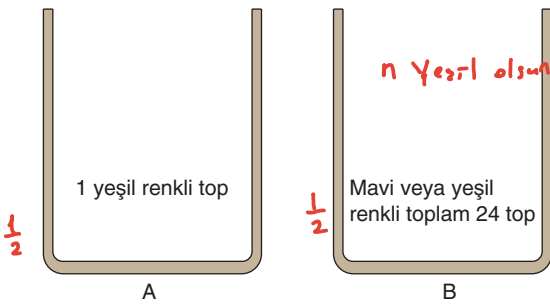
$$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

- D) A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{15}$

7. $A = \{a, b\}$
 $B = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$ $\binom{5}{2} = 10$
 $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$ $\binom{4}{1} = 4$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{5}{16}$

8. 

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{24} = \frac{13}{16}$$

$$\frac{24+n}{48} = \frac{13}{16}$$

$$24+n = 39$$

$$n = 15 \text{ Yeşil}$$

$$24 - 15 = 9 \text{ mavi}$$

Seçilen bu torbadan çekilen bir topun yeşil olma olasılığı $\frac{13}{16}$ olduğuna göre, B torbasında kaç tane mavi top vardır?

- D) A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

9. Kadir, "MARMARA" sözcüğündeki harflerden sadece iki tanesinin yerini birbirleriyle değiştiriyor.

Buna göre, Kadir'in yeni bir sözcük elde etme olasılığı kaçtır?

- D) A) $\frac{13}{18}$ B) $\frac{14}{23}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{16}{21}$ E) $\frac{4}{7}$

$M_1, A_1, R_1, M_2, A_2, R_2, A_3$ 7 harf yerinden 2 tanesini rastgele seçelim.
 $\binom{7}{2} = 21$

Seçilen 21 seçim $(M_1, M_2), (R_1, R_2), (A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_2, A_3)$
 5 tanesinde harfler aynı olur.
 $1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$

10. Bir tatil köyünde bulunan bir otel 30 günlük bir ayın ilk 5 gün ve son 5 gününde konaklama ücretlerine indirim yapmıştır. Barış, bu ayın arka arkaya gelen herhangi 5 gününde bu tatil köyüne gelecek ve bu otelde konaklayacaktır.

Buna göre, Barış'ın kalacağı sürenin sadece 3 gününün indirimli konaklama süresine denk gelme olasılığı kaçtır?

- B) A) $\frac{1}{17}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

$(1,2,3,4,5), (2,3,4,5,6), \dots, (26,27,28,29,30)$

gibi 26 seçim yapılabilir.

Bunlarda

$(3,4,5,6,7), (24,25,26,27,28)$

2 tanesi istenen olur.

$$\frac{2}{26} = \frac{1}{13}$$

11. Bir okuldaki 100 kişilik onikinci sınıf öğrencilerine 1'den 100'e kadar numaralar verildikten sonra öğrenciler aşağıda verilen kurallar ile A, B ve C şubelerine yollanacaktır.

- Numarası tek olanlar A şubesine yollanacaktır.
- Numarası 4'ün katı olanlar B şubesine yollanacaktır.
- Geri kalan öğrenciler C şubesine yollanacaktır.

$$A = \{ \dots 25 \dots 75 \dots \} \rightarrow 50 \text{ tane}$$

$$B = \{ \dots \dots 100 \} \rightarrow 25 \text{ tane}$$

$$C = \{ \dots \dots 50 \dots \} \rightarrow 25 \text{ tane}$$

- D) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{50} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{1}{25}$
- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{19}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{2}{75}$

Bileşik Olay

Bir olasılık deneyinin çıktıları

$$E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

olsun.

E kümesinin bir elemanlı alt kümesine basit olay, en az 2 elemanlı alt kümelerine bileşik olay denir.

A ve B olayının olasılığı

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ile hesaplanır.

1. Bir olasılık deneyinde A ile B bağımsız iki olaydır.

$$P(A) = \frac{1}{3} \text{ ve } P(B) = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, A veya B olayının olma olasılığı kaçtır?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$$

2. Bir hedefi Arzu'nun vurma olasılığı $\frac{1}{2}$, Cemil'in vurma olasılığı $\frac{2}{3}$ 'tür.

Buna göre, Arzu ve Cemil hedefe birer atış yaptıklarında hedefin vurulma olasılığı kaçtır?

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

3. 17 erkek ve 13 kız öğrencinin bulunduğu bir sınıfta rastgele 7 erkek ve 3 kız öğrenci gözlüklüdür.

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız veya gözlüksüz olma olasılığı kaçtır?

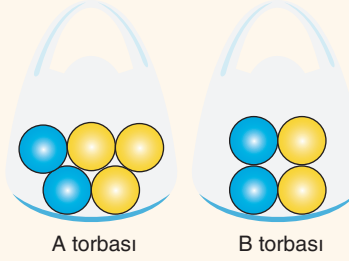
	E	K	
G	7	3	$\frac{23}{30}$
G'	10	10	

$$\text{Veya} \rightarrow P(K) + P(G') - P(K \cap G')$$

$$\frac{13}{30} + \frac{20}{30} - \frac{10}{30} = \frac{23}{30}$$

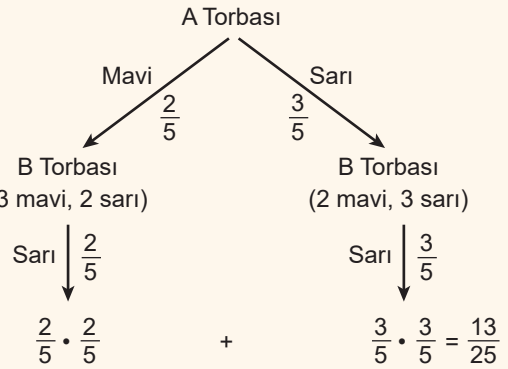
Ağaç Diyagramı Kullanma

İçerisinde mavi ve sarı renkli bilyelerin bulunduğu A ile B torbaları verilmiş olsun.

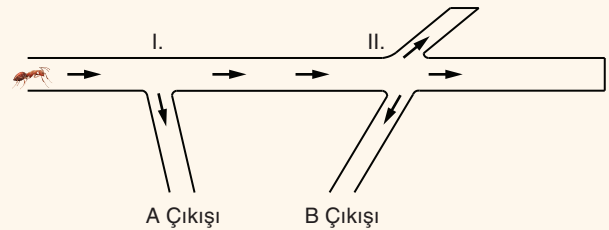


Yapılacak deney, önce A torbasından bir bilye seçilip seçilen bilye B torbasına bırakılsın. Sonra da B torbasından 1 bilye seçilsin.

Bu deneye göre, B torbasından seçilen bilyenin beyaz olma olasılığını aşağıdaki gibi hesaplayalım.



Aşağıda borudan geçen karıncanın her yol ayrımında eşit olasılıkla yol seçtiğini düşünerek çıkışa ulaşma olasılığını hesaplayalım.



A çıkışından çıkma olasılığı; I. yol ayrımında A çıkışı yolunu seçmesi gerektiğinden $\frac{1}{2}$,

B çıkışından çıkma olasılığı; I. yol ayrımında A çıkışı yolunu seçmeden devam edip $\left(\frac{1}{2}\right)$ II. yol ayrımında B çıkışı

yolunu seçmesi gerektiğinden $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ olur.

İstenen olasılık; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ bulunur.

Teorik ve Deneysel Olasılık

İdeal koşullar sağlandığı varsayılabir olayın olma olasılığı hesaplandığında bulunan olasılık değeri teorik olasılıktır. Yapılan sonlu sayıdaki deneyler sonucunda bir olayın olma olasılığı hesaplandığında bulunan olasılık değeri deneysel olasılıktır.

1. Bir madeni para 1000 defa havaya atılıp üste gelen sonuçlar aşağıdaki gibi not ediliyor.

Yazı	Tura
490	510

Para 1001. defa havaya atıldığında üste tura gelme olayının

- a) Deneysel olasılığı kaçtır?
b) Teorik olasılığı kaçtır?

$$\frac{510}{1000} = \frac{51}{100}$$

$$\frac{1}{2}$$

2. Hilesiz bir zar 12 defa havaya atılıp üste gelen sayıların adetleri aşağıdaki gibi not ediliyor.

	1	2	3	4	5	6
Adet Sayısı	3	2	1	2	1	3

Zar 13. defa havaya atıldığında üste gelen sayının çift sayı olma olayının

- a) Deneysel olasılığı kaçtır?
b) Teorik olasılığı kaçtır?

$$a) \frac{2+2+3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$b) \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Teorik ve Deneysel Olasılık Karşılaştırma

1. Aşağıda 5 farklı renge boyanmış eş dilimli bir daire ve bir ibre gösterilmiştir.



Merkezi etrafında 40 defa döndürülen dairede ibre,

- 7 kez beyaz
9 kez kırmızı
6 kez mavi
8 kez sarı
10 kez yeşil

renkli dilime denk gelmiştir.

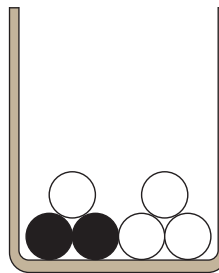
Buna göre, bu daire 41. defa döndürüldüğünde ibrenin yeşil renkli dilime denk gelme olayının deneysel olasılığı teorik olasılıktan kaç fazladır?

$$D.O = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$T.O = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

- 2.



2 siyah ve 4 beyaz renkli bilyenin bulunduğu bir kutudan bir bilye seçilme deneyi 4 kez yapıp sonuçlar sırasıyla beyaz, beyaz, siyah, siyah diye not edilmiştir.

$$D.O = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Buna göre, bu kutudan 5. kez bir bilye seçildiğinde seçilen bilyenin beyaz renkli olma olayının teorik olasılığı deneysel olasılığından kaç fazladır?

$$T.O = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Ödev Testi

Olasılık

1. 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarının tümü altı tane beyaz kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde; 2, 3 ve 4 sayılarının tümü üç kırmızı kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde yazılarak tüm kartlar bir kutuya atılıyor.

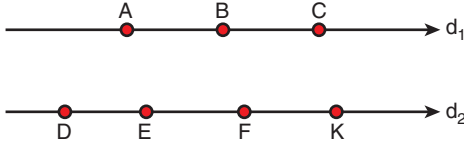
Buna göre, kutudan rastgele seçilen bir kartın kırmızı renkli veya asal sayı numaralı olma olasılığı kaçtır?

1, 2, 3, 4, 5, 6
B B B B B B

2, 3, 4
K K K

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

2.



$$\text{Üçgen sayısı} : \binom{7}{3} - \binom{3}{3} - \binom{4}{3} = 30$$

$$\text{A ve E kullanmadan Üçgen sayısı} : \binom{5}{3} - \binom{3}{3} = 9$$

$$1 - \frac{9}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

3. Bir sınıf listesinde 1, 2, 3, ..., 20 no'lu yirmi öğrencinin adı vardır. Tek numaralı öğrenciler erkek, çift numaralı öğrenciler kızdır.

Buna göre, bir öğretmenin bu listeye bakarak rastgele seçtiği bir öğrencinin erkek veya 5'in tam katı numaralı bir öğrenci olma olasılığı kaçtır?

	K	E	
5	2	2	4
5'	8	8	16
	10	10	

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

4. Bir sinemada A, B ve C filmleri aynı saatte başlamaktadır. Sinemaya gelen ilk 60 kişiden 25'i A filmini, 20'si B filmini izlemeyi tercih etmektedir. $C=15$

Buna göre, sinemaya gelen 61. kişinin C filmini tercih etme teorik olasılığı deneysel olasılığından kaç fazladır?

$$\text{Teorik O} : \frac{1}{3}$$
$$\text{Deneysel O} : \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

5. Bir futbolcu 2017-2018 sezonunda oynadığı 25 maçta toplam 12 gol, 2018-2019 sezonunda oynadığı 15 maçta toplam 8 gol ve 2019-2020 sezonunda oynadığı 20 maçta toplam 5 gol atmıştır.

Buna göre, bu futbolcunun 2020-2021 sezonunun ilk maçında gol atma olasılığının deneysel sonucu kaçtır?

$$\frac{12 + 8 + 5}{25 + 15 + 20} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$$

6.

	Yazı	Tura	D.O	T.O
Burhan	15	25	$\frac{15}{40}$	$\frac{1}{2}$
Kemal	20	30	$\frac{20}{50}$	$\frac{1}{2}$
Cansu	25	35	$\frac{25}{60}$	$\frac{1}{2}$

Yakınlık
 $\frac{5}{40}$
 $\frac{5}{50}$
 $\frac{5}{60}$ $\frac{1}{12}$

Burhan, Kemal ve Cansu adında üç arkadaş madeni bir parayı sırayla 40, 50 ve 60 kez havaya atıp gelen sonuçları not etmişlerdir. Üç arkadaşın not ettiği bilgiler yanda verilen tablodaki gibidir.

Buna göre, hangi arkadaşın yaptığı deneyde yazı gelme olayının deneysel olasılığı teorik olasılığa en yakındır?

1. Bir düzgün dört yüzlünün iki yüzü beyaza, bir yüzü yeşile ve bir yüzü pembeye boyanıyor.

Bu düzgün dört yüzlü ile bir madeni para birlikte atıldığında düzgün dört yüzlünün tabanının yeşil veya paranın üste gelen kısmının yazı olma olasılığı kaçtır?

- d A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{6}{11}$

$$P(\text{Yeşil}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Tura}) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$s(E) = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

kümesinin elemanları kullanılarak yazılan rakamları farklı 3 basamaklı sayılardan rastgele biri seçiliyor.

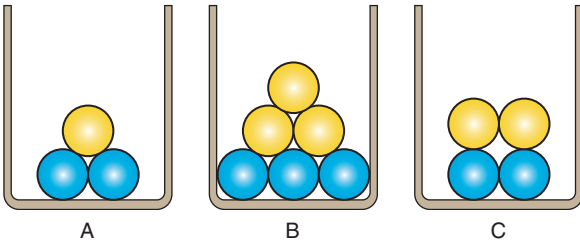
Buna göre, seçilen bu sayıda 1 veya 3 rakamının bulunma olasılığı kaçtır?

- c A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{9}{10}$

$$1 \text{ ve } 3 \text{ kullanmadan } 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$\text{İstenen: } 1 - \frac{24}{120} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

- 3.



Şekilde gösterilen A, B ve C kutularında mavi ve sarı toplar bulunmaktadır.

A kutusunda; 2 mavi 1 sarı

B kutusunda; 3 mavi 3 sarı

C kutusunda; 2 mavi 2 sarı top bulunmaktadır.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{5}{9}$$

- D A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{5}{12}$

4. Bir paranın düzgün bir zemine 20 defa atılışında 5 defa tura, 15 defa yazı gelmiştir.

Buna göre, paranın yazı gelme olayının deneysel olasılığı kaçtır?

- D A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{5}$

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

5. İki zar düzgün bir zemine aynı anda atılıyor.

Buna göre, zarlarda üst yüze gelen sayıların en az birinin 4 veya sayıların toplamının 8 olma olasılığı kaçtır?

- D A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{3}{8}$

(1,4)(2,4)(3,4)(5,4)(4,4)(6,4)
(4,1)(4,2)(4,3)(4,5)(4,6)(2,6)(3,5)(5,3)(6,2)

15 tane

$$\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

- 6.



Hilesiz bir zar atılıyor ve zarın üst yüzüne gelen rakamlar not edilerek aşağıdaki tablo oluşturuluyor.

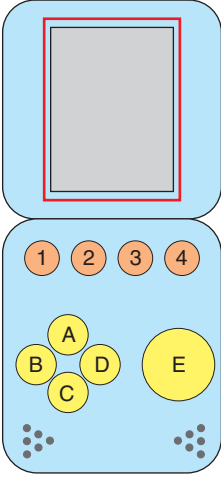
Üst yüze gelen rakamlar	1	2	3	4	5	6
Üst yüze gelen rakamların gelme sayısı	1	2	3	2	4	0

Buna göre, bu zar atıldığında zarın üst yüzüne gelen rakamın 4 olma olasılığı deneysel olarak kaçtır?

- B A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{1+2+3+2+4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

1.



Tuncer, küçükken babasının ona hediye ettiği oyuncağı depoda bulduktan sonra, oyuncağın pillerini takıyor ve oyuncağı açıp oyuna girmek istiyor.

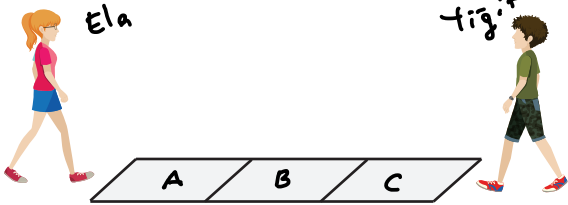
Oyuncağın üzerinde rakam yazan tuşlardan biriyle açıldığını, oyuna ise üzerinde harf yazan tuşlardan biriyle girildiğini bilen ama bu tuşları hatırlayamayan Tuncer'in, ilk denemesinde oyuncağı açıp oyuna girme olasılığı kaçtır?

C

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{10}$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

2.



Ela ve Yiğit adında iki kişi şekilde gösterilen 3 kareli bir zeminde bir oyun oynayacaklardır.

Ela ; %50 olasılıkla bir kare ileriye,
%30 olasılıkla iki kare ileriye,
%20 olasılıkla üç kare ileriye zıplayacaktır.

Yiğit ; %40 olasılıkla bir kare ileriye,
%30 olasılıkla iki kare ileriye,
%30 olasılıkla üç kare ileriye zıplayacaktır.

$$E \quad \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$$

3.

Emir, Seher ve Rüstem adında 3 öğrenciye bir matematik sorusu sorulacaktır.

- Soru içlerinden rastgele biri seçilerek seçilen kişiye sorulacaktır.
- Birinci kişi yanlış cevap verirse geriye kalan iki kişiden biri rastgele seçilerek seçilen kişiye aynı soru sorulacaktır.
- İkinci kişi de yanlış cevap verirse aynı soru son kişiye sorulacaktır.
- Öğrencilerden herhangi biri doğru cevap verirse soru sorma işlemi sonlandırılacaktır.

Her üç öğrencinin de sorulacak soruyu doğru bilme

olasılıkları $\frac{1}{3}$ olduğuna göre, sorunun Rüstem'e

solunmama olasılığı kaçtır?

C

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{8}{27}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{10}{27}$

Rüsteme 1. defada sorulma olasılığı:

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3}$$

" 2. defada " " $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27}$
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9}$ = $\frac{19}{27}$

" 3. defada " " $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$ $1 - \frac{19}{27} = \frac{8}{27}$

4.

Doğru	Yanlış
Her şey	Herşey
Yan yana	Yanyana
Birçok	Bir çok

Yukarıda bazı kelimelerin birleşik ya da ayrı yazılışlarına göre doğru ve yanlış yazılımları gösterilmiştir.

Yazdığı bir paragrafta bu üç kelimeyi de birer kez kullanan Onur'un bu kelimelerin her üçünü de doğru yazmış olma olasılığı kaçtır?

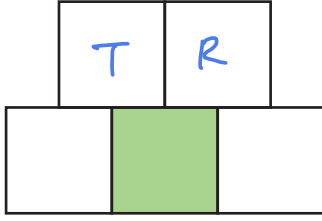
B

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{5}{16}$ E) $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

5. TARIK

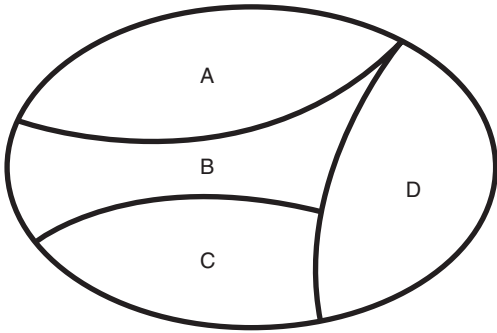
kelimesindeki harflerin tamamı aşağıdaki kutucuklara, her kutuya bir harf gelecek şekilde yerleştirilecektir.



Üstteki iki kutucuğa sessiz harf yazıldığı bilindiğine göre, yeşil renkli kutucukta A harfinin yazılma olasılığı kaçtır?

- D) A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. Mehmet, elindeki 4 farklı renkteki boya kalemi ile aşağıda verilen A, B, C ve D bölgelerinden her bir bölgeyi tek renk ile boyayacaktır.



A ve C bölgelerinin aynı renk ile boyanacağı, tüm bölgelerin aynı renk ile boyanmayacağı bilindiğine göre, B ve D bölgelerinin de aynı renk ile boyanma olasılığı kaçtır?

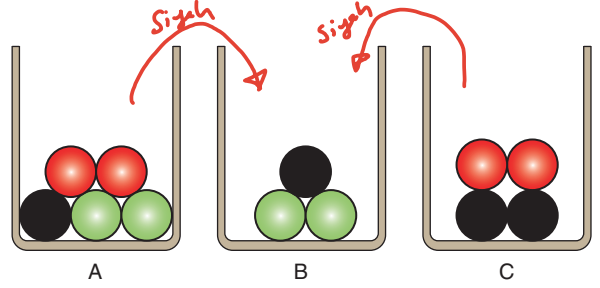
- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{3}{16}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{16}$

$$\begin{array}{c} 4 \\ 4 \\ 1 \end{array} \Rightarrow 64 - 4 (\text{Herpi aynı}) = 60.$$

$$\begin{array}{c} 4 \\ 3 \\ 1 \end{array} \Rightarrow 12$$

$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

7.



Şekilde,

A kutusunda 2 kırmızı, 2 yeşil ve 1 siyah top

B kutusunda 2 yeşil ve 1 siyah top

C kutusunda 2 kırmızı ve 2 siyah top vardır.

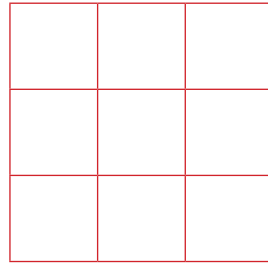
A ve C kutularından renklerine bakılmaksızın birer top alınarak B kutusuna atılıyor.

Son durumda B kutusundan çekilen bir topun siyah olma olasılığının 0,6 olma olasılığı yüzde kaçtır?

- B) A) 8 B) 10 C) 15 D) 16 E) 20

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{10} \%10$$

8.



$$S(\epsilon) = \binom{9}{4} = 126$$

Yukarıdaki şekil 9 birim kareden oluşmaktadır. Bu birim karelerden herhangi ikisinin ortak kenarı varsa bu birim karelere komşu birim kareler denir.

Buna göre, verilen şekilden rastgele dört tane birim kare seçilirse içlerinde komşu birim kare olmama olasılığı kaçtır?

- B) A) $\frac{1}{42}$ B) $\frac{1}{21}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{1}{7}$

$$\begin{array}{c} \text{Hatched squares} \\ \downarrow \\ \binom{5}{4} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Hatched squares} \\ \downarrow \\ \binom{4}{4} \end{array} = 6$$

$$\frac{6}{126} = \frac{1}{21}$$